chantiers de pédagogie mathématique

Bulletin bimestriel de la Régionale Parisienne – Mars-Avril 1971 – CAHIER 15

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

# L'essentiel

Aucun lecteur de ces *cahiers* ne peut se méprendre sur nos intentions. Si des circonstances telles qu'une malencontreuse circulaire officielle ont provoqué ici certains articles polémiques, la nécessité de répliquer à des critiques non fondées ou de nous opposer à des manœuvres qui compromettent la réforme ne nous font pas perdre de vue l'essentiel...

*... qu'il n'est sans doute pas inutile de préciser encore une fois.*

*La réforme de l'enseignement mathématique prend toute sa signification si et seulement si elle concerne* ***le contenu, la forme*** *et* ***le climat*** *de cet enseignement, ces trois aspects n'étant évidemment pas indépendants l'un des autres et si elle s'étend à tous les degrés de l'enseignement, de la Maternelle à l'Université. A n'en considérer qu'un seul, on s'engage dans des difficultés inextricables. A ne vouloir plus s'occuper que des programmes, le contenu, la Commission Lichnerowicz en sait quelque chose. Mais certains pédagogues-théoriciens ont couru un péril symétrique quand ils imaginaient pouvoir réformer les méthodes en maintenant des programmes en contradiction avec les principes didactiques qu'ils voulaient instaurer : il y a des mauvaises mathématiques qui ne peuvent s'administrer que comme des corrections (au sens de la fessée).*

*Un des caractères fondamentaux de la réforme tient donc à la nécessité de n'en pas séparer les divers aspects. Ce qu'on a appelé, bien fâcheusement, modernisation a surtout pour but de proposer à l'enfant, tout au long de sa scolarité, de construire la mathématique dont il aura besoin. Non pas des recettes ou des formules, par conséquent, mais une certaine familiarité avec des notions de base grâce auxquelles il pourra, dans la suite de sa formation ou de ses activités, s'adapter aux conditions de vie qui seront les siennes. C'est pourquoi les notions ensemblistes et les principes de la logique jouent un si grand rôle dans les « nouveaux » programmes actuels, pourquoi l'étude détaillée du magnifique édifice de la géométrie euclidienne doit être abandonnée (j'ai dit : l'étude détaillée).*

*Les sciences de l'éducation nous ont appris ou ont commencé à nous apprendre comment l'intelligence de l'enfant se formait. Les mathématiciens réfléchissant sur leur propre activité ont mis en évidence certaines démarches de l'esprit très proches de celles de l'enfant qui acquiert ou plutôt conquiert une notion nouvelle. Cette convergence des données de la science mathématique elle-même et des sciences de l'éducation : une chance à saisir pour réformer nos méthodes. De même que sur les pentes de la montagne les cailloux ont tendance à rouler vers la vallée, toute méthode didactique s'use à l'épreuve du temps, s'affadit, se pervertit de dogmatisme. Plusieurs fois au cours de sa carrière,*

*chaque année peut-être, le pédagogue s'efforce de réviser ses manières de faire. Il aspire à une maîtrise des méthodes actives qui lui paraît parfois hors de sa portée. Il est d'autant plus heureux de profiter d'un changement de programme qui est un changement de perspective pour tenter de donner enfin à l'élève la possibilité effective de construire sa propre mathématique.*

*Vue de l'esprit, prétention folle, objectent certains qui, en réalité, ne considèrent pas que la profonde mutation des méthodes didactiques soit nécessairement liée à la modernisation des programmes. Il est vrai que, pour les tenants du dogmatisme (même s'ils enveloppent leurs propos de divers habillages), il y a dans les mathématiques « modernes » autant de recettes à administrer que dans les classiques. Ils voient même dans la méthode axiomatique une sorte de modèle parfait pour un enseignement organisé à l'extrême avec la rigidité d'un règlement administratif. Mais on ne saurait plus délibérément tourner le dos à la réforme.*

*Par la conjonction d'une nouvelle conception des programmes (rénovés par étapes successives et assouplis dans leur application) et d'un développement systématique des méthodes actives, la réforme doit et peut créer ce que j'appellerai* ***un nouveau climat*** *de l'enseignement mathématique.*

*Pour l'élève, qu'il y trouve l'occasion et les moyens de former son intelligence et son caractère! Vœu réaliste parce que déjà en voie de réalisation : la réussite incontestable de la réforme dans les Cours Préparatoires ou les Sixièmes l'atteste. Non seulement la formation mathématique y trouve son compte (et qui niera son importance pour les adultes de 1980) mais, très immédiatement, les élèves prennent goût à ces jeux... qui vont loin. Dans le déroulement de la classe, les programmes perdent alors progressivement de leur importance ; leur forme doit évoluer en conséquence : ne plus prévoir, à la virgule près, ce qui doit être enseigné mais présenter des thèmes susceptibles de développement, donner des modes de présentation, des informations pour guider les maîtres sur l'intérêt d'étudier tel thème plutôt que tel autre.*

*L'école dans son ensemble en sortira transformée. Plus ouverte sur les réalités du monde, vouée comme toujours à maintenir les bases d'une culture mais tournée principalement vers l'élaboration de la culture d'aujourd'hui ; ce que Comenius réclamait quand il disait « que votre école soit un atelier d'humanité! ». École transformée et par conséquent fonction enseignante transformée : c'est même la transformation profonde du rôle des maîtres qui entraînera l'évolution de l'école.*

*Celle-ci ne sera pas réalisée par des circulaires ministérielles mais par une suite d'efforts persévérants de tous ceux que l'école concerne : les élèves, les parents, les administrateurs et surtout les maîtres. Nous ne réclamons pas la réforme pour nous reposer mais, bien au contraire, parce que nous revendiquons les principales responsabilités dans la gestion de notre enseignement. Ce climat dont nous avons pu seulement esquisser les principaux aspects, s'il est celui d'une plus grande liberté dans l'action éducatrice, accroît d'autant les devoirs du maître. Les éducateurs dans leur ensemble ne pourront assumer ces charges qu'en coordonnant leurs efforts, en réunissant leurs expériences. C'est pourquoi, nous ne nous lasserons pas de répéter : donner vie et vigueur aux I.R.E.M., noyaux académiques de la réforme, donner vie et vigueur aux Régionales de l'A.P.M.E.P. Si nous avons pu éditer ces Cahiers de formation permanente que sont les* Chantiers de Pédagogie Mathématique, *c'est parce que le besoin a été ressenti de réunir nos réflexions pour mieux coordonner nos efforts. Ceci pour que la réforme s'amorce. A plus forte raison pour qu'elle se développe!*

G. W.

## Sommaire du cahier 15

68 S. TURNAU : Le problème de la démonstration dans l'enseignement moderne de la mathématique.

72 **La réforme en actes :** Activités préparatoires à la résolution d'équations (BOULADE, HAMEAU, LAURENT); deux additions (W. M.); coquetterie cartésienne (E. D.); sur le pavé (G. W.).

79 J. SAUVY : Enseignement mathématique et psychologie de l'enfant.

83 G. W. : La réforme en Quatrième.

87 I.R.E.M. de Lyon : F.P.M.

90 **Lectures actuelles ou inactuelles.**

93 **Parmi nos lettres.**

94 La petite chronique de l'antiréforme.

95 **Le bloc-notes de la Régionale.**

## N.D.L.R.

Des informations importantes doivent être notées par nos lecteurs.

### 1° Assemblée générale annuelle de la Régionale Parisienne.

Le jeudi 6 mai 1971, à 14 h 30, amphithéâtre Hermitte, Institut Henri-Poincaré, 11, rue Pierre-et-Marie-Curie, Paris-5e.

Présentation et discussion des rapports d'activité et financiers ; discussion préparatoire à l'assemblée générale de Toulouse (voir *Bulletin* national 278) ; renouvellement du Comité de la Régionale (à ce sujet, adresser dès que possible les candidatures à l'adresse rappelée ci-dessous.

La réunion se terminera par une conférence mathématique dont le sujet et l'auteur seront précisés ultérieurement par circulaire.

### 2° Pour l'assemblée de Toulouse.

Les membres de l'A.P.M.E.P. auront reçu ou vont incessamment recevoir les bulletins de vote pour l'assemblée générale de Toulouse : à envoyer avant le 10 mai. Pour les votes sur le rapport d'activité du Président Colmez et sur le rapport financier du Trésorier Clopeau, ils se reporteront au *Bulletin* 278.

Les élections 1970 pour le renouvellement partiel du Comité national leur ont montré l'importance de ce scrutin pour l'orientation de l'activité de l'association. Qu'ils se reportent aux déclarations de candidature et sachent choisir parmi tous les partisans de la réforme ceux qui ne le sont pas du bout des lèvres, ceux qui n'ont pas essayé de la torpiller.

« Alors, me dit cet éminent mathématicien, vous allez continuer longtemps à publier des gadgets pédagogiques ! Ne pensez-vous pas que ça suffit ? » Je répondrais volontiers, car j'ai ma petite idée ; mais je préfèrerais que les lecteurs le fassent. Celui que j'appelle l'éminent mathématicien a une opinion sur la réforme des enseignements élémentaires et elle n'est pas défavorable en principe ; mais je crois qu'il n'a jamais enseigné au Cours Moyen non plus qu'en Quatrième. Or, c'est l'avis des praticiens qui compte par-dessus tout.

Adressez vos remarques ou vos critiques sur l'activité de la Régionale et sur ses publications à Gilbert Walusinski, 26 Bérengère, 92-Saint-Cloud.

N.D.L.R. — *Avec un grand plaisir — plaisir sérieux et plaisir amical — nous publions ici un article de M. Stefan TURNAU. Professeur à l'École Normale Supérieure de Cracovie où il travaille à la formation des maîtres et aux recherches pour la réforme de l'enseignement mathématique, notre éminent Collègue est un proche collaborateur de M^me^ Zofia Krygowska dont nous publierons prochainement l'importante conférence qu'elle a prononcée pour la Régionale Parisienne. A l'occasion d'un séjour de plusieurs semaines en France, nous avons pu rencontrer M. Turnau, le recevoir dans nos classes et discuter avec lui. Nous avons tous beaucoup à apprendre par de tels contacts.*

*Il est bon de mentionner que l'article présenté ici a été écrit directement en français par son auteur. Le sujet n'en est pas facile et dépasse peut-être les préoccupations immédiates de beaucoup de nos lecteurs qui enseignent à l'école élémentaire. Il nous a paru pourtant que nous aurions tous une leçon à tirer des remarques de notre Collègue à qui nous tenons à dire notre reconnaissance fraternelle.*

*Stefan TURNAU*

# Le problème de la démonstration dans l'enseignement moderne de la mathématique

La démonstration et son rôle dans la structure d'une théorie mathématique appartient à ce qu'on appelle la méthode mathématique. De plus, c'est un des éléments les plus importants de cette méthode. Par conséquent, l'introduction d'une notion correcte et exacte de la démonstration doit être reconnue comme un objectif important de l'enseignement.

Il ne s'agit certainement pas de dire *ex cathedra*, que « la démonstration c'est ceci ou cela » et qu' « un théorème ne sera pas reconnu avant d'avoir été démontré ». Il s'agit d'une approche inductive de la notion de démonstration et de son rôle, comme c'est le cas des autres notions mathématiques fondamentales.

Qu'est-ce qu'il y a à apprendre dans ce domaine?

1. On doit apprendre à distinguer un théorème donné comme un « énoncé vide » de son interprétation dans un modèle.

2. On doit apprendre à vérifier un énoncé-candidat pour un théorème dans différents modèles, en montrant que le résultat d'une telle vérification peut être positif ou négatif.

3. On doit convaincre que la démonstration est le seul argument en faveur de la vérité universelle d'un théorème, c'est-à-dire de sa vérité dans tous les modèles vérifiant les axiomes.

4. On doit rendre les élèves conscients du fait que les liaisons d'inférence constituent la seule légitimation d'une démonstration.

