CHANTIERS de Pédagogie Mathématique

A.P.M.E.P.

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public
Régionale Ile-de-France

Mars 2008
n° 136

JOURNÉES NATIONALES 2010

D'un siècle à l'autre, le pari des mathématiques

Lors des journées de Besançon, nous avons annoncé à la cinquantaine de présents la possibilité de présenter notre candidature à la tenue des Journées Nationales de 2010. Compte tenu du nombre d'adhérents favorables à cette proposition, nous avons franchi le pas et la régionale Île-de-France organisera les Journées à Paris en 2010, année du centenaire de notre vénérable association.

Si contrairement à la tenue des JO, il n'est pas nécessaire de construire piscines, stades et gymnase, il nous faut trouver des locaux permettant d'accueillir dignement et surtout chaleureusement quelques 1000 collègues, une cantine capable de nourrir chacun (il y a bien la Tour d'Argent mais c'est trop petit) et comme pour toute manifestation d'une telle ampleur, il faut des bénévoles, beaucoup de bénévoles !

Il y a 2010 façons de s'investir :

AVANT : pour réfléchir, organiser, écrire des courrier, récolter des subventions, communiquer, solliciter des conférenciers, gérer le site des inscriptions, etc.

PENDANT : pour accueillir, guider, expliquer, répéter, prendre des photos, brancher les ordinateurs, les vidéoprojecteurs…

APRÈS : pour faire le bilan, recueillir les comptes-rendus d'articles, faire les comptes…

Une première réunion consacrée aux Journées 2010 est organisée :

MERCREDI 26 MARS à 18h
au local de l'APMEP (cf. Page 8).

Elle est ouverte à tout adhérent désireux de s'impliquer d'une façon ou d'une autre dans ces Journées. On vient avec son enthousiasme, ses questions, ses propositions, ses idées, bref tout ce qui fera avancer le projet ! Un calendrier d'action sera alors mis en place ; si vous êtes intéressé mais non disponible à cette date, envoyez-nous un message avec vos coordonnées, vos éventuels propositions ou souhaits d'action. Nous créerons une liste des adhérents impliqués dans ces journées ainsi qu'une rubrique spéciale 2010 sur le site.

Le Comité de la Régionale

Homo mathematicus organicus

Sommaire

2 Bouhhhh...
3 Que faire...pour 2010
4 Echos de la journée de la régionale
6 Dénombrable et corde à nœuds Continu et corde lisse
8 Réunion du 26 mars .

Prix du numéro : 1,5 € . Abonnement 1 an (4 numéros) : 5 €
Directeur de la publication : Sébastien DASSULE – Rédaction : Alain BOUGEARD et Françoise CARON.
APMEP : 26, rue Duméril, 75013 PARIS — Tél. : 01 43 31 34 05 — Fax : 01 42 17 08 77 — Site : http://www.apmep.asso.fr — Courriel : corresapmep@free.fr
Imprimé par A.F.G.L. 7, rue Euryal-Dehaynin, 75019 PARIS — ISSN 0395-7837 — CPPAP 1008G80887

Bouhhhhh...

Ce n'est pas tous les jours que nous pouvons entendre parler de mathématiques à la télévision ou à la radio alors lorsque l'occasion se présente, nous sommes toute ouïe.

Mardi 8 janvier, à l'émission scientifique de France Inter *La tête au carré* l'animateur Mathieu Vidard avait invité Henriette Chardak pour parler de son dernier ouvrage *La vie et l'œuvre de Pythagore et de sa femme Theano*.

Un petit tour sur le site de l'émission permet de lire la présentation suivante :

Surgi des tréfonds mystérieux d'une Grèce antique plus fascinante que jamais, Pythagore incarne comme personne avant lui la grandeur humaine.

Héros olympique, champion de lutte, élève de Thalès, ami du pharaon Amasis, géomètre, philosophe, musicien, astronome, il aimait rire, apprendre, partager. Avec lui, nous foulons le sol de Samos, d'Olympie, de Tyr, de Jérusalem, d'Alexandrie, de Babylone, d'Héraklion... La belle et brillante Théano combla de bonheur cet homme déjà mûr qui avant de la rencontrer préférait le célibat à un mariage sans âme.

