Les dérapages incontrôlés des maths

Michel Soufflet Irem de Basse Normandie.

Journées APM de Lyon Octobre 2016

Sous ce titre le Monde du 15 septembre 2015 enquêtait sur les erreurs en maths dans la société. Elles relèvent souvent d'une mauvaise compréhension mais aussi souvent d'erreurs de raisonnement. Nous nous proposons d'y réfléchir ensemble et de voir s'il est possible d'en tirer des activités motivantes et porteuses de sens pour les classes. Cet article indique quelques pièges à éviter, nous allons regarder ceux qui correspondent aux pratiques dans les classes. Ceci exclut évidemment la haute finance qui ne concerne pas vraiment les profs, les salaires, traitements ou pensions nous incitant à vivre dans un autre milieu !

Par ailleurs, la Presse fourmille d'erreurs concernant les maths, souvent par une mauvaise utilisation des résultats mais aussi quelquefois à cause de mauvais raisonnements. Nous en avons recensé quelques-unes dont il est possible de tirer des activités motivantes et porteuses de sens pour les classes.

Commençons par deux exemples utilisés dans les années 80

1 Les papys au volant. Suite à un accident très grave causé par un octogénaire, un journaliste de Ouest France publie un article expliquant que les seniors sont beaucoup plus fiables que la moyenne au volant en prenant pour preuve le fait que les assureurs leur accordent des tarifs très bas. Je devais le même jour introduire les statistiques dans une classe de Terminale littéraire. Je leur ai distribué l'article et demandé d'analyser le texte.

2 L'alcool au volant. La radio ayant annoncé : « 30 % des accidents sont liés à une consommation d'alcool », Coluche avait répliqué : « cela signifie que 70% des accidents sont causés par des buveurs d'eau ». Des élèves d'une terminale scientifique m'ont interpellé sur ce sujet.

Qu'en pensez-vous ?

3 Un exemple plus récent : Début août 2015, une violente polémique a été déclenchée par l'annonce d'une augmentation de 19% du nombre d'accidents en juillet par rapport au même mois de 2014. Le gouvernement a été mis en cause pour son laxisme. A t'on envisagé toutes les causes ?

4 Un problème ouvert : Au cours de l'hiver 2015, à quelques jours d'intervalle, deux études apparemment contradictoires ont été publiées par le journal « le Monde » et « le Nouvel Obs ». L'une reprenant un article de « Nature » affirmant que la première cause de maladies dans le monde serait due à la pollution de l'air, l'autre française détaillant la répartition des maladies suivant les régions, or la région de France où il y le moins de maladies pulmonaires et cardiovasculaires est… Paris ville où l'air n'est pas connu pour être le plus pur de France (la deuxième est Lyon).

Ces études sont-elles nécessairement contradictoires ?

5 La consommation de viande et le cancer. Eté 2015, une information émanant de l'OMS déclare que la consommation de viande rouge serait cancérigène même à faible dose et que ce risque serait plus important encore avec la charcuterie. L'information suscite une vive polémique.

6 En 2014 le chômage augmentait de 1% par mois, ce taux est ramené à 0,25% en 2015. Le chômage baisse ?

7 **Le piège des nombres négatifs**. L'an passé plus de 100000 emplois ont été créés en France dont 95000 dans la seule Région Aquitaine. La région Aquitaine est-elle la seule à progresser dans ce domaine ?

8 **Paradoxe de Simpson** plus connu en France sous le nom de **problème de structures.**

L'université de Caen a vu le taux de réussite en première année augmenter de 1% cette année en sciences et de 2% en Lettres. Pourtant, globalement les résultats ont baissé. Comment est-ce possible ?

Sexisme à Berkeley En 1986 Jenny Harrison professeur de mathématiques à Berkeley qui s'était vu refuser sa titularisation intente un procès en justice pour discrimination, ses collègues masculins ayant étés nommés avant elle. Dans cette université, 46% des hommes avaient été promus contre seulement 30% des femmes. Elle obtint gain de cause 7 ans plus tard après de longs débats portant sur les statistiques et les probabilités.