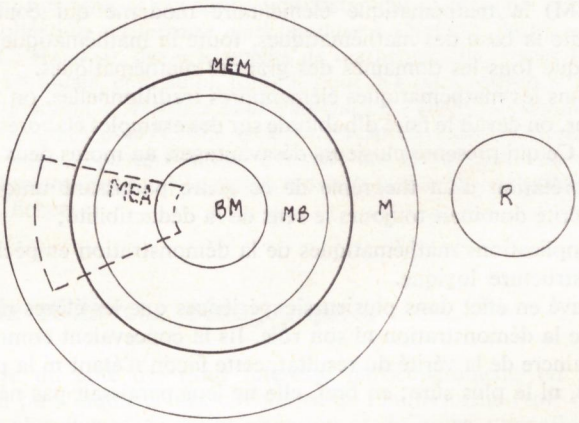
5. On doit expliciter certaines règles d'inférence et les enseigner pour rendre possible :

— d'apprécier une démonstration donnée;

— de trouver et rédiger des démonstrations simples.

Avant de développer ces idées et de présenter quelques propositions pédagogiques, on va dresser un schéma de la situation de la mathématique scolaire d'aujourd'hui.

Soit (BM) la base des mathématiques qui est constituée de toutes les notions fondamentales logico-ensemblistes qui forment le langage mathématique, conçues d'une façon tout à fait intuitive.




Soit (MB) la mathématique de base constituée des fondements (des axiomes, des notions fondamentales et des premiers théorèmes) des structures mathématiques les plus universelles.

Soit (M) les grandes mathématiques, le domaine du travail des mathématiciens.

Soit (R), enfin, la réalité.

Dans le développement historique des mathématiques, les grandes mathématiques furent les premières, inventées d'abord pour résoudre les problèmes réels, puis elles se sont épanouies, devenant des théories très abstraites, parfois appliquables.

La base de la mathématique vient en deuxième position dans l'histoire des mathématiques, et la mathématique de base en troisième.

Quant aux correspondances entre (M) et (BM), d'une part, et (R) de l'autre, on ne dira que ce qui suit :

— la correspondance entre (M) et (R) est réalisée par les applications des mathématiques;

— la correspondance entre (BM) et (R) est presque évidente si la réalité est conçue en tant que langue naturelle.

La correspondance entre (MB) et (R) est dans la plupart des cas la plus artificielle et en même temps la plus intéressante du point de vue pédagogique. Nous avons convenu de concevoir la mathématique de base comme le fondement des structures mathématiques les plus universelles. Mais ces structures sont relativement

simples et, comme telles, elles ne peuvent servir qu'à construire des schémas approchés de la réalité; trop approximatifs par conséquent pour avoir une validité pratique, pour être applicables aux problèmes réels. D'autre part, ils sont trop approximatifs pour que leurs liaisons avec la réalité soient visibles, évidentes, comme elles le sont, par exemple, dans les notions géométriques ou dans la dérivée. Il faut avoir beaucoup d'imagination pour faire entrer les mouvements d'un ascenseur dans le schéma d'un espace vectoriel.

On va compléter maintenant notre schéma en ajoutant la « patate » de la mathématique élémentaire ou scolaire. Soit (MEA) la mathématique élémentaire ancienne qui contenait pour une grande partie une certaine base et des fragments élaborés des mathématiques les plus anciennes : l'arithmétique, la géométrie et l'analyse mathématique.

Soit (MEM) la mathématique élémentaire moderne qui contient — on le suppose — toute la base des mathématiques, toute la mathématique de base et des bribes de presque tous les domaines des grandes mathématiques.

Quand, dans les mathématiques élémentaires traditionnelles, on voulait apprendre à démontrer, on devait le faire d'habitude sur des exemples élaborés, généralement, en géométrie. Ce qui présente plusieurs désavantages, au moins deux :

— l'interprétation d'un théorème de ce genre paraissant unique et évidente, le sens de sa vérité dominait toujours le sens de la déductibilité;

— les complications mathématiques de la démonstration empêchaient l'analyse exacte de sa structure logique.

On a prouvé en effet dans plusieurs expériences que les élèves ne comprenaient ni l'essentiel de la démonstration ni son rôle. Ils la concevaient comme une certaine façon de convaincre de la vérité du résultat, cette façon n'étant ni la plus claire, ni la plus commode, ni la plus sûre; en bref, elle ne leur paraissait pas nécessaire.

Pour apprendre à démontrer, la situation créée par la mathématique élémentaire moderne est très favorable. Voici pourquoi il en est ainsi :

1. Le langage utilisé maintenant est beaucoup plus formel et symbolique qu'autrefois, ce qui permet de mettre en relief le caractère formel du raisonnement.

2. Les théories considérées ne sont pas spécifiques, elles admettent même souvent des modèles finis faciles à construire, ce qui permet de montrer que le même énoncé peut être vrai dans un modèle et faux dans un autre, ce qui permet d'opposer le procédé de vérification complète à celui de la démonstration.

3. Le fait que les liaisons entre les théories et la réalité soient assez artificielles doit diminuer la tentation de substituer la vérification dans un modèle à la démonstration; il doit conduire à la conviction que le raisonnement est une chose « plus sérieuse » que la vérification.

Il semble qu'on n'ait pas encore suffisamment profité de la possibilité de construire de nombreux modèles des structures fondamentales pour la programmation d'une approche progressive de la notion de démonstration.

Disons enfin quelques mots sur la rédaction d'une démonstration. Dans un texte traditionnel de démonstration il y a toujours deux plans : l'un constitué des étapes successives de la démonstration et l'autre composé des « explications » ou « motivations », dont le but est, au fond, de trouver plus facilement les liaisons d'inférence entre les étapes. Le deuxième plan, jamais codifié, est toujours un peu secondaire, ce qui ne correspond pas du tout à son rôle.

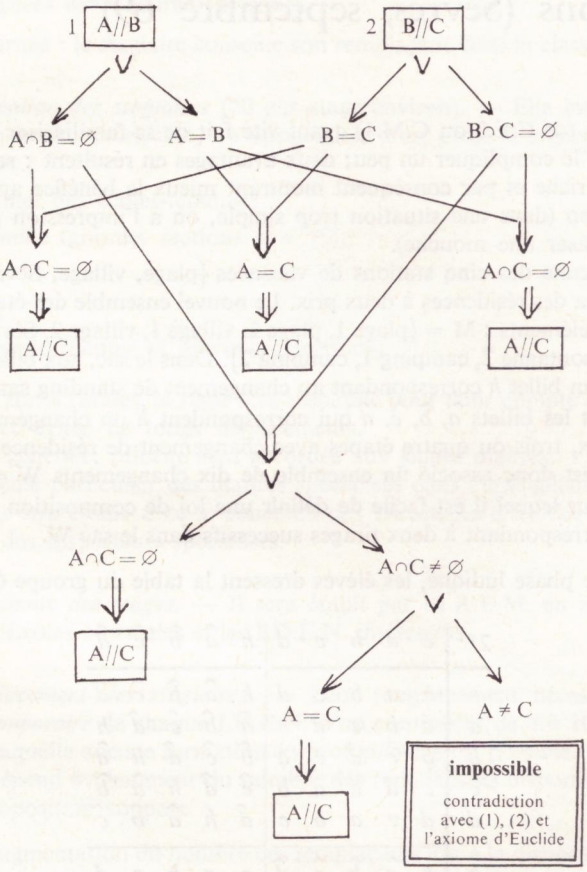
Il existe un autre mode de présentation des liaisons d'inférence, mode qui les met en relief : les graphes de démonstration. Pour mieux expliquer cette idée, on va se servir d'un exemple :

*Énoncé du théorème :* Si la droite A est parallèle à la droite B et si B est parallèle à la droite C, alors A est parallèle à C.

Soit en abrégé :

$$A /\!/ B \wedge B /\!/ C \Rightarrow A /\!/ C.$$

*Démonstration* (*N.D.L.R.* : le signe $\vee$ marque l'alternative; exemple : $A /\!/ B$, $A \cap B = \varnothing$ ou $A = B$).




Quand on considère une telle démonstration, on ne peut pas ne pas remarquer les flèches qui signalent les relations d'inférence. C'est elles qu'on voit tout d'abord, c'est elles qu'on retient avant tout. Il est bien évident qu'il est beaucoup plus facile de faire une analyse logique d'une démonstration écrite de la sorte, plutôt que traditionnellement. Peut-être ce fait aiderait-il à l'apprentissage du procédé de la démonstration.

S. T.

# La réforme en actes

## Activités préparatoires à la résolution d'équations (Sèvres, septembre 69)*

Les élèves (de C.E.2 ou C.M.1) ayant vite fait de se familiariser avec le jeu du voyage, il faut le compliquer un peu; deux avantages en résultent : regain d'intérêt, situation plus riche et par conséquent montrant mieux le bénéfice apporté par une mathématisation (dans une situation trop simple, on a l'impression de prendre un pavé pour écraser une mouche).

Dans chacune des cinq stations de vacances {plage, village, Sèvres, montagne, camping}, il y a des résidences à deux prix. Le nouvel ensemble des états est donc un ensemble à 10 éléments : M = {plage 1, plage 2, village 1, village 2, Sèvres 1, Sèvres 2, montagne 1, montagne 2, camping 1, camping 2}. Dans le sac, aux billets $a$, $b$, $c$, $d$, $e$, sont adjoints un billet $h$ correspondant au changement de standing sans changement de résidence et les billets $\hat{a}$, $\hat{b}$, $\hat{c}$, $\hat{d}$ qui correspondent à un changement de station pour une, deux, trois ou quatre étapes avec changement de résidence. A l'ensemble des dix états est donc associé un ensemble de dix changements W = $\{a, b, c, d, e, h, \hat{a}, \hat{b}, \hat{c}, \hat{d}\}$ sur lequel il est facile de définir une loi de composition interne encore notée $*$ et correspondant à deux tirages successifs dans le sac W.

Après une phase ludique, les élèves dressent la table du groupe (W, $*$).

| $2*^1$ | $e$ | $a$ | $b$ | $c$ | $d$ | $h$ | $\hat{a}$ | $\hat{b}$ | $\hat{c}$ | $\hat{d}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $e$ | $e$ | $a$ | $b$ | $c$ | $d$ | $h$ | $\hat{a}$ | $\hat{b}$ | $\hat{c}$ | $\hat{d}$ |
| $a$ | $a$ | $b$ | $c$ | $d$ | $e$ | $\hat{a}$ | $\hat{b}$ | $\hat{c}$ | $\hat{d}$ | $h$ |
| $b$ | $b$ | $c$ | $d$ | $e$ | $a$ | $\hat{b}$ | $\hat{c}$ | $\hat{d}$ | $h$ | $\hat{a}$ |
| $c$ | $c$ | $d$ | $e$ | $a$ | $b$ | $\hat{c}$ | $\hat{d}$ | $h$ | $\hat{a}$ | $\hat{b}$ |
| $d$ | $d$ | $e$ | $a$ | $b$ | $c$ | $\hat{d}$ | $h$ | $\hat{a}$ | $\hat{b}$ | $\hat{c}$ |
| $h$ | $h$ | $\hat{a}$ | $\hat{b}$ | $\hat{c}$ | $\hat{d}$ | $e$ | $a$ | $b$ | $c$ | $d$ |
| $\hat{a}$ | $\hat{a}$ | $\hat{b}$ | $\hat{c}$ | $\hat{d}$ | $h$ | $a$ | $b$ | $c$ | $d$ | $e$ |
| $\hat{b}$ | $\hat{b}$ | $\hat{c}$ | $\hat{d}$ | $h$ | $\hat{a}$ | $b$ | $c$ | $d$ | $e$ | $a$ |
| $\hat{c}$ | $\hat{c}$ | $\hat{d}$ | $h$ | $\hat{a}$ | $\hat{b}$ | $c$ | $d$ | $e$ | $a$ | $b$ |
| $\hat{d}$ | $\hat{d}$ | $h$ | $\hat{a}$ | $\hat{b}$ | $c$ | $d$ | $e$ | $a$ | $b$ | $c$ |

(*) La première partie de cette étude a paru dans le cahier n° 14.

Ce qui peut aussi être schématisé plus visuellement.