Épouse, mère, élève puis maître à penser, cette femme exceptionnellement moderne tint de son vivant un rôle de premier ordre. L'école qu'elle fonda avec Pythagore fut celle de la tolérance et de l'ouverture sur le monde. On compara Pythagore à Apollon pour sa beauté, on compara Jésus à Pythagore pour sa bonté. Vinci, Kepler et bien d'autres furent fascinés, inspirés par sa science. Pythagore savait déjà que la Terre était ronde, qu'elle tournait autour du Soleil...

Enquête historique à lire comme un roman, portrait sensible d'un homme hors du commun, L'énigme Pythagore conte la passionnante aventure du savoir humain, à l'aube de notre civilisation.

Après cette lecture, je suis curieuse de savoir comment certains éléments jusque là non mentionnés dans les biographies officielles du grand homme ont été découverts. L'émission étant disponible 7 jours sur le site, il ne reste plus qu'à l'écouter… et la déception pointe vite son nez pour ensuite faire place à la consternation puis la colère ! L'ouvrage sans base scientifique ou source attestée est un travail journalistique indigne d'une émission scientifique. On y entend par exemple que Pythagore était un autiste, que sa femme était à la pointe du féminisme (j'en passe et des meilleures). Tout cela manque de sens et n'est pas digne d'un esprit rigoureux habitué aux argumentations mathématiques …. Sur son site personnel, l'auteure écrit, en parlant d'elle à la 3e personne : « Elle eut résolument 2 en maths, même quand son père Roman l'aidait. Il faut dire que son professeur de maths n'aimait pas les maths ».

Ceci explique peut être cela ; nous à l'APMEP, on les aime, les maths, l'histoire des maths (avec un H). D'ailleurs notre concours « un thème , un mathématicien » a pour objectif d'amener nos élèves à découvrir des mathématiciens et leurs œuvres en espérant qu'ils sauront, grâce à leurs enseignants, échapper aux arnaques littéraires. Peut être bien que nos futurs lauréats seront plus crédibles que madame Chardak !

Ce qui m'a mis le plus en colère finalement, ce n'est pas tant la publication d'un livre sans intérêt mais le fait que le journaliste d'une émission scientifique ait jugé utile de faire la promotion d'un livre qui ne le mérite pas quand tant d'autres mériteraient d'être connus ….

Valérie Larose

Un mystérieux message

Tonton Lulu et la Grande Zaza ont le plaisir de vous informer de la mise en ligne sur le site de l'APMEP de leur brochure :

MATHS ENTRE ECRAN ET PAPIER
18 activités pour le lycée

Traduction : Jacques Lubczanski et Isabelle Lallier-Girod, qui nous avaient régalés de leur conférence sur ce thème en septembre 2007, nous offrent maintenant gracieusement leur travail qu'il suffit de télécharger sur :