9 Evaluation des profs à la valeur ajoutée.

A la fin de l'année N on fait passer des tests aux élèves, un logiciel « mathématique » évalue ce que devront être les résultats l'année suivante. Les professeurs sont évalués en positif ou négatif selon que ces résultats sont obtenus ou pas par leurs élèves.

Pratiquée dans les pays anglo-saxons, ce mode d'évaluation n'est actuellement pas envisagé en France. Et si on en parlait dès maintenant afin d'anticiper le danger ?

10 Quand une bonne décision politique se prend après une étude scientifique discutable

Pour avoir suivi pendant des années les débats sur le tabagisme passif, j'ai toujours pensé que la décision d'interdire de fumer dans les lieux publics avait été prise sans réelle preuve de nocivité. Si la toxicité du tabac est indiscutable, la nocivité pour les non fumeurs est plus difficile à prouver car il faudrait pouvoir l'isoler des autres causes de pollution de l'air.

Cette crainte d'un manque de validité des preuves s'est trouvée confirmée par M Philippe Even dans le Nouvel Observateur du 10 juin 2010. Ce pneumologue brillant, pionnier de la lutte antitabac, déclare que l'État aurait créé : « *une peur qui ne repose sur rien* » et que « *conditionner une population sur la base d'un message faux est extrêmement grave »* même s'il se déclare par ailleurs favorable à l'interdiction de la cigarette dans les lieux publics. Interdiction qui protègerait surtout les fumeurs contre eux-mêmes car ils ont moins d'occasions de s'adonner à leur addiction.

Le Monde du 16 septembre 2015 consacre un long article au livre « Mathématiques au Tribunal : Quand les erreurs de calcul deviennent des erreurs judiciaires » par Leila Schneps et Coralie Colmez, éditions du Seuil.

La plupart des erreurs dénoncées dans ce livre relèvent du calcul des probabilités, elles font froid dans le dos quand on pense à ceux qui se sont retrouvés, leur vie brisée, en prison pour cela.

Exemple : Le sophisme du procureur : une empreinte trouvée sur la scène d'un crime appartient à une personne sur 1000, faut-il en déduire que la probabilité qu'un suspect possédant cette caractéristique soit coupable est 999/1000 ?

Pour mémoire, l'erreur du rapport Bertillon qui a contribué à la condamnation de Dreyfus revient à confondre la probabilité d'obtenir 3 as en lançant 3 dés (0,005) avec celle d'obtenir ces 3 as avec 10 lancers (0,15). Il a quand même fallu l'intervention entre autres d'Henri Poincaré pour le faire réhabiliter.

Notons que cet exemple, fort bien détaillé dans « Mathématiques au tribunal » peut fournir un excellent sujet pour un travail interdisciplinaire.

Quelques éléments de réponses :

1 Les assureurs ont raison, pas le journaliste, les anciens roulent très peu c'est pour cela qu'ils ont moins d'accidents.

Du point de vue pédagogique, l'effet fut instantané, les élèves, des littéraires qui ignoraient tout des statistiques découvraient qu'une bonne étude statistique peut conduire à des interprétations fausses.

2 Pour que les évènements soient indépendants, il faudrait que 30% des conducteurs roulent sous l'empire de l'alcool, ce n'est heureusement pas le cas. Toutefois cet exemple permet de saisir immédiatement la notion d'indépendance des événements.

Et puis, sans Coluche et son bon sens, je me demande encore si j'aurai réagi à cette phrase qui n'a aucun sens : « 30 % des accidents sont liés à une consommation excessive d'alcool »

Après avoir ajouté la donnée manquante sans laquelle ces phrases ne veulent rien dire, à savoir, le pourcentage moyen des conducteurs alcoolisés est de 3%. Ce sujet a fait l'objet d'un bon exercice sur les probabilités conditionnelles en TS et TES.

Solution : Appelons A l'événement « le conducteur a consommé de l'alcool » et B : « le conducteur est impliqué dans un accident » ; non A et non B leurs événements contraires.