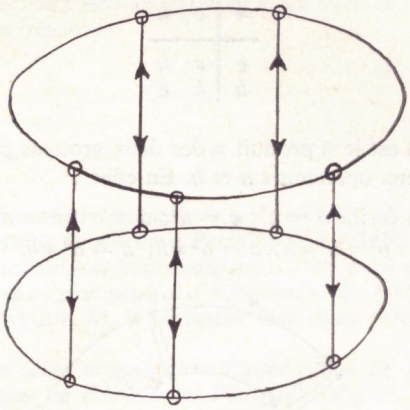


FIG. 1.

*Remarques :* 1° Établir la table permet de vérifier que les caractères du groupe, sont bien tous présents dans (W, $*$).

2° La résolution d'équations simples est motivée de la même façon que précédemment (un billet oublié $x$) :

$$b * x * \hat{c} = \hat{a} * \hat{c}.$$

Puisque $b * c = e$ et $\hat{d} * \hat{a} = e$ :

$$(c * b) * x * (\hat{d} * \hat{a}) = c * (\hat{a} * \hat{c}) * \hat{a}$$
$$x = \hat{c}$$

ce qu'une vérification confirme.

Les circonstances — les journées 1969 de la Régionale — n'ont pas permis d'étudier d'autres exemples; ceux-ci suffisent pourtant à montrer dans quelle voie nous nous engagions. L'étude pour lui-même du dernier groupe mériterait d'être faite.

BOULADE, HAMEAU, LAURENT.

## Deux additions

1. Le premier groupe étudié par nos Collègues (cahier 14, p. 44) est *le groupe cyclique d'ordre 5.* Il est complètement engendré par l'un quelconque de ses éléments sauf le neutre. Par exemple :

$$a * a = b,\ a * a * a = c,\ a * a * a * a = d$$
$$a * a * a * a * a = e.$$

Plus généralement

$$\underbrace{a * a * \ldots * a}_{n} = x$$

où $x = e$ ssi $n$ est un multiple de 5, $x = a$ ssi $n$ est égal à un multiple de $5+1$, etc. (*)

(*) Nous écrivons *ssi* pour « ... si et seulement si ... ».

Il existe un groupe d'ordre 2 et un seul, soit $(\{e, h\}, *)$ que l'on peut considérer comme engendré par $h$.

| $*$ | $e$ | $h$ |
|---|---|---|
| $e$ | $e$ | $h$ |
| $h$ | $h$ | $e$ |

Le groupe (W, $*$) est le « produit » des deux groupes précédents au sens qu'il est engendré par les deux opérateurs $a$ et $h$. En effet :

$b = a*a$ que l'on écrira $b = a^2$; $c = a^3$; $d = a^4$; $e = a^5 = h^2$; $\hat{a} = a*h$;
$\hat{b} = a^2*h$; $\hat{c} = a^3*h$; $\hat{d} = a^4*h$.

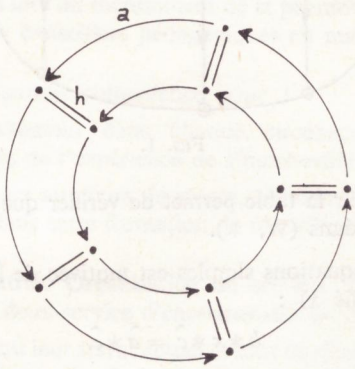



FIG. 2.

Le diagramme II suggère aussi une autre représentation, celle que DIENES appelle le village aux 10 maisons : avec des rues circulaires à sens unique (toutes les deux dans le même sens) et des rues « axiales » à double sens. La ressemblance avec la circulation des voitures autour d'une célèbre place parisienne n'a pas besoin d'être soulignée à ceci près que la ressemblance serait complète s'il y avait 24 maisons ($12 \times 2$) au lieu de 10; et l'existence d'un passage souterrain rompt le charme...

2. Durant les journées de Sèvres, nous nous étions appliqués à ne considérer que des situations pouvant servir de représentation à des groupes. L'intérêt de cette structure sera mieux comprise si, par contraste, d'autres exemples n'ayant pas la même structure sont étudiés. D'autre part, les exemples précédents utilisent un matériel non numérique; il est certainement bon de faire calculer sur autre chose que des nombres; cela n'exclut pas, faut-il le répéter, le recours aux nombres : c'est heureusement inévitable. Voici un exemple :

### *Sur le cadran de la pendule*

Il y a les douze nombres 1, 2, 3, ..., 11, 12. Sur l'ensemble C de ces douze nombres, une « multiplication » notée $\otimes$ sera facilement définie. Par exemple :

$$5 \otimes 3 = 5 \oplus 5 \oplus 5 = 3$$

en donnant à l'opération notée $\oplus$, faire tourner l'aiguille de 5 « crans », puis de 5 « crans », puis de 5 crans. On suppose qu'on part de 12, on arrive à 3.

Établir la table suivante sera une manière de révision des multiplications ordinaires par 12.

| $\otimes$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 2 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | **12** | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 |
| 3 | 3 | 6 | 9 | **12** | 3 | 6 | 9 | **12** | 3 | 6 | 9 | 12 |
| 4 | 4 | 8 | **12** | 4 | 8 | **12** | 4 | 8 | **12** | 4 | 8 | 12 |
| 5 | 5 | 10 | 3 | 8 | 1 | 6 | 11 | 4 | 9 | 2 | 7 | 12 |
| 6 | 6 | **12** | 6 | **12** | 6 | **12** | 6 | **12** | 6 | **12** | 6 | 12 |
| 7 | 7 | 2 | 9 | 4 | 11 | 6 | 1 | 8 | 3 | 10 | 5 | 12 |
| 8 | 8 | 4 | **12** | 8 | 4 | **12** | 8 | 4 | **12** | 8 | 4 | 12 |
| 9 | 9 | 6 | 3 | **12** | 9 | 6 | 3 | **12** | 9 | 6 | 3 | 12 |
| 10 | 10 | 8 | 6 | 4 | 2 | **12** | 10 | 8 | 6 | 4 | 2 | 12 |
| 11 | 11 | 10 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 12 |
| 12 | 12 | 12 | 12 | 12 | 12 | 12 | 12 | 12 | 12 | 12 | 12 | 12 |

Cette table met en évidence :

— la multiplication $\otimes$ est commutative;

— 1 est neutre pour cette multiplication;

— 12 est absorbant.

Il y a plus étrange : ces 12, cet absorbant, disséminés dans la table : jusqu'à cinq 12 dans la ligne 6!

Quant aux équations, plusieurs cas se présentent :

$$\{x \in C \mid 3 \otimes x = 7\} = \varnothing$$
$$\{x \in C \mid 3 \otimes x = 6\} = \{2, 6, 10\}$$
$$\{x \in C \mid 5 \otimes x = 7\} = \{11\}.$$

Plus tard, après le C.M.2, nous retrouverons cet exemple (en définissant sur C une addition et une multiplication); mais, ici, nous laissons à dessein l'exemple ouvert : des amateurs sauront y puiser d'autres richesses.

William MOUNTEBANK.

# Coquetterie cartésienne

Où ai-je lu (ou entendu) que la notion de produit cartésien était difficile? Elle est si fréquente dans toutes sortes de situations très réelles que je ne parviens pas à imaginer que les enfants puissent y être allergiques.

Ayant eu l'occasion de la présenter ailleurs par l'exemple d'un menu à prix fixe autorisant certains choix, je voudrais aujourd'hui examiner les questions que se pose une élégante jeune fille, Anne, qui marque des hésitations bien compréhensibles

devant une abondante garde-robe : comment s'habillera-t-elle? Elle a le choix entre trois robes, la blanche (*b*), la rose (*r*), la verte (*v*). Elle opte pour la verte.

Nouvelle hésitation pour le choix des chaussures de ville (*i*) ou de sport (*s*). Allons pour le sport!

Mais alors quel manteau? Celui d'hiver (*h*) doublé de fourrure ou le simple imperméable (*m*). C'est la pluie qui menace, il faut prendre *m*.

Le chapeau de pluie (*p*) s'impose donc alors que la toque de fourrure (*f*) aurait convenu à un jour plus frais et que par beau temps, Anne aime être tête nue (*n*).

La tenue de notre élégante se trouve mathématiquement précisée par un quadruplet (*v*, *s*, *m*, *p*) dans lequel l'ordre tient, comme on dit, à la nature des choses. La succession des choix est figurée par le diagramme ci-contre, extrait d'un arbre dont il est facile de calculer combien il aurait de branches à son faîte : $3 \times 2 \times 2 \times 3 = 36$. Anne dispose en principe de 36 tenues différentes, même si elle en écarte certaines pour des motifs qui lui appartiennent et qui ne sont pas de notre ressort.

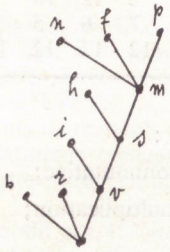



FIG. 3.

Cet exemple n'a rien de bien original. Il peut suggérer aux enfants d'inventer d'autres exemples. A mes yeux, il a le mérite d'être le produit cartésien de quatre ensembles; se limiter à deux, aux représentations planes (tableaux à double entrée) ne marque pas suffisamment la portée de la notion. Je voudrais que le mur de la classe se couvre d'arbres de toutes les couleurs et tous plus ramifiés les uns que les autres.

E. D.

# Sur le pavé

On ne devrait jamais oublier le rôle du pavé (je veux dire du parallélépipède) dans l'enseignement mathématique. Voici deux aspects d'une utilisation.

## 1. Comparer les aires des plaques

Le mot « pavé » remplace avantageusement « parallélépipède » et, depuis 1968, l'Éducation Nationale (reconnaissante) l'a adopté. Dans le plan, parallélogramme subsiste que je propose de remplacer par « plaque ».

Sur le cahier, le quadrillage imprimé propose aussitôt des plaques rectangulaires; le dénombrement des petits carreaux élémentaires permet une « mesure » des surfaces,

la détermination (ou le calcul) d'une aire. La difficulté commence avec les plaques non rectangulaires : *comment quarrer les plaques obliques?*

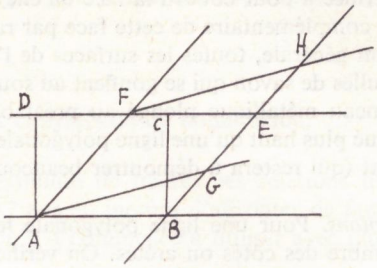



FIG. 4.

Par *glissement* du côté GH sur la droite support, la plaque oblique (AGHFA) est remplacée par la plaque encore oblique (ABEFA). On vérifie l'invariance de l'aire, la surface triangulaire FEH s'appliquant sur la surface triangulaire ABG par la translation E↦B.

Par *glissement* du côté FE sur la droite support, la plaque oblique (ABEFA) est remplacée par la plaque (ici rectangulaire) (ABCDA). On vérifie l'invariance de l'aire, la surface triangulaire BCE s'appliquant sur la surface triangulaire ADF par la translation B↦A.

Se ramener à une plaque rectangulaire n'est intéressant que si on travaille sur un quadrillage rectangulaire. La méthode précédente s'appliquerait encore si le quadrillage était oblique, les « unités » étant différentes « en abscisse et en ordonnée ». Ce qui prouve, comme on le dira bien plus tard aux élèves, que la mesure des aires planes est une notion affine.

L'intérêt de la construction précédente est la liberté qu'elle nous donne de construire une plaque d'aire donnée et dont les côtés seront parallèles à deux directions données quelconques pourvu qu'elles soient distinctes.

Pour l'instant, je veux en rester au pavé, à la plaque. La mesure des aires, dans le cas des surfaces compliquées, pose un autre problème très intéressant, celui des approximations. Il faudra y revenir spécialement.

## 2. Bords et cobords

[D'après l'émission des *Chantiers Mathématiques* intitulée « Bords », due à notre Collègue G.-Th. GUILBAUD.]

Par définition, le *bord* d'un segment noté [AB] est l'ensemble {A, B} de ses extrémités. Le segment est un *cobord* de {A, B}.