http://www.apmep.asso.fr/spip.php?article2113

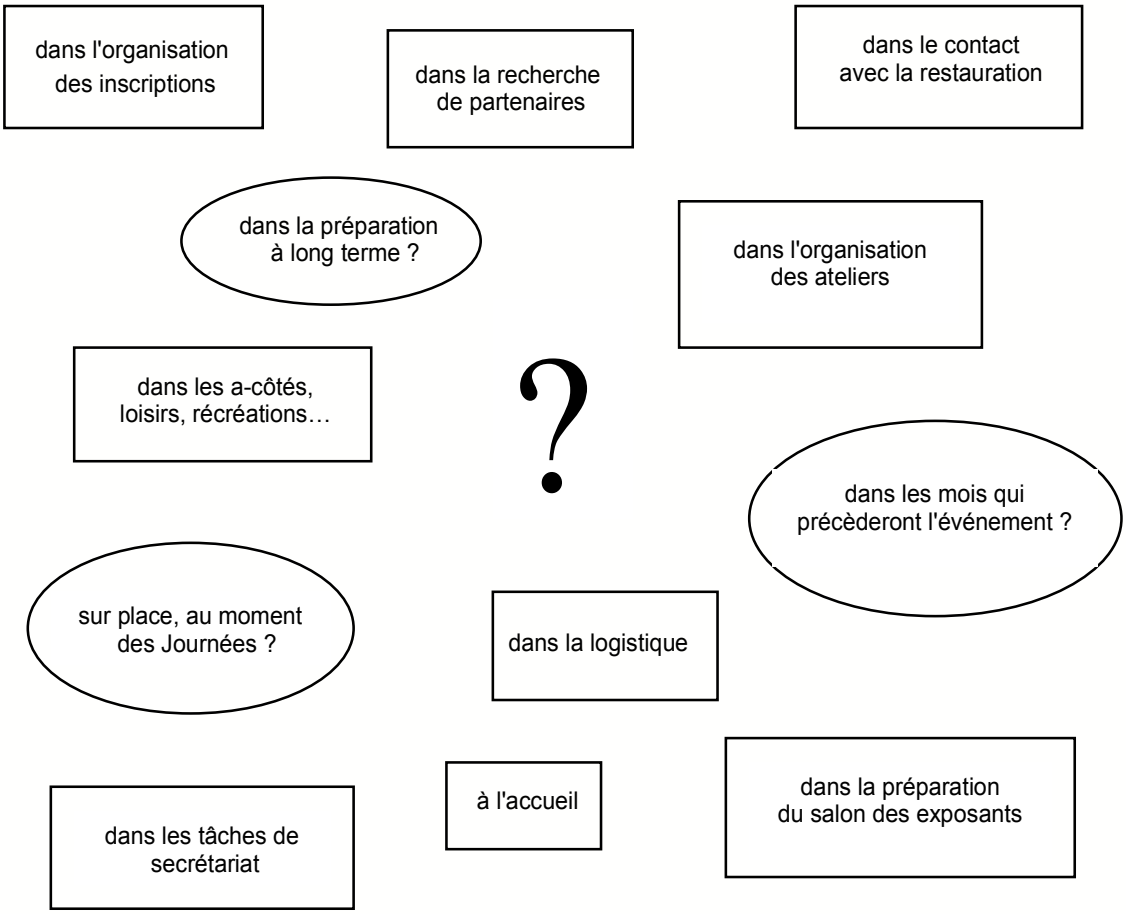
pour ensuite l'imprimer.

Qu'est-ce qu'on leur dit ?

Journées 2010, dans quoi allez-vous vous investir ?

Comme annoncé dans l'éditorial , la régionale Ile-de-France sera l'organisateur des Journées Nationales de notre association en 2010. Nous avons donc besoin de toutes les bonnes volontés.

Alors, n'hésitez plus ! Réfléchissez dès maintenant à ce que vous pourriez nous apporter.



Si vous ne pouvez pas vous joindre à nous le mercredi 26 mars
signalez-vous par courrier ou par mail.

Nous comptons vraiment sur vous tous pour faire de ces journées 2010 une grande réussite !

Concours : *Un thème, un mathématicien*

Vous avez jusqu'au 31 mars
pour vous inscrire si ce n'est déjà fait
concregioapm@numericable.fr
et pour porter ou envoyer les productions de vos élèves,
IREM Paris 7, secrétariat
Martine Lamy (un thème, un mathématicien)
175-179, rue du Chevaleret
6ème étage plateau E
75013 PARIS

La remise des prix
aura lieu
le mercredi 14 mai à 18 heures
à l'Université Paris-Diderot
hall d'exposition des Grands Moulins,
entrée par la rue Marguerite Duras.

Une occasion de découvrir le site de Paris Rive Gauche et la nouvelle implantation de l'université Paris7 dans le 13e arrondissement.

Echos de la journée régionale...

Vue par un œil nouveau...