Ce qu'il faut calculer c'est le nombre k tel que :

p(B/A) = k p(B/non A). Ceci afin de pouvoir comparer, le risque d'avoir un accident selon que le conducteur a, ou non, consommé de l'alcool On trouve k = 21 donc, si un conducteur a consommé de l'alcool, il a 21 fois plus de risque d'avoir un accident que s'il a consommé des boissons non alcoolisées
A l'époque, cette question tombait à pic car nous étions en train d'étudier les probabilités conditionnelles.

A la réflexion, cet exemple mérite d'être approfondi et introduit plus tôt pour découvrir la notion d'événements indépendants, notion que beaucoup d'élèves peinent à saisir à partir de la définition.
Supposons, qu'on nous dise « 60% des accidents sont liés à une consommation de café », cette affirmation n'étant pas polémique, il est plus aisé de l'étudier sans présupposés.
Si la consommation de café concerne en moyenne 60% des conducteurs, elle n'influence pas le risque d'accident.
Si elle est inférieure à 60%, alors le risque d'accident augmente.
Si au contraire elle est supérieure à 60%, alors elle diminue le risque d'accident !
La définition de l'indépendance entre deux évènements p(A/B) = p(A) devient évidente. Les corrélations statistiques et les probabilités conditionnelles prendront plus de sens.
Le lien entre statistiques et probabilités sera établi ainsi que le fait qu'il est nécessaire d'avoir étudié les secondes pour comprendre les premières.

3 Personne ne semble s'être intéressé au nombre de véhicules ayant circulé au cours du mois. Le WE du 14 juillet a pourtant été plus long et avec une météo très favorable mais surtout, entre 2014 et 2015, le prix des carburants a baissé de près de 30%.

4 Il n'est, bien sûr, pas possible d'étudier en détail ces problèmes mais, avec un exemple simplifié bien choisi, nous pouvons montrer que ces études ne sont pas nécessairement contradictoires et qu'il n'est pas nécessaire d'aller vivre à Paris pour éviter d'être malade. Plusieurs « causes » possibles peuvent expliquer ce paradoxe :

_ Paris a peut-être une meilleure couverture médicale,

_ la population y est plus jeune,

_ le milieu socio-culturel est plus favorable

Personnellement, je pencherai plutôt pour les deux dernières, mais il peut y avoir une autre cause.

Etudier en détail ce paradoxe ne relève pas du travail dans les classes, mais inventer, avec les étudiants, une situation fictive entre deux types de populations d'âges différents peut contribuer à développer l'esprit critique des étudiants. Si c'est l'âge de la population qui est à l'origine du paradoxe, il relève probablement d'un effet de structure. En même temps, on explique pourquoi le taux de mortalité est souvent plus faible dans les pays en voie de développement que chez nous ou la population est, en moyenne, plus âgée.

5 Si les études concernant les gros consommateurs de viandes et de charcuteries montrent de façon incontestable des effets cancérogènes, le résultat pour les consommateurs modérés est davantage suspect. Il semble bien que pour se faire une idée du risque encouru en consommant de faibles quantités de viande, on ait cédé à la tentation de procéder à une interpolation linéaire entre les gros et non consommateurs or ce choix est aberrant. Si on tente une estimation par interpolation, une fonction exponentielle sera peut-être plus appropriée mais la proportionnalité n'est pas de mise.

6 Pas encore, c'est le signe de la dérivée seconde qui a été inversé, pas celui de la dérivée !

7 Il faut se méfier des nombres négatifs, certaines régions ont pu perdre des emplois et d'autre en gagner plus de 100000.

8 Effet de structure Sur cet exemple, les taux de réussite augmentent par segments mais le taux global baisse.

2014	Filles	Reçues	Garçons	Reçus	Taux de réussite
Lettres	4000	3200	1000	800	0,8
Sciences	400	200	600	300	0,5
Total	4400	3400	1600	1100	0,75
2015	Filles	Reçues	Garçons	Reçus	Taux de réussite
Lettres	3600	3000	800	620	0,822727273
Sciences	700	360	700	350	0,507142857
Total	4300	3360	1500	970	0,746551724

Sexisme à Berkeley. **A**près la réintégration de Jenny Harrison une enquête très poussée fût menée afin que ce genre de problème ne se reproduise plus. L'enquête révéla qu'il s'agissait d'un exemple flagrant du **Paradoxe de Simpson** et qu'il n'y avait pas eu discrimination ! Le problème est venu du fait que le monde des mathématiques manque cruellement de femmes et les statistiques en sont déséquilibrées par rapport aux autres disciplines.