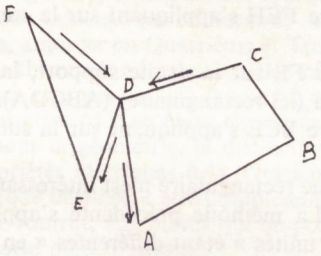
Une ligne polygonale [ABCDEF] aura donc pour bord la paire {A, F} et constituera un cobord de cette paire. La ligne polygonale fermée [ABCDEFA] n'a pas de bord. Une paire de points a une infinité de cobords. Tout ce qui vient d'être dit sur une ligne polygonale est valable que cette ligne soit plane ou gauche.

Ce cube de bois est un pavé qui a pour bord la surface du cube; cette surface est un assemblage de six faces qui sont des carrés. Cette surface du cube a pour cobord le pavé mais pas seulement lui : il y a aussi le complémentaire de l'intérieur du pavé par rapport à l'espace tout entier. [De même, dans la géométrie sur la droite (A, B), la paire de points {A, B} a pour cobord et le segment [AB] et le complémentaire de l'intérieur de ce segment par rapport à la droite toute entière.]

La surface du cube, bord du pavé, est sans bord. Par contre, l'une des faces du cube a pour bord un assemblage de quatre arêtes qui est une ligne polygonale fermée. Cette ligne polygonale fermée a pour cobord la face qu'elle enferme mais pas seulement elle : il y a aussi le complémentaire de cette face par rapport à la surface complète du pavé et, de façon générale, toutes les surfaces de l'espace ayant cette ligne pour bord (pensez aux bulles de savon qui se gonflent au souffle du fabricant lorsque celui-ci dispose d'un anneau métallique plongé au préalable dans une eau savonneuse). On a déjà remarqué plus haut qu'une ligne polygonale fermée n'a pas de bord.

On devine ce résultat (qui restera à démontrer beaucoup plus tard) : *tout bord est sans bord!*

*Et maintenant, comptons.* Pour une ligne polygonale fermée, soit $s$ le nombre de ses sommets, $a$ le nombre des côtés ou arêtes. On vérifie $s = a$; est-ce bien vrai dans tous les cas? La ligne polygonale fermée (ABCDEFDA) a 6 sommets et 7 arêtes. Vous imaginerez d'autres exemples.




Le pavé a 8 sommets : $s = 8$, 12 arêtes : $a = 12$ et 6 faces : $f = 6$. Vous notez

$$\boxed{s+f = a-2}$$

Les milieux des faces du pavé sont les 6 sommets d'un octaèdre qui a autant de faces que le pavé a de sommets : $s = 6, f = 8$. Vous trouvez encore $f = 12$.

Vous vérifiez alors que pour d'autres polyèdres, la formule encadrée reste vraie. Pour le tétraèdre $s = 4$, $a = 6$, $f = 4$; pour n'importe quelle pyramide dont la base a $n$ sommets, $s = n+1$, $a = 2n$, $f = n+1$. Pour le dodécaèdre, $s = 20$, $a = 30$, $f = 12$, alors que pour l'icosaèdre $s = 12$, $a = 30$, $f = 20$.

Pour les lignes polygonales fermées, nous avons mis la formule $s = a$ en défaut (fig. 2); ici, pour les polyèdres, réussirons-nous à mettre la formule $s+f = a-2$ en défaut? Voici une proposition, par assemblages de cubes : deux plaques carrées de cubes; au-dessous, plaque formée de 25 cubes, mais on enlève le cube central; au-dessus, plaque formée de 25 cubes, mais on enlève les 9 cubes centraux. Cet assemblage de 40 cubes vous donne...

C'est en 1752, à Saint-Petersbourg, que la formule $s+f = a-2$ fut publiée par Euler. Mais en 1860, on a retrouvé un écrit du jeune Descartes (en 1620, il avait 24 ans) qui fut recopié par Leibniz en 1675, puis oublié. J'y vois une preuve de la négligence avec laquelle les mathématiciens traditionnalistes traitaient la géométrie! Ce qui n'empêche pas les conservateurs actuels d'accuser les partisans de la réforme de « tuer la géométrie ».

G. W.

*Jean Sauvy*

# Enseignement mathématique et psychologie de l'enfant (*)

### *4.2. L'enseignement mathématique au stade des opérations concrètes.*

Au cours du stade précédent, le développement atteint par l'intelligence de l'enfant ne permettait à celui-ci qu'un contact partiel et naïf avec la mathématique. Par contre, au cours du stade sous-revue (6-7 à 12-13 ans), le champ d'intervention de la mathématique peut s'élargir considérablement car, à condition de rester proche du concret, on peut placer de nombreux jalons préparant la voie à la plupart des développements proprement mathématiques — c'est-à-dire abstraits — qui s'épanouiront au stade hypothético-déductif.

Passons en revue les principaux chemins sur lesquels on pourra s'engager au cours de cette période préparatoire.

### A. — Relations et ensembles.

En premier lieu l'enfant qui, progressivement, maîtrise l'opération, au sens piagetien du terme (avec ses caractéristiques de réversibilité et de transivité), devient capable d'affronter les deux grands types de relations qui sous-tendent l'édifice de la mathématique relationnelle : les *relations d'ordre* et les *relations d'équivalence*.

La mise en œuvre des relations d'équivalence permet de « construire » les classes d'équivalence (les « catégories » de Wallon), tandis que la mise en œuvre des relations d'ordre, dont le prototype est la *relation d'inclusion* entre parties d'un même ensemble, permet de constituer des « groupements » de classes et sous-classes hiérarchiquement ordonnées.

Ceci est à la base de « l'organisation de l'univers » à laquelle doit se livrer l'enfant pour rendre cet univers intelligible. C'est en effet par ces moyens que l'enfant rapproche ce qui est par quelque côté semblable (équivalence), pouvant ainsi raisonner par analogie, et qu'au sein de ce qui est différent il ordonne, maîtrisant ainsi dans une certaine mesure, les dissemblances.

Les 6e, 7e et 8e années de l'enfant sont l'âge par excellence des *classements* et des *rangements* (ou sériations) dans tous les domaines. L'apport de la « mathématique

---

(*) Les précédents chapitres de cette étude ont été publiés dans les cahiers nos 9, 10, 11-12 et 14.

des relations et des ensembles » sera d'ajouter aux expériences dispersées et confuses que la vie quotidienne propose à l'enfant un corps d'exercices et de jeux permettant une pratique systématique et féconde de la mathématique qui se trouve être sous-jacente à ces classements et à ces rangements spontanés.

A l'occasion de ces exercices et jeux l'enfant sera progressivement conduit à découvrir l'usage de schémas et modèles de caractère général (arbres, tableaux croisés, cercles de Venn, etc...) qu'il incorporera tout naturellement en tant qu'instruments commodes et efficaces à son outillage intellectuel.

Quand on parle, comme cela vient dêtre fait, des 6e, 7e et 8e années de l'enfant, il faut comprendre que c'est au cours de cette période que deviennent possibles les classements et les rangements *systématiques*, avec un certain échelonnement des acquisitions dans le temps, et avec des décalages suivant les sujets, décalages pouvant atteindre plusieurs mois.

Ainsi les *classements* simples, c'est-à-dire suivant un seul critère (par exemple classer un ensemble d'objets en deux parties suivant qu'ils sont rouges ou non) sont réalisés sans difficulté par une majorité d'enfants dès l'âge de 6 ans. Par contre les *classements croisés*, c'est-à-dire les classements pour lesquels l'enfants doit tenir compte de deux ou plus de deux critères, ne deviennent courants qu'un peu plus tard, vers 7-8 ans.

C'est d'ailleurs à ce moment-là que la maîtrise de *l'inclusion* apparaît. Les enfants plus jeunes, face à un ensemble d'éléments dont tous présentent une certaine caractéristique (être fleur) alors que seulement quelques-uns présentent une autre caractéristique (être primevère) ont du mal à « comprendre » que le deuxième ensemble (les primevères) est inclus dans le premier (les fleurs).

Pour y parvenir il faut que l'enfant puisse simultanément considérer un même élément en tant que fleur *et* en tant que primevère. C'est là le processus même de l'opération de *multiplication logique* qui correspond, au niveau des opérations sur les parties d'un ensemble, à l'opération d'*intersection* et, au niveau de l'arithmétique, à la *multiplication* des nombres naturels.

Concernant le langage c'est également à cette époque que l'on verra apparaître l'utilisation souvent correcte des mots « tous », « quelques-uns » (ou « certains »), « aucun », « au moins un », etc...

Avant 8 ans, on relève encore dans ce domaine beaucoup d'imprécision.

PIAGET, dans son ouvrage « Genèse des structures logiques élémentaires » (p. 95) rapporte les réponses suivantes données par des enfants âgés de 6 et 7 ans. L'un d'eux (6 ans 1 mois) que l'on interroge à propos d'un ensemble de jetons répond qu'il y en a « quelques-uns » quand il y en a moins de cinq. A partir de cinq on ne peut plus dire « quelques » estime-t-il car alors « c'est beaucoup ».

Un second (6 ans 10 mois) indique que pour lui « quelques » c'est « plusieurs » : un et deux ne sont pas quelques. Quelques, c'est de 3 à 100.

Un troisième, un peu plus âgé (7 ans 4 mois), quand on lui demande de donner quelques jetons en donne 7 puis 4. Mais il estime que 8 et au-delà ce n'est plus « quelques ».

PIAGET tire de ces observations que, pour les enfants de ce stade (début des opérations concrètes), « quelques » a pour les sujets interrogés « un sens absolu, lié au nombre des éléments, et non pas un sens relatif de partie ou de sous-classe mise en rapport avec un tout » (*id.* p. 96).

Le problème de la *classe* vide ou de l'*ensemble* vide, lié à la notion de « aucun »

ou « rien », mérite également de retenir l'attention car c'est un point sur lequel bute souvent l'enseignement de la mathématique moderne quand il est hâtif.

Ici encore il convient de se reporter aux travaux de PIAGET. Ayant rappelé dans son ouvrage sur la genèse des structures logiques que les opérations de classification se constituent au niveau des opérations concrètes (p. 149), il indique que la question de la classe vide ou nulle se pose en relation avec le problème des frontières entre stade des opérations concrètes et celui des opérations formelles (stade hypothético-déductif).

Les « groupements » élémentaires de classes — écrit-il — impliquent bien une telle notion, en ce sens que si l'on a

$$A = B - A' \ (*)$$

on a

$$B - A - A' = 0$$

et

$$A \times A' = 0 \ (**)$$

C'est-à-dire qu'en excluant une classe d'elle-même on la « vide » et que la partie commune à deux classes disjointes est « nulle ». Mais — ajoute PIAGET — puisque les opérations concrètes portent sur des objets et qu'une classe nulle est une classe sans objets, l'enfant de 7-8 ans saura-t-il situer en pensée la classe nulle sur le même plan que les autres?

Les expériences faites à l'aide d'un jeu de cartons de formes différentes dont certains portaient des images (animaux, maisons...) et d'autres rien et qu'il fallait partager en deux classes seulement ont montré qu'avant 10-11 ans les enfants ne considéraient pas la classe vide comme une classe comme les autres.

Les enfants plus jeunes, très embarrassés par les cartons ne portant aucune image, les ont soit ignorés, soit escamotés. En aucun cas ils n'en ont fait spontanément un tas à part, face au tas des cartons portant une figurine.

Ces observations permettent à PIAGET de conclure que c'est vers 10-11 ans que commence à se préparer la phase hypothético-déductive au cours de laquelle la pensée s'affranchira de toute référence au concret et sera capable de « manier les structures indépendamment de leur contenu ».

Pour les *sériations* (ou rangements, ou ordinations), on note une progression du même ordre que pour les classements.

Mis en présence d'un jeu de réglettes de tailles différentes qu'on leur demande de ranger par tailles croissantes, les enfants réagissent différemment suivant leur âge.

Ceux de 5-6 ans arrivent à ordonner correctement les réglettes mais par « tâtonnement empirique ». Ils ne parviennent à intercaler de nouveaux éléments que moyennant de nouveaux tâtonnements et souvent au prix d'un remaniement général. Par contre, à partir de 7-8 ans, beaucoup de sujets utilisent une méthode systématique consistant à chercher d'abord le plus petit élément de tous, puis le plus petit de tous ceux qui restent, et ainsi de suite.