Lecteur régulier des publications de l'APMEP, je ne connaissais pourtant pas vraiment les membres de l'association. C'est donc avec une certaine curiosité que je me suis rendu à la journée de la régionale. Des membres étaient là, se retrouvant avec bonhomie pour évoquer ce qui les animait : la pédagogie et les mathématiques. L'organisation des journées du centenaire de l'association tenait une place importante dans les discussions avant le début des différentes conférences.

J'ai assisté à un atelier portant sur le logiciel TI Nspire. La présentation fut riche en informations, avec un contenu d'une réelle profondeur que je ne peux en aucun cas faire transparaître ici. Le repas fut un moment tout aussi agréable et un prestidigitateur était venu piquer au vif notre rationalité. La journée s'est terminée par une conférence sur les mathématiques citoyennes, ou comment utiliser les mathématiques pour faire réfléchir nos élèves sur le monde qui les entoure.

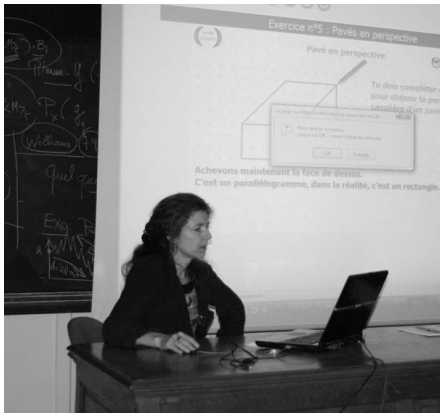
Deux choses m'ont frappé durant cette journée : la fraîcheur et l'ouverture d'esprit de l'ensemble des associatifs présents et la démonstration que les mathématiques sont vecteurs d'enthousiasme et de convivialité.

J'en ressors avec un second souffle, une motivation renouvelée, une envie d'innover et de remettre ma pédagogie en question. Les journées de l'APMEP, un remède sûr contre la routine qui peut gagner notre métier.

Thomas Lourdet

En images

Non contente d'arriver les bras chargés de viennoiseries pour nous mettre en appétit…



…**Valérie Larose**, notre sympathique présidente, maîtrise l'outil informatique et sait en faire profiter ses élèves comme ses collègues.

Elle a animé un des ateliers du matin sur l'utilisation du logiciel *Mathenpoche*.

Dans son atelier, **Rémy Coste** a plongé l'assistance dans des réflexions profondes, là aussi autour de l'utilisation des technologies nouvelles. Sa banque de problèmes nous a permis d'entrevoir les facettes de deux logiciels : le déjà bien connu *Geogebra* d'une part, et le tout récent *TI-Nspire,* développé par Texas Instrument, qui montre une impressionnante évolution vers le tout « sous le même toit ».

Un même logiciel regroupe les fonctionnalités d'un logiciel de calcul, de calcul formel, de tracé géométrique pure, ou analytique, d'un tableur, et même d'un tableur formel, tous ces différents outils étant en communication constante les uns avec les autres.

A travers les exemples traités se posent des questions de fond : Quel outil pour quel problème, quel problème pour quel outil ? Comment tenir compte du fait que l'outil lui-même conditionne la nature du travail de résolution ?

Regardez notre trésorière en plein travail, les brochures se vendent comme des petits pains…

Benoît le magicien a bien voulu animer le repas convivial proposé aux participants.

Il nous a emmené dans un monde à l'axiomatique radicalement différente de celui où nous évoluons d'habitude. Les morceaux de corde y sont de longueur variable, les élastiques fermés s'interpénètrent au mépris de toutes les règles topologiques et une même carte peut à la fois être posée dans la main du spectateur et surgir au milieu du paquet.

Les professeurs présents ont accepté de bonne grâce de renoncer à leur vieux fonds de rationalité pour se prêter à cette promenade originale. Et ce d'autant plus facilement que Benoît nous y a entraîné avec beaucoup de gentillesse, d'humour et de simplicité ! Un grand merci à lui.

Il ne faut pas en perdre l'appétit. Le buffet préparé par les membres du comité a permis à tous de se restaurer et de s'abreuver tout en poursuivant les échanges

Quelle culture mathématique pour le citoyen ?