9 Evaluation des profs à la valeur ajoutée. Indépendamment des effets pervers engendrés par ces méthodes, ce type d'évaluation soulève des tas de problèmes et nous pourrions y consacrer plusieurs ouvrages. A la

question « qu'est-ce qu'un bon prof ? », il n'est pas certain que nous ayons tous la même réponse, ce qui est sûr c'est que les qualités que nous citerons en premier ne seront pas évaluées par des méthodes de ce type. Pour avoir travaillé avec le CIEP de Sèvres je sais que les résultats de tests portant sur des compétences fondamentales dépendent fort peu du choix des professeurs.

Imaginez un professeur qui, interrogé par ses élèves sur toutes les questions ci-dessus, ne donnerait pas de réponses toutes faites mais aiderait ses élèves à les analyser, à clarifier en gardant toujours une attitude scientifique. Ce travail là, difficilement évaluable n'apparaîtra pas dans les résultats.

Le problème des anniversaires.

Ce problème que l'article du Monde cite comme la source d'un grand nombre d'erreurs est devenu un grand classique désormais, il reste toutefois un des meilleurs exemples pour aborder les probabilités, c'est l'exemple type de situation dont le résultat va à l'encontre de l'intuition :

Dans une assemblée de n personnes qu'elle est la probabilité de l'événement : « deux d'entre elles, au moins, fêtent leurs anniversaires le même jour ».
A partir de quelle valeur de n cette probabilité p dépasse t-elle ½ ?
On ne tient pas compte du 29 février, ramené au 28 ou au 1er mars.
Ce problème peut se traiter dans toutes les classes où les probas sont au programme, il ne nécessite que l'acceptation du principe multiplicatif et d'une calculatrice même ordinaire.
La situation peut être simulée par un tirage avec remise de k boules parmi 365 boules numérotées.
On cherche la probabilité contraire : chaque personne tire une boule note le numéro et la remet dans la boîte.
Le deuxième a 364/365 chance de tirer une boule différente du premier, le troisième a (364/365)x(363/365) de tirer une boule différente des deux autres.
Pour le kième tireur le nombre de chances est : (364/365)x(363/365)x…x((36 - k+1)/365).
A partir de k=23, ce nombre est inférieur à 0,5.

Il surprend toujours par les résultats qu'il renvoie :
23 personnes suffisent pour que p dépasse ½.
Pour n = 30, p = 0,7 ;
Pour n = 35, p = 0,81 ;
Pour n = 40, p = 0,9.
On suppose intuitivement que toutes les dates de naissance sont équiprobables ce qui minimise le résultat, la réalité dépasse donc la fiction.
Lorsque j'enseignais au lycée, je commençais toujours le cours de probabilité par cet exemple et un pari (gratuit !) avec la classe : « deux au moins d'entre vous ont le même jour anniversaire ».
Compte tenu des effectifs dans les classes terminales des lycées publiques, inutile de vous dire que je gagnais à tous les coups !
Sauf un quand même : la seule fois où ça n'a pas marché, nous avons recommencé avec les dates anniversaires des mamans et la prédiction s'est réalisée.
Une précaution à prendre toutefois, si vous souhaitez tenter l'expérience dans une assemblée : jetez un coup d'œil sur les convives au préalable. Dans une des dernières classes terminales où je risquai mon pari, j'ai déclenché un énorme éclat de rire, j'avais simplement oublié que l'effectif contenait deux jumeaux !...

Eléments de bibliographie : « Mathématiques au Tribunal : Quand les erreurs de calcul deviennent des erreurs judiciaires » par Leila Schneps et Coralie Colmez, éditions du Seuil
« 100 énigmes mathématiques de tous les jours » Michel Soufflet Vuibert 2014

Si vous avez des remarques, idées ou suggestions, écrivez moi à l'adresse : michel.soufflet@unicaen.fr, j'essayerai de répondre à chacun et d'en faire un compte-rendu pour le site des journées.