PIAGET (*op. cit.* p. 251) estime que « seule cette méthode est à considérer comme opératoire, puisqu'elle témoigne du fait qu'un élément quelconque E est à la fois plus grand que les précédents et plus petit que les suivants ».

---

(*) En termes d'ensemble, A est la partie complémentaire de A′ dans l'ensemble B.
(**) En terme d'ensemble, $A \cap A' = \varnothing$.

Sur 134 enfants de 4 à 8 ans ayant subi l'épreuve, aucun des 15 enfants de 4 ans ne procède ainsi, 9 p. 100 seulement des 34 enfants de 5 ans recourent au procédé opératoire. Le pourcentage passe à 34 p. 100 pour les 32 enfants de 6 ans, à 63 p. 100 pour les 32 enfants de 7 ans, atteignant enfin 95 p. 100 pour les 21 enfants de 8 ans. Ce n'est donc qu'au-delà de 6 ans que l'opération est maîtrisée par *plus de la moitié* des enfants ayant participé aux épreuves en question.

## B. — Logique des attributs.

Dans ce qui précède nous avons utilisé le terme « logique », notamment pour qualifier les opérations qui mettent en jeu deux ou plusieurs critères de classement.

La logique en cause est une logique portant sur des attributs ou des caractéristiques. Elle ne doit pas être confondue avec la logique proprement dite qui, elle, ne pourra intervenir qu'au stade de la pensée formelle car elle portera sur des propositions ou sur des énoncés de caractère abstrait.

La « logique des attributs » trouve naturellement sa place au niveau des opérations concrètes car elle constitue, dans une large mesure, une autre façon de traiter les problèmes des opérations sur les parties d'ensemble.

Par exemple, le fait de dire, en présence d'un élément d'un certain ensemble :

« cet objet est rond *et* bleu »

correspond au fait que ledit élément se trouve classé *à la fois* dans le sous-ensemble (ou partie) des éléments ronds et dans le sous-ensemble des éléments bleus, c'est-à-dire dans le sous-ensemble *intersection* des ronds et des bleus.

La logique des attributs met en jeu principalement :

— la *négation* d'un attribut (« *non*-rouge » opposé à « rouge », « *non*-humain » opposé à « humain », etc...) qui correspond à l'opération de complémentarité d'un sous-ensemble;

— la *disjonction* de deux attributs (« rouge *ou* triangle », « riche *ou* célèbre », etc...) qui correspond à l'opération de *réunion* de sous-ensemble;

— la *conjonction* de deux attributs (« froid *et* sec », « ambitieux *et* prudent », etc...) qui correspond à l'opération d'*intersection* de sous-ensembles;

— l'*implication* de deux attributs, dont la forme la plus accessible aux jeunes enfants est bâtie sur le modèle suivant

« *non* ambitieux *ou* prudent »

ce qui apprend que *si* le sujet considéré est « ambitieux » c'est l'autre terme de l'alternative et lui seul qui reste, autrement dit on est assuré que, *alors*, le sujet est « prudent », ce qui se résume sous la forme

« *si* ambitieux *alors* prudent »

Les très brefs développements qui précèdent ont pour objet de mettre en évidence un parallélisme entre deux types de langage et d'autre part de montrer le rôle d'infrastructure que joue la logique des attributs dans le raisonnement des enfants des âges considérés.

On ne devrait pas considérer cette « logique » comme une discipline à part. Elle devrait être au contraire entièrement mêlée aussi bien aux exercices et aux jeux de caractère mathématique qu'aux exercices et aux jeux relatifs à l'apprentissage de la langue maternelle.

**C. — Nombres naturels et systèmes de numération.**

En acquérant la possibilité de manier les relations d'ordre et d'équivalence, l'enfant se trouve vers 6-7 ans en mesure d'affronter de façon un peu systématique l'ensemble des naturels qu'il a commencé à utiliser avec plus ou moins de bonheur à l'âge de 4-5 ans.

Le nombre, comme l'ont montré les travaux de PIAGET et de ses collaborateurs, peut en effet être considéré comme le fruit d'une sorte de mariage entre la classe (nombre cardinal) et l'ordre (nombre ordinal).

Il se prête ainsi particulièrement bien aussi bien aux exercices de type ensembliste (multiples de 2 *et* multiples de 3, etc...) ou sériel (7 plus grand que 5 plus grand que 1) qu'aux opérations (les opérations arithmétiques).

C'est donc à juste titre que l'enseignement traditionnel lui faisait dans le passé une large place. Étant donné son intérêt pour la vie pratique (où, plus que jamais, tout tend à devenir nombre) il ne serait pas judicieux de réduire trop son rôle. Par contre il apparaît recommandable de développer les exercices de calcul avec le souci de ne pas enseigner seulement des recettes mais de faire acquérir une véritable maîtrise du calcul, ce qui exige une compréhension en profondeur.

Le recours à la numération non décimale, parallèlement à la numération décimale, empêchera l'élève de se contenter d'automatismes en matière de calcul et lui permettra de sentir, sous la diversité des numérations en différentes bases, l'existence de modes opératoires communs dont il comprendra dès lors mieux la raison d'être et les mécanismes.

J. S. *(A suivre.)*

# La réforme en Quatrième

L'agitation qui s'est manifestée à propos de la réforme au niveau de la Quatrième est trop significative pour que nous ne nous efforcions pas d'y voir clair.

***Des faits***

La réforme en Sixième et en Cinquième a été mise en application à partir de septembre 1969 et 1970 respectivement sur des programmes publiés le 29 juillet 1968 et rédigés par la Commission ministérielle dite Commission Lichnerowicz (C.L.) de nombreux mois auparavant. Une autre vague de la réforme était également mise en application en Seconde, puis en Première. Il paraît donc logique et pédagogiquement nécessaire qu'une réforme prolongeant celle de Cinquième et préparant aux nouvelles Secondes soit mise en place en septembre 1971. Or, le 15 février 1971, rien n'est encore officiellement décidé (non plus d'ailleurs que pour les Terminales atteintes en 1971 par la vague du second cycle). Pourquoi?

On peut se demander pourquoi il aura fallu plus de deux ans (peut-être même trois) à la C.L. pour n'aboutir, en 1971, qu'à des solutions de compromis ne satisfaisant finalement personne. Discuter des responsabilités de la C.L. dans ce retard est un problème malheureusement dépassé : une conjonction d'oppositions à la réforme fera accueillir avec soulagement l'adoption d'un compromis qui paraissait inacceptable moins de deux mois auparavant. Essayons d'expliquer cela.

***Deux thèses*** *a priori* s'opposaient, sans compter la troisième dont nous reparlerons plus loin. Ou bien, prolonger en Quatrième et Troisième ce qui avait si bien réussi en Sixième et Cinquième : une initiation à la mathématique par la construction en quelque sorte expérimentale de noyaux de théories mathématiques; une sorte d'exploration sur des thèmes très variés, probabilités, informatique, les groupes, par exemple, la structuration de ces théories étant de plus en plus perfectionnée, mais le but principal de cet enseignement restant de fournir une expérience aussi vaste que possible de la mathématisation et des divers aspects de la méthode mathématique; enseignement de portée pratique pour les enfants qui ne dépasseront pas le niveau de la scolarité obligatoire, enseignement fournissant le matériel nécessaire à un bon usage de la méthode axiomatique en Seconde A, C ou E pour les autres.

Ou bien, seconde thèse, amorcer en Quatrième et Troisième une véritable théorie mathématique sur les deux thèmes fondamentaux des réels (à partir des décimaux) et de la géométrie; tout ceci, non pas sous la forme où ce sera repris dans le second cycle mais de façon plus intuitive tout en étant rigoureuse : les axiomes choisis sont explicites; en particulier, pour la géométrie, la distinction de l'affine et du métrique conduit à réserver les propriétés métriques à la Troisième; enfin, selon cette thèse, cette construction géométrique destinée à être complètement reprise d'un autre point de vue dans le second cycle fournit, aux élèves qui ne poursuivront pas leurs études, un bon exemple d'une théorie mathématique.

Critiques à la première thèse par les partisans de la deuxième : vous dispersez l'attention sur de trop nombreux thèmes; à propos de chacun, vous n'irez pas loin; les maîtres sont mal préparés à un enseignement qui se rapprocherait de ce que font nos Collègues britanniques (cf. le livre de FLETCHER et ses amis, O.C.D.L. éditeur). Autre critique : il n'y aurait plus d'initiation formelle à la géométrie.

Critiques de la deuxième thèse par les partisans de la première : la construction des réels est un sujet fondamental mais difficile et qui risque de conduire à un enseignement dogmatique; la critique de ce que DIEUDONNÉ a appelé « la méthode de l'échafaudage préalable » en géométrie est spécialement vraie au niveau de la Quatrième : la structure de la géométrie est trop riche pour un tel apprentissage et pour ceux des élèves qui ne poursuivront pas leurs études, c'est peine perdue; pour les autres, ce n'est probablement pas la meilleure voie pour les inciter à s'engager plus avant dans les études scientifiques (*).

La première thèse a été surtout défendue par des expérimentateurs, la seconde plutôt par des mathématiciens; c'est elle, en tout cas, qui a prévalu au sein de la C.L., la durée des discussions n'ayant pas, me semble-t-il, amélioré la présentation qui en a été faite.

***Deux réactions*** principales se sont alors manifestées. L'inquiétude des expérimentateurs de voir s'enliser le bel enthousiasme qui a accompagné et accompagne encore la réforme en Sixième et en Cinquième a été ressentie par de nombreux Col-

---

(*) C'est un peu comme dans ce livre de physique de Seconde où pour illustrer le principe du centre de gravité on a dessiné une canne accrochée à un porte-manteau : à l'âge de l'électronique et de la radioactivité, cette canne de vieillard est un curieux moyen d'attirer des jeunes gens de 15 ans vers les études expérimentales. (Cette note est dédiée au Pr KASTLER.)

lègues. Ainsi en fait foi le texte suivant élaboré dans le cadre de notre Régionale Parisienne :

*Réunis le 18 novembre 1970 à l'initiative du Bureau de la Régionale Parisienne de l'A.P.M.E.P., 50 Collègues qui enseignent dans des classes de Quatrième et de Troisième ont examiné les projets de programmes élaborés pour ces classes par la Commission Lichnerowicz. Ils désapprouvent l'orientation prise à ce sujet et expriment leur inquiétude.*

*Ils constatent une rupture totale, dans l'esprit des programmes, entre ceux de Sixième et Cinquième d'une part et ceux de Quatrième et Troisième d'autre part. Autant les premiers programmes suscitent l'intérêt, voire l'enthousiasme, des élèves et des maîtres, autant les seconds paraissent austères,* contraignants *(malgré un timide et ultime effort de libéralisation) et propres à rebuter un grand nombre d'élèves, les détournant ainsi, dans leurs études ultérieures, des sections scientifiques.*

*Ces programmes leur paraissent trop ambitieux en ce sens qu'ils exigent des élèves l'acquisition, en géométrie, par voie axiomatique, d'une théorie dont la construction s'étend sur deux années d'étude. Par contre, ils négligent totalement l'étude de thèmes (tels que: organisation de l'information, notions de statistiques et de probabilités, cheminements, etc.) qui, outre leur utilité, seraient particulièrement formateurs pour l'esprit. L'approche de tels thèmes qui ne constituerait pas encore une théorie à ce niveau serait à coup sûr plus réalisable pédagogiquement que les programmes de la Commission Lichnerowicz et continuerait à développer l'intérêt des élèves pour la construction mathématique.*

*En conséquence, il a été décidé de réunir, à partir du lundi 30 novembre 1970, à 20 h 30, à l'I.P.N., une commission régionale qui a pour mission d'élaborer et de publier :*

a) *un exposé des principes de l'enseignement mathématique dans les classes du premier cycle secondaire (objectifs, méthodes, contenu) ;*

b) *un projet de programme (Quatrième et Troisième) conforme aux vœux énoncés ci-dessus ;*

c) *des documents permettant d'informer les maîtres sur les programmes précédents et sur la mise en application des principes énoncés en* a) *afin qu'ils puissent s'en inspirer dans leur enseignement à partir de la rentrée 1971.*

*Les Collègues présents ont aussi demandé que le Bureau Régional intervienne auprès du Bureau National afin qu'une Commission nationale reprenne ces problèmes et donne à ses travaux la plus grande publicité et la plus grande portée.*

La Commission pédagogique nationale de l'A.P.M.E.P. et le Bureau national ont agi en conséquence (voir à ce sujet le *Bulletin* 278), en particulier au cours de plusieurs rencontres avec des membres ou même le président de la C.L.