Question qui nous a été illustrée l'après-midi par **Philippe Dutarte**.

Porte-parole d'une équipe de l'IREM Paris-Nord qui réfléchit depuis longtemps sur le sujet, il nous a montré comment le professeur de mathématiques a un rôle essentiel à jouer pour armer ses élèves de vrais outils lui permettant de réfléchir par lui-même, de comprendre, voire de décider, en un mot de devenir, une fois adulte, un citoyen responsable.

A travers des exemples bien choisis, il nous a montré quelle utilisation réaliste et pertinente il pouvait être fait des parties de programme de lycée, et bientôt de collège, du bloc « statistiques et probabilités ».

Vous pourrez lire, dans un prochain numéro de *PLOT*, le compte-rendu de l'atelier qu'il avait animé aux journées de Besançon sur le même sujet.

En complément, Roger Laurent vous recommande l'ouvrage suivant :

Les sondages d'opinion publiques
Jean Stoetzel, Alain Girard
PUF, Le psychologue, 1979

Quelques sites :

- **pour télécharger les logiciels**

Mathenpoche
http://mathenpoche.sesamath.net/
Geogebra
http://www.geogebra.org/download/
TI-Nspire CAS (version limitée à 30 jours)
http://education.ti.com/educationportal/downloadcenter/SoftwareDetail.do?website=FRANCE&tabId=1&appId=6667

- **pour revoir Benoît le magicien**

www.instantmagique.net
Le secret est dans les points blancs !

Dénombrable et cordes à nœuds ... Continu et corde lisse

Cet article résulte de réflexions « pas toujours ordonnées » sur des mots que nous rencontrons dans notre activité d'enseignants et de matheux… Voici, en vrac, certains de ces mots ou objets : autant que, dénombrable, continu, droite numérique.

Autant que et dénombrement

Voici deux problèmes qui sont fréquemment posés à des enfants de l'école maternelle :

- dire si deux collections ont autant d'éléments l'une que l'autre.
- compléter une collection de façon à ce qu'elle ait autant d'éléments qu'une autre.

Ils peuvent procéder par une « correspondance terme à terme » proche parente de notre bijection et qui nous renvoie au « autant que » ou bien les élèves peuvent compter les éléments de chaque collection en les énumérant et utiliser ce résultat pour conclure ou compléter selon la question posée.

Ensembles de nombres

Durant leur scolarité, les élèves abordent les entiers naturels, les décimaux, les rationnels (ou fractions à l'école primaire) et les réels au-delà.

Dans les premières années de la scolarité, les nombres entiers permettent de « dénombrer » des collections d'objets.

Comme le nombre permet également de traiter des problèmes de mesure « en particulier », on introduit de nouveaux nombres que sont les décimaux et les fractions qui nous permettent alors de traiter de « grandeurs continues » que sont les longueurs, les masses. Il y a alors une césure qui est parfois explicitée par :

- Les nombres entiers 2 et 3 se suivent ; ce que l'on peut éclairer par : entre le 2 et le 3 Février, (pour les ordinaux) on ne peut intercaler aucun jour , on a 2 billes ou 3 billes (pour les cardinaux). mais on ne peut avoir plus que 2 et moins de 3 sauf en les cassant ce qui leur enlève beaucoup d'intérêt
- Par contre entre deux longueurs dont la mesure serait 2 m pour l'une et 3 m pour l'autre, on peut construire des longueurs de mesure intermédiaire.

Nous pouvons résumer cela par : d'un côté les entiers naturels permettent de « dénombrer » de l'autre les décimaux, les fractions puis les réels traitent des grandeurs « continues ».

Plus tard, certains élèves apprendront que ces ensembles (décimaux, fractions et bien d'autres) peuvent être mis en « bijection » avec l'ensemble des entiers. On dira alors que ces ensembles ont la puissance du « dénombrable » ; mais que par contre, l'ensemble des réels, lui, ne peut être mis en bijection avec l'ensemble des entiers et on dira qu'il a la puissance du « continu ». Ce que l'on peut regarder ainsi :

- jusqu'à un certain moment $\mathbb{N}$, est vers le dénombrable et $\mathbb{D}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$ sont vers le continu,
- puis ensuite, $\mathbb{N}$, $\mathbb{D}$, $\mathbb{Q}$ sont vers le dénombrable et $\mathbb{R}$ est vers le continu.