Il était sans doute inévitable que ce débat purement technique, c'est-à-dire mathématique et pédagogique, soit pris comme prétexte par les adversaires de la réforme pour en arrêter la progression. Les circonstances ont voulu qu'en même temps les milieux conservateurs les plus divers lancent une attaque directe contre la réforme de l'enseignement du français, la Commission Emmanuel et le plan Rouchette (pour le français à l'école élémentaire). On ne pouvait être surpris de trouver, parmi ces conservateurs, des académiciens ou des hautes autorités de l'État; on l'était plus de voir se joindre à ces oppositions, sous prétexte d'appel à la prudence, des mouvements comme D.J.S., jusque-là plus ouvert au principe des réformes ou le S.N.I. qui considère la circulaire du 4 septembre comme une grande victoire. Il y a donc, parmi ces oppositions, des personnes ou des groupements sympathiques qui reconnaîtront bientôt, espérons-le, qu'ils ont fait un moment fausse route. D'autres, au contraire, sont bien décidés à profiter d'un vent contraire à toute réforme pour faire échouer même un compromis.

Il est d'ailleurs remarquable que les oppositions les plus écoutées proviennent de personnes dont la qualification scientifique est attestée par des titres plus ou moins prestigieux (prix Nobel, médaille Fields, professeurs de faculté ou de Mathématiques Supérieures) et la qualification pédagogique d'autant plus assurée pour la Quatrième qu'ils n'y enseignent pas ou même n'y ont jamais enseigné et que, par surcroît, ils n'ont suivi que de très loin les travaux de la C.L. Nous devons récuser, dans le domaine pédagogique comme dans le domaine scientifique, l'argument d'autorité. Le fait qu'un savant ait reçu le prix Nobel lui ouvre les colonnes du *Figaro* mais ne lui donne pas de lumières pédagogiques spéciales sur la géométrie en Quatrième.

***Deux conclusions.*** Une décision a fini par être prise; à une très importante majorité, la C.L. a adopté un programme qui est un compromis. A ce titre, il ne satisfait complètement personne. Il a, à nos yeux, un mérite certain : celui d'affirmer que la réforme entamée en 1969 en Sixième fera sa liaison avec la réforme entamée en Seconde. Assurer cette continuité (même si c'est de façon imparfaite) vaut mieux que la solution, inspirée par la politique du pire, des opposants qui ne tenaient aucun compte, en l'occurrence, des élèves engagés depuis deux ans dans un enseignement rénové.

Au 18 février, on nous assurait que le Ministre avait enfin signé l'arrêté; la publication officielle du programme devait en principe ne pas tarder.

Tout retard dans cette publication, premier moyen d'informer les maîtres, serait d'autant plus scandaleux que, ce même 18 février, les services du Ministère informaient les éditeurs. Faire passer les fabricants de manuels avant les maîtres donne une idée de la manière dont l'Éducation Nationale conçoit l'information des maîtres; des Inspecteurs Généraux se prêtent à cette entreprise où les soucis commerciaux priment les préoccupations pédagogiques.

Car publier les programmes ne suffit pas. Il faudrait enfin sérieusement organiser *partout* et pour *tous* les maîtres la formation permanente. Cela signifie multiplication des I.R.E.M. et des moyens dont ceux-ci disposent. Aucune publication de programmes ne devrait être possible sans accompagnement de ces mesures d'information. Parce que l'Éducation Nationale y manque, elle fait la preuve ou de son incapacité ou du mépris en lequel elle tient les maîtres et leur tâche.

Face à cette attitude de l'Administration, la réaction de notre Association est toute différente. Un numéro spécial du Bulletin national, nourri des travaux des I.R.E.M. qui existent, est déjà en préparation (M. Buisson, secrétaire général de l'A.P.M.E.P. et professeur à l'I.R.E.M. de Strasbourg, s'y emploie activement). Cet ouvrage conçu dans le cadre du programme du 18 février (séance de la C.L. du 1er février 1971) apportera aux maîtres chargés d'enseigner en Quatrième en septembre 1971 des matériaux et des suggestions provenant pour la plus grande part de l'expérience des praticiens.

Encore une fois, décisions de l'Éducation Nationale et de l'A.P.M.E.P. illustrent deux conceptions de la réforme : publier un texte de programme ou une revue de documentation et de discussion. En pratique, l'un ne devrait pas aller sans l'autre; si la première ne fait jamais ce que fait la seconde, c'est qu'elle en est incapable ou n'en voit pas la nécessité. J'en conclus, personnellement, que l'A.P.M.E.P. devrait prendre aussi à sa charge la rédaction des programmes.

***La suite.*** Pour les personnes qui considèrent la réforme comme un mauvais moment à passer, l'affaire des programmes de Quatrième et Troisième est un aboutissement. J'entends d'ici les « ouf! » qu'elles exhalent. Laissons-les retourner à leur lourd sommeil pédagogique.

Pour nous, chaque réforme est une étape. Ce premier cycle actuel — que nous appellerons « le premier cycle 69-72 » — doit préparer... au suivant. Il est trop tôt pour dire ce qu'il sera mais pas trop tôt pour y penser, en discuter : ce que se propose de faire une brochure de la Régionale Parisienne en préparation.

Il n'y a de réforme vraie que si elle est permanente, nourrie de l'expérience de ceux qui enseignent, des suggestions de ceux qui s'inquiètent des insuffisances (scientifiques ou pédagogiques) de l'enseignement en place. Que la réforme soit mouvement, sinon elle ne sera pas réforme.

G. W.

# F.P.M.

*La formation permanente des maîtres a fait l'objet de nombreuses observations lors du colloque organisé le 14 février à Paris par l'A.P.M.E.P. sur le thème : « Où en est la réforme de l'enseignement mathématique à l'école élémentaire ? » On a rappelé, par exemple, que devant un plan général d'information des maîtres élaboré par* M. l'Inspecteur Général BEULAYGUE, M. le Directeur GAUTHIER *aurait jugé cette organisation trop coûteuse.*

*Il est certain que toute organisation d'information de quelque 250 000 maîtres exige des moyens, même en échelonnant l'ouvrage sur trois ou quatre années. Il est beaucoup plus économique de signer une simple circulaire comme la fameuse du 4 septembre où* M. GAUTHIER *recommandait aux maîtres de se débrouiller tout seuls.*

*J'avais même cru que l'Éducation Nationale avait ainsi, du premier coup, trouvé la solution (si j'ose dire) la plus économique. Pourtant, elle a inventé encore mieux : faire payer les maîtres pour suivre un cours par correspondance organisé par le Centre de Téléenseignement (C.N.T.E.) : montant de l'inscription, frais postaux, achat de livres, le tout approche de 100 F. Pour que l'État puisse subventionner l'enseignement privé, que les maîtres de l'enseignement public subventionnent l'État ! On est confus de ne pas y avoir pensé les premiers...*

*Au cours du Colloque du 14 février, notre ami* DUVERT *a présenté un plan plus sérieux élaboré par l'I.R.E.M. de Lyon. Il nous paraît fort important de le faire connaître, éventuellement d'en discuter, sûrement de s'en inspirer.*

## Pour une formation approfondie généralisée des instituteurs de l'Académie de Lyon

Nul ne conteste maintenant la nécessité d'une formation « permanente » des instituteurs. Conférences pédagogiques, inspections, journées de formation professionnelle ont contribué et contribuent au perfectionnement des instituteurs. Mais le développement rapide des sciences (mathématique, linguistique), les progrès de la pédagogie posent actuellement des problèmes jusqu'alors inconnus. L'introduction du tiers temps pédagogique, l'évolution de l'enseignement du français, l'application des nouveaux programmes de mathématique provoquent, il faut le dire, une certaine inquiétude dans le corps enseignant et nécessitent des mesures nouvelles de formation permanente.

Le plan que nous proposons à titre expérimental a pour but, dans le domaine de la mathématique, d'élever le niveau de culture mathématique *de l'ensemble* des instituteurs et institutrices de l'Académie de Lyon pour :

1° permettre une meilleure compréhension des programmes de 1970 et par là, éviter les incertitudes et les erreurs ;

2° préparer l'application des programmes de mathématique nouvelle (1974?).

## *1. Les Formateurs*

**1. Origine et formation.** 35 formateurs seront prêts, dès la rentrée de 1971, à contribuer à l'œuvre de rénovation en profondeur qui s'avère indispensable. Ce sont des professeurs de mathématique du 1er Cycle :

25 P.E.G.C., 9 professeurs certifiés, 1 agrégé, qui ont suivi pendant deux années les séances hebdomadaires de formation continue organisées par l'I.R.E.M. et qui reçoivent, au cours de la présente année scolaire, l'information nécessaire sur l'enseignement de la mathématique au niveau de l'école élémentaire en liaison avec l'équipe expérimentale de Francheville.

30 sont originaires du département du Rhône, 0 du département de la Loire, 5 du département de l'Ain. Il y aura lieu, évidemment, de rétablir la proportionnalité entre les trois départements lors du recrutement de la promotion 1970-71.

Nous les appellerons « conseillers pédagogiques en mathématique » (C.P.M.).

**2. Rôle.** Les C.P.M. auront compétence pour :

— animer une école-témoin dans chaque circonscription d'I.D.E.N., en s'appuyant sur les résultants de l'expérience de Francheville;

— former les instituteurs au cours de stages, réunions, visites dans les classes, les écoles témoins jouant, dans cette formation, le rôle d'écoles d'application.

**3. Situation administrative. Organisation du service.** Nous pensons que les C.P.M. doivent assurer un demi-service d'enseignement pour les raisons suivantes :

*a)* Les C.P.M. conservent leur statut actuel et sont rétribués en tant que P.E.G.C., professeurs certifiés ou agrégés... Le chef d'établissement reste leur supérieur hiérarchique et aucune modification ne doit intervenir dans le système d'inspection et de notation les concernant. Néanmoins, leur travail dans la circonscription à laquelle ils sont affectés sera organisé en tenant compte des directives de l'I.D.E.N. concerné.

*b)* Le contact avec les élèves est une condition d'efficacité pédagogique. Ce principe est appliqué à l'I.R.E.M. à tous les niveaux.

En principe, un C.P.M. serait affecté à chaque circonscription d'I.D.E.N. et animerait une école-témoin. Mais les contraintes résultant du demi-service d'enseignement nécessitent la constitution de « paires », chaque paire étant affectée à un groupe de deux circonscriptions.

Dans cette perspective, il est nécessaire de prévoir une harmonisation des emplois du temps des C.P.M.; le concours des chefs d'établissement devra alors être sollicité...

L'organisation du service des C.P.M. suppose la création de ... postes de P.E.G.C. et de ... postes de certifiés pour l'Académie.

## *2. Les Stages*

Leur organisation relève de l'autorité de MM. les Inspecteurs d'Académie.

1. *Principe :* Une formation approfondie généralisée suppose que les stages revêtent un caractère *obligatoire;* ils seront donc organisés pendant les périodes scolaires.

2. *Durée* : Une durée de trois semaines constitue un minimum. Se pose le problème de la répartition dans le temps de ces trois semaines.

Deux possibilités sont à étudier :

— stage non fractionné qui présente l'avantage de moins perturber la scolarité des élèves des stagiaires;

— stage fractionné qui présente l'avantage de permettre une assimilation progressive des connaissances en liaison avec la pratique.

3. *Emploi du temps hebdomadaire des stagiaires :*

— 4 journées de 5 heures environ;

— 5e journée : le stagiaire conseille son remplaçant dans la classe même.

4. *Désignation des stagiaires* (20 par stage environ). — Elle incombe à l'I.D.E.N. de chaque circonscription, en application d'un ordre d'urgence qui pourrait être le suivant :

1° personnel des écoles-témoins;

2° maternelle (grandes sections et C.P.);

3° C.P.;

4° C.M.;

5° maternelle (petites et moyennes sections).

Dans les zones rurales, la règle sera assouplie pour tenir compte de la dispersion des maîtres et éviter de longs déplacements.

En règle générale, priorité sera accordée aux jeunes maîtres.

Le problème particulier des maîtres spécialisés dans l'enseignement des enfants inadaptés doit être étudié avec le concours des Directeurs d'Études des Centres de formation et des Inspecteurs spécialisés.

5. *Programme des stages.* — Il sera établi par l'I.R.E.M. en accord avec les Professeurs d'Écoles Normales et les I.D.E.N. intéressés.

6. *Remplacement des stagiaires.* — Leur remplacement nécessite la mise à disposition *temporaire* de chaque I.D.E.N. d'un contingent de 8 à 10 remplaçants : mesure sans laquelle aucune formation en profondeur n'est possible. Le plein emploi des C.P.M. dépend évidemment du nombre des remplaçants disponibles.

Cette proposition suppose :

1° une augmentation du nombre des remplaçants mis à la disposition de MM. les Inspecteurs d'Académie;

2° un plein emploi des instituteurs remplaçants pendant la période de septembre-octobre.

*Évaluation aproximative des besoins.* — Considérons l'exemple du département du Rhône dans lequel 6 000 instituteurs environ doivent être préparés à l'enseignement de la mathématique nouvelle en quatre ans.

C'est donc chaque année 1 500 instituteurs qui devraient être « formés ». L'année scolaire comportant environ 10 périodes de trois semaines, il faudrait $\frac{1\,500}{10} = 150$ instituteurs remplaçants disponibles tout au long de l'année.

L'application de la règle 2° : plein emploi des remplaçants inscrits sur les listes départementales en septembre-octobre, réduirait le nombre des emplois à créer.

### *3. Rôle des I.D.E.N.*

Les I.D.E.N. auront la tâche de :

1° proposer une école-témoin;

2° désigner les stagiaires;

3° assurer conjointement avec l'I.R.E.M. le contrôle des stages;

4° orienter l'activité des C.P.M. dans leur tâche de formation en fonction des conditions propres à la circonscription.

### *4. Rôle des Écoles Normales*

Les Écoles Normales doivent être étroitement associées à cette entreprise de rénovation pédagogique. Déjà, dans les départements du Rhône et de l'Ain, des professeurs d'Écoles Normales collaborent étroitement avec l'I.R.E.M. Cette collaboration doit à notre sens être étendue et enrichie.

# Lectures actuelles ou inactuelles

## Mathématiques sur mesure

Tel est le titre d'une brochure de 80 pages due à Madeleine GOUTARD dont on avait déjà fort apprécié l'ouvrage « Les mathématiques et les enfants » (Éditions Delachaux et Niestlé). Dans la perspective des travaux de Gattegno, l'auteur présentait des observations personnelles; elle faisait état, en particulier, de résultats convaincants obtenus grâce au bon usage des « nombres en couleurs »; elle concluait sur une note optimiste : « un long avenir pédagogique s'ouvre à nous », fondée sur une judicieuse confiance dans les capacités des enfants, ce qui n'exclut pas une reconnaissance d'un fait malheureusement universel : une certaine inertie pédagogique, l'éternel retour aux routines.

C'est pourquoi il est fort utile que des chercheurs en pédagogie renouvellent leur témoignage. Dans le présent ouvrage, Madeleine GOUTARD rend compte d'expériences vécues dans des écoles de New York ou au Canada ou au cours de séminaires d'été. Ici, volontairement, pas de « quincaillerie didactique » (pour répondre à ceux qui attendent pour rénover leur enseignement d'avoir pu réunir tout l'attirail proposé par les marchands). Ce qui ne signifie pas qu'on s'écarte des manipulations indispensables. Mais on cherche systématiquement à faire travailler l'imagination des jeunes enfants, à leur faire construire des notions mathématiques à partir de leur véritable expérience.

Un livre que liront et méditeront tous ceux qui veulent rénover l'enseignement élémentaire et pas seulement changer la routine *c* (comme « classique ») pour la routine *m* (comme « moderne »).

[*Mathématique sur mesure*, par Madeleine GOUTARD, Hachette éditeur, 80 pages. Niveau : enseignement élémentaire.]

## Nouveaux manuels

Après une longue période où ne paraissaient que des ouvrages pour les Cours Préparatoires ou Élémentaires, voici des ouvrages nouveaux pour les Cours Moyens. Une analyse détaillée et une critique fraternelle seront les bienvenues de la part des auteurs qui sont nos amis et qui souhaitent justement ce dialogue avec les praticiens.

Dans la collection « *Itinéraire mathématique* » (Nathan, édit.), voici, par M.-A. TOUYAROT et C. HAMEAU, des « Éléments de mathématique, tomes I et II » pour le Cours Moyen 1re année, et la suite, tome I, pour le Cours Moyen 2e année.

Dans la collection « *Activités mathématiques à l'école élémentaire* » (O.C.D.L., édit.), voici 2 volumes pour C.M.1 et C.M.2 respectivement intitulés « Journal de mathématique » par Nicole PICARD. Ce sont des fiches pour élèves. Un volume séparé de « commentaires pour le maître » donne toutes les indications utiles pour le bon usage des fiches.

## Du côté de la recherche pédagogique...

C'est-à-dire du côté qui nous intéresse particulièrement, on ne chôme pas. Pourtant, on a pu s'inquiéter des circulaires de l'antiréforme (voir notre rubrique). Sont d'autant plus dignes de notre attention et de notre sympathie des réactions comme celle de Michel BARRE dans le n° 12 de *L'Éducateur* (pédagogie Freinet), mars 71 : « Parce que la vie pédagogique ne s'insémine pas de haut en bas, nous croyons que l'essentiel ne tient pas dans les décrets ministériels mais dans les forces militantes, syndicales, culturelles qui veulent sauvegarder et développer les chances d'une éducation véritable. Aussi attendons-nous des administrateurs de bonne volonté ce que nos élèves attendent de nous : non des ordres ou des directives, mais la création d'un milieu aidant, d'un climat de liberté qui permette la prise en responsabilité par les intéressés. »

L'I.C.E.M. pédagogie Freinet a publié plusieurs brochures sur la rénovation de l'enseignement mathématique élémentaire, notamment :

— « Un trimestre de mathématique libre au C.E.2 », par P. LE BOHEC, 2 cahiers de 72 et 48 pages, nos 56-57-58 et nos 60-61.

— « Premiers pas vers une mathématique naturelle au C.P. », par J.-J. DUMORA et une équipe de collègues. Un cahier de 36 pages, nos 62-63.

— « Je construis des systèmes de numération », par R. BOUCHERIE, E. LÉMERY, L.-J. PERRET, T. MICHAUT et J.-P. MONIER (S.B.T. 270).

— « Circuits logiques », par R. BOUCHERIE (S.B.T. 272 et 273).

— « Recherche, création et matériel en mathématique », par J.-C. POMÈS et B. MONTHUBERT (dossier n° 10).

[Pour tous renseignements sur les publications I.C.E.M., écrire à I.C.E.M., B.P. 251, 06-Cannes.]

Sous le titre « Le langage mathématique », GALION publie les principaux exposés de son *premier séminaire international* (Royaumont, août 1970). Parmi les sujets, je relève : « Où la théorie des groupes peut aider le chimiste », par T. J. FLETCHER (Angleterre) et « Le langage des probabilités à l'école élémentaire », par T. VARGA (Hongrie). [Un volume de 160 p., O.C.D.L., édit.]

## F.P.M.

Du côté de la formation permanente des maîtres, il y a aussi du nouveau : trois ouvrages remarquables (dont certains assez coûteux) et tous d'un niveau élevé. Mais il faut se réjouir de voir enfin les éditeurs s'intéresser à la publication de livres qui joueront, à n'en pas douter, un rôle moteur dans la rénovation de l'enseignement mathématique au cours des prochaines années.

En premier lieu, « *Mathématiques pour l'élève professeur* », par G. GLAESER, de l'Université de Strasbourg (un volume de 204 p., Hermann édit., 24 F). Spécialement destiné aux futurs professeurs du Secondaire, il sera très utile aux professeurs en exercice et à tous ceux qui veulent une rénovation en profondeur. La préface « pour une pédagogie de la communication et de l'action » donne le ton. Cinq parties : l'activité mathématique, le langage, la science de la démonstration, la théorie des ensembles, questions métriques et topologiques.

*Algèbre*, par S. MAC LANE et G. BIRKHOFF en 2 tomes : 1. Structures fondamentales; 2. Les grands théorèmes. Ouvrage excellemment traduit de l'américain et adapté (en particulier à nos habitudes de langage), par J. WEIL, du C.S.U. de Perpignan, plus moderne dans l'esprit que dans la forme : la notion de catégorie y est présentée et utilisée. Nous disposions déjà de livres en algèbre, GODEMENT par exemple, QUEYSANNE au niveau de Math. Sup. ou du 1er cycle du Supérieur. Ce nouveau livre, plus lisible, me paraît plus complet : une heureuse façon d'en dire beaucoup, d'en apprendre encore plus sans rebuter le lecteur. Autrement dit, une œuvre de prix tant sur le plan mathématique que pédagogique [tome 1, 408 p., prix 49 F; tome 2, 336 p., prix 49 F; Gauthier-Villars, édit.].

*Analyse*, topologie générale et analyse fonctionnelle, par Laurent SCHWARTZ est un volume de 432 pages (Hermann, éditeur) qui complète cet ensemble bibliographique fondamental pour la F.P.M. Chaque chapitre est suivi d'un résumé. Il n'y a pas d'exercices, mais on trouvera ceux-ci avec leurs corrigés dans la topologie, *Cours de l'A.P.M.*, tome 3, par A. REVUZ.

## Deux brochures

Enfin l'A.P.M.E.P. vient d'éditer deux brochures spécialement conçues pour les maîtres.

*Éléments de logique pour servir à l'enseignement mathématique* réunit des exposés par Josette ADDA (Université, Paris-VII) et par W. FAIVRE (Université de Limoges), 52 pages, prix 4 F.

*Les angles*, par J. FRENKEL, directeur de l'I.R.E.M. de Strasbourg (32 p.), a été spécialement écrite pour aider les maîtres du 2e cycle secondaire ayant à enseigner les nouveaux programmes de géométrie. Ce qui n'en interdit pas l'étude aux autres. Prix : 3 F.

Pour se procurer ces brochures, envoyer les trois volets d'un virement postal rédigé au nom de l'A.P.M.E.P., C.C.P. Paris 5708-21, le tout sous enveloppe affranchie à M. André BLONDEL, 154, avenue Marcel-Cachin, 92-Chatillon-sous-Bagneux.

# Parmi nos lettres

### *A Lezignan*

Nous avons demandé à notre Collègue, M^me^ TEULAN, de revenir sur son expérience d'enseignement aux petits Gitans.