La droite numérique et l'ensemble des réels

J'ai bien conscience de ne pas être le premier à critiquer cette visualisation qui continue à figurer dans de multiples livres scolaires. Je voudrais donc ajouter une pierre à ces critiques.

Souvent la droite numérique est regardée comme justifiant le fait qu'entre deux points il y en aurait une infinité ; ceci étant souvent considéré comme une caractéristique du « continu ».

Imaginons une « décidroite numérique » constituée de l'ensemble des points à abscisse décimale ou une « fractiodroite numérique » constituée de l'ensemble des points à abscisse fractionnaire ou enfin une « algébricodroite numérique » constituée de l'ensemble des points à abscisse algébrique ; ces 3 objets ont bien sûr la propriété qu'entre deux quelconques de leurs points, il y en a une infinité. Cette propriété, pour beaucoup de nos élèves et parfois même des enseignants leur donne un statut de droite et les arguments montrant l'aspect extrêmement « troué » de nos pseudo-droites, me semblent peu convaincants quel que soit le microscope souvent proposé pour une meilleure visualisation de ces trous.

Pour la comparaison d'ensembles infinis, il nous est proposé des bijections trop souvent traduites par « ces deux ensembles ont autant d'éléments l'un que l'autre ». Mais ce « autant que » se heurte au sens classique de ce terme. Par

exemple, une bijection entre $\mathbb{N}$ et $\mathbb{D}$ se heurte à l'évidence car, malgré la bijection acceptée et même comprise, $\mathbb{D}$ contient des éléments que ne contient pas $\mathbb{N}$. Je pense donc qu'il est bien de doubler la bijection d'une possible énumération des éléments de ces ensembles.

Pour essayer de mieux comprendre cette dénombrabilité de $\mathbb{D}$, je vous en propose donc une autre visualisation. Ne tenant pas compte de l'ordre « naturel » sur les décimaux, je vais ici donner un moyen de les énumérer, ce qui pourra, je l'espère, donner d'autres images pour que ce « autant que » que l'on utilise pour parler des « cardinaux » soit mieux compris.

Équipotence de $\mathbb{N}$ et de $\mathbb{D}$

Voici ci-dessous un quadrillage dont chaque nœud représente un décimal et tel que tout décimal est représenté par un nœud (le dessin vient après cette explication) et un chemin permettant de passer par tous ces nombres. Ce chemin peut être vu comme une corde à nœuds dont le début correspondrait au point (0,0).

L'axe horizontal donne les parties entières des nombres décimaux (pour les nombres négatifs, on prendra la partie entière plus un) et le demi-axe vertical donne la partie décimale avec l'astuce suivante 1000 correspond à la partie décimale 0001 de façon à permettre l'obtention de toutes les parties décimales possibles (Pour être plus clair, donnons deux autres exemples :

- le point d'abscisse 345 et d'ordonnée 820 correspond au nombre décimal 345,028
- le point d'abscisse -2 et d'ordonnée 10602 correspond au nombre décimal -2,20601

De même trois exemples ont été indiqués sur ce quadrillage. Bien entendu, sur cette corde à nœuds, l'ordre n'est pas respecté. Nous trouvons comme premiers décimaux numérotés sur notre corde à nœuds :

0	1	1,1	0,1	-1,1	-1	-2	-2,1
-2,2	-1,2	0,2	1,2	2,2	2,1	2	etc.

Voici deux exercices de repérage.

A quel nœud correspond le nombre 5,28 ? *(La réponse est 13535)*

Quel est le nombre décimal qui est situé au 2007e nœud ? *(La réponse est -31,8)*

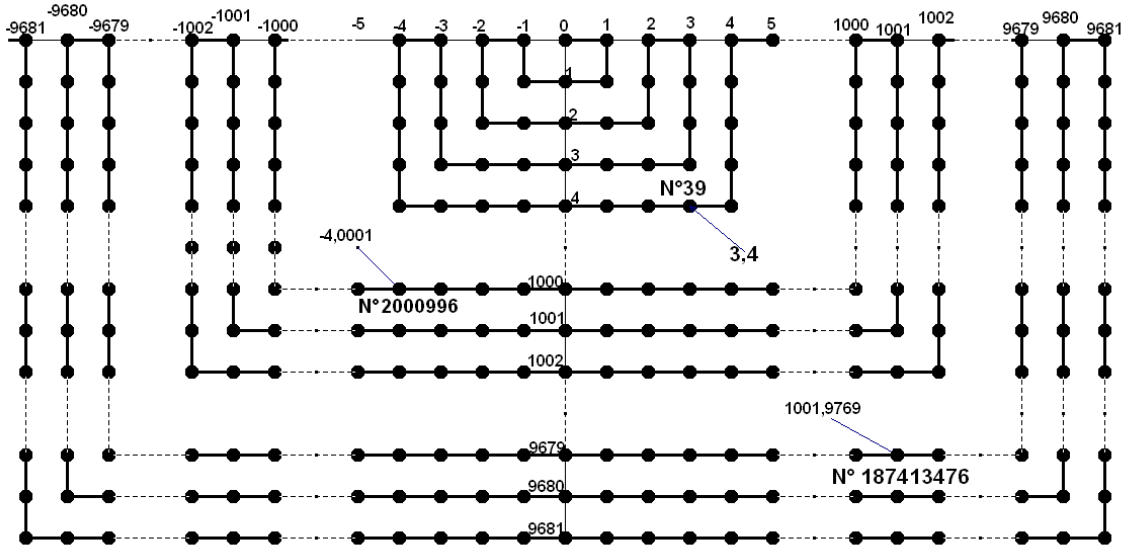
Pour ceux qui souhaitent aller plus loin, une formalisation de la bijection est disponible sur le site internet :

http://www.apmep.asso.fr/spip.php?rubrique95

Trouvant personnellement sympathique cette visualisation, un de mes songes actuels serait de trouver pour d'autres ensembles dénombrables mais tellement plus nombreux que l'ensemble des entiers naturels, des énumérations permettant une visualisation de cette dénombrabilité.

Derrière cette corde à nœuds qui nous a fait nous élever jusqu'aux décimaux et qui nous amènera dans un jour prochain à de plus incroyables hauteurs, on sait bien en adepte du « Mens sana in corpore sano » que la maîtrise de la corde à nœuds n'est qu'un prétexte pour un travail sur la corde lisse qui nous renvoie à $\mathbb{R}$ ou à certains de ses sympathiques équipotents : $\mathbb{C}$, $\mathbb{R}^n$ ou des ensembles de fonctions etc.

Jean-Pierre Massola



Association des **P**rofesseurs de **M**athématiques de l' **E**nseignement **P**ublic

La régionale Ile-de-France de l'APMEP

organise

les Journées Nationales 2010.

Vous vous sentez l'âme d'un organisateur, vous avez le sens commercial, vous avez des idées à revendre, ou vous êtes juste tenté de vous engager dans ce projet délicat, certes, mais passionnant,

venez vous joindre à nous.

Première réunion préparatoire,

mercredi 26 mars 2008 à partir de18 h

au local de l'association

26, rue Duméril, PARIS 13e

Après une rapide présentation de l'avancée de notre réflexion, des groupes de travail se créeront et s'organiseront pour atteindre un seul but : faire de ces journées un moment d'échange et de convivialité qui marquera les esprits, un événement digne du centenaire de l'association.

Nous espérons nous compter nombreux....

Pour tous renseignements, pour poser vos questions, contactez
Valérie Larose (vlarose@club-internet.fr / 01 64 49 39 29)
ou Sébastien Dassule (sdassule.apmep@gmail.com / 06 09 99 30 82)