*Mon travail auprès des enfants Gitans n'a pas duré assez longtemps pour que je puisse écrire un article très précis. Il aurait fallu que, cette année, je reprenne la même classe et approfondisse mes notes de l'an dernier. Je n'ai pas pu tenir plus longtemps.*

*Tout ce que je peux affirmer c'est que j'ai amené mes élèves à comprendre le programme de C.P. grâce à la topologie et aux blocs logiques.*

*J'aurais voulu trouver, pour l'approche de la lecture, une méthode aussi simple et aussi claire. Il vient un moment, dans l'apprentissage de la lecture, où la mémoire des mots et des syllabes ne fonctionne pas assez bien et ne répond pas à la sollicitation de l'intelligence. C'est comme un mécanisme rouillé ou pas assez rôdé. Lire, pour des enfants dont les parents et les ancêtres n'ont jamais appris à lire, doit poser des problèmes que nous ne soupçonnons pas. Beaucoup d'élèves reculent au moment du travail de synthèse. Ils refusent cet effort, sans doute parce qu'il leur paraît démesuré.*

### *Orientation*

« Comment orienter les élèves en fin de Troisième, compte tenu de l'enseignement de mathématique moderne dans le second cycle? », nous demande M^me^ QUÉMARD, C.E.S. de Meudon, qui ajoute : « Peut-on espérer, par exemple, qu'un élève qui a rencontré beaucoup de difficultés en mathématiques classiques dans le premier cycle puisse s'engager avec profit dans une série scientifique? »

Comme dans toute question d'orientation, il est difficile de répondre sans connaître bien chaque cas individuel. Cependant, dans l'état actuel des choses en Troisième, barrer la route des Secondes C ou T à un élève sous prétexte qu'il aurait mal réagi aux médiocres anciens programmes du premier cycle nous paraît une faute. Au moins qu'il essaye en Seconde, qu'il goûte pour de bon à la mathématique des ensembles et de l'algèbre moderne. Même s'il envisage plus tard des études de médecine, il n'aura pas perdu son temps. De plus, le choc peut-être très salutaire de ce nouveau départ sur des bases nouvelles.

### *« Ailleurs, on abandonne »*

Plusieurs Collègues nous écrivent des lettres d'encouragement, en particulier M. MELCHY (Poitiers), M^me^ DESTRADE (Pessac, Gironde), M. MALUSKI (Lormont, Gironde) et M. RENOUD-LYAT (Marcilloles, Isère). Nous les en remercions. M^me^ DESTRADE ajoute : « J'ai eu l'occasion de constater que des bruits couraient très fréquemment quant à l'échec de l'enseignement des mathématiques modernes en Belgique, en Grande-Bretagne, ce qui fait grossir le nombre des « hésitants » devant la rénovation. Ne pourriez-vous apporter des informations précises sur les recherches dans les autres pays? » M. RENOUD-LYAT nous fait la même demande, car il a entendu dire : « Dans certains pays, on en est revenu. »

Dans le cahier n° 14, notre ami BINEAU a déjà présenté certains travaux réalisés aux U.S.A. Nous publions dans ce cahier n° 15 un article d'un Collègue polonais et nous reviendrons sur la réforme dans ce pays avec la conférence de M^me^ KRYGOWSKA.

En attendant mieux, voici quelques indications et des adresses pour avoir encore plus de précisions sur ce qui se fait dans les autres pays.

En Belgique, le Centre Belge de Pédagogie de la Mathématique fonctionne depuis 1959 sous la direction de G. PAPY, de l'Université libre de Bruxelles. La revue *Mathematica et Paedagogia* est éditée par la Société Belge de Professeurs de Mathématiques. Dans un cas comme dans l'autre, l'activité développée par nos Collègues belges dément de façon complète l'annonce d'un échec insinuée par des personnes malveillantes.

De même pour la Grande-Bretagne où la diversité des centres de recherche, des revues, des associations qui travaillent pour la réforme nous assure que nous ne les citerons certainement pas toutes ou tous. En premier, citons A.T.M. (Association of Teachers of Mathematics) qui édite *Mathematics Teaching*, une des meilleures revues pédagogiques qui sait très bien étudier la rénovation au niveau élémentaire. Les ouvrages collectifs dirigés par FLETCHER et WHEELER respectivement (traduits en français et édités par O.C.D.L.) sont une preuve de la vitalité et de l'efficacité de ces recherches. Une autre revue, *Mathematical Gazette*, est le reflet de l'évolution plus lente mais de mieux en mieux marquée de la plus ancienne Mathematical Association. Parmi les centres universitaires actifs pour la réforme, il faut citer en premier lieu le *Nuffield Mathematics Project* dirigé par G. MATHEWS depuis 1964, puis « The School Mathematics Project » dirigé par Brian THWAITES.

Au Canada, Z. P. DIENES dirige un centre d'études à l'Université de Sherbrooke.

Aux Pays-Bas, le Pr FREUDENTHAL, de l'Université d'Utrecht, oriente les travaux d'une équipe qui édite la revue *Euclides*.

En Suisse, un programme expérimental a été mis à l'épreuve depuis plusieurs années au Gymnase de Neuchatel sous la direction de L. PAULI.

En Italie, à Ravenne, M. PESCARINI anime des équipes. Emma CASTELNUOVO en anime d'autres à Rome.

Nous compléterons cette nomenclature, nous publierons des précisions sur les travaux des uns et des autres. Mais il est trop évident que les bruits sur l'échec de l'enseignement rénové à l'étranger ont autant de consistance que l'anniversaire des 150 ans d'un beau vieillard d'un village péruvien!

# La petite chronique de l'antiréforme...

... où nous épinglons des déclarations ou des textes qui font obstacle à la réforme et qu'il vaut donc mieux connaître pour les réfuter..., ou pour en rire un peu.

— *Sur la non-directivité.* Dans une circulaire du 8 janvier 1971, M. GAUTHIER, Directeur des Enseignements élémentaire et secondaire, et M. AUBA, Chargé de mission à la recherche pédagogique, écrivent que « (leur) attention a été attirée sur des expériences de pédagogie non directive qui risquent, si elles ne sont entourées des précautions indispensables, de se solder par un échec portant préjudice aux élèves, au maître, à l'établissement tout entier ».

Autrement dit, pour l'Administration, il ne peut être question de laisser se développer sans directives des expériences de non-directivités.

— *Seules les instructions officielles.* Dans le *Bulletin Officiel* du 28 janvier, M. GAUTHIER rappelle également que, pour l'enseignement du français à l'école élémentaire, « les seuls textes qui doivent actuellement guider les maîtres sont les instructions officielles en vigueur ».

Les maîtres qui auraient d'autres lectures que ces instructions officielles s'exposent, qu'ils le sachent, à toutes les déviations.

— *Fin des expériences.* Dans une circulaire récente, M. GEMINARD, Directeur de l'Institut de Recherche et de Documentation Pédagogique (ex-I.P.N.) annonce que les expérimentations sur l'enseignement mathématique au niveau élémentaire et premier cycle du secondaire s'achèvent en 1970. Les naïfs qui ne voyaient dans ces recherches qu'une amorce préparant les étapes suivantes des réformes devront se rendre à l'évidence : ce que nous appelons la première étape et considérons comme telle, l'Éducation Nationale pense, elle : ce fut un mauvais moment à passer; ouf, on va pouvoir revenir à une administration sérieuse!

— *Un orfèvre.* « Il faudra revenir sur cette loi d'orientation. La réforme d'Edgar FAURE est foncièrement mauvaise. » Déclaration de M. Christian FOUCHET reproduite dans *Le Monde* du 10 mars 1971.

— *L'innovation.* L'Organisation de Coopération et de Développement Économiques (O.C.D.E.) publie une brochure sur « la gestion de l'innovation dans l'enseignement ». La France est l'un des rares pays membres de l'O.C.D.E. à ne pas avoir contribué à ce travail. Même s'il est impossible de nourrir quelque illusion sur la portée des travaux bureaucratiques de l'O.C.D.E., il faut reconnaître que l'abstention de l'Administration française est révélatrice.

## Le bloc-notes de la Régionale où nous réunissons des échos variés sur l'actualité pédagogique et sur les activités propres de notre Régionale.

• **Remords.** Plusieurs correspondants dont P. GAUTIER (C.E.S. Rueil) nous signalent une faute, page 161 du Cahier 11-12 : dans le tableau en bas de page, au-dessous de *novembre*, lire 4 (et non 3). Merci aux lecteurs attentifs et nos excuses à tous.

Si ces cahiers sont en retard, c'est que le rédacteur n'a pu faire mieux. Il en est confus. Il n'a pu tenir sa promesse de publier dans ce n° 15 la conférence de Mme KRYGOWSKA qui est encore sur bande magnétique. Ce cahier arrivera trop tard pour annoncer le *festival de pédagogie populaire* organisé par l'I.C.E.M., pédagogie Freinet à Nice (6 au 10 avril). Que des Collègues qui y auront participé nous en donnent des échos!

• **En préparation.** Pour les prochains cahiers, en plus de la conférence KRYGOWSKA, nous préparons : un article sur la réforme en Belgique, un autre sur les réalisations en Grande-Bretagne; pour « la réforme en actes », nous avons : « Une algèbre des bols » (C. HAMEAU), « Suggestions pour des exercices de dénombrements » (Y. GENTILHOMME), « Pour une axiomatique élémentaire » (J.-C. CHEVALLIER), « Symétrie m'était contée » (W. MOUNTEBANK), « Ranger des rangements », et la suite du feuilleton de SAUVY.

Le retard dans la parution des numéros, même s'il nous oblige à grouper en un seul les cahiers 17-18, ne doit donc entraîner aucune diminution du volume de notre publication : 6 numéros dans l'année, 192 pages.

Une brochure sur les perspectives de l'enseignement mathématique au premier cycle, pour préparer une autre étape de la réforme, se nourrit peu à peu de diverses contributions. Pour paraître à l'automne.

• **Activités de la Régionale.** Deux conférences du jeudi ont connu un grand succès : le 18 février, M. BARBERIS, Président de l'A.F.P.F., sur le grand sujet « Où en est la réforme de l'enseignement du français? »; le 11 mars, M. DELEDICQ, de l'I.R.E.M. de Paris, sur « Informatique et enseignement mathématique ».

• **Un stage d'échanges et d'autoformation pédagogiques.** est organisé par l'Institut Parisien de l'École Moderne à Yerres (1er-9 juillet 1971) pour enseignants de tous les niveaux et non enseignants intéressés au changement dans l'éducation. Fiches de candidature et renseignements contre enveloppe timbrée à Francine MÉZERETTE, 3, square Lénine, 194, 93-Montreuil.

• **Rencontres C.R.A.P. 1971.**

Les Cercles de Recherche et d'Action Pédagogiques organisent pour la 8e année des rencontres ouvertes aux parents, aux maîtres de l'enseignement public, aux étudiants, dans une perspective de formation et d'éducation permanentes.

1) Implications idéologiques de notre pratique pédagogique (12-18 juillet à Grenoble). 2) Comment compenser les handicaps socio-culturels ? (3-10 juillet à Prades). 3) Pour une pédagogie du premier cycle (19-25 juillet à Vannes). 4) Création et créativité (20-30 août, Massif Central). 5) Théâtre et enseignement (18-31 juillet, Avignon). 6) Pédagogie des mathématiques modernes (12-19 juillet à Prades). 7) Mathématique et linguistique (30 août-7 septembre à Arcachon). 8) L'enseignement du français et la communication audio-visuelle (1-8 septembre à Quimperlé). 9) Linguistique et enseignement du français (1-8 septembre à Quimperlé). 10) Enseignement du français et méthodes actives (18-25 juillet à Meymac). 11) Problèmes posés par l'enseignement du français (8-14 août à La Baule). 12) Coordination des disciplines littéraires dans le second cycle (23-29 août aux Adrets dans l'Estérel). 13) L'enseignement des langues et les auxiliaires audio-visuels (1-9 septembre à Saint-Germain-en-Laye). 14 et 15) L'éducation permanente des adultes en Grande-Bretagne (rencontre franco-britannique en Angleterre du 31-7 au 7-8 et du 7 au 14-8). 16) Les techniques audio-visuelles pour l'enseignement de l'allemand (27 août-4 septembre à Trèves). 17 et 18) Angleterre et Ecosse (15-23 juillet à Norwich, 24-7 au 1-8 à Ayr).

Demande d'inscription et renseignements : écrire sans tarder à M. VINTROU, 40, rue du Japon, 31-Toulouse, en joignant une enveloppe timbrée pour la réponse.

• **Rencontre 1971 de la CIEAEM.**

La Commission Internationale pour l'Etude et l'Amélioration de l'Enseignement Mathématique, présidée par Mme Krygowska, organise du 20 au 26 août à Cracovie (Pologne) sa 23e rencontre sur le thème : « La logique mathématique dans l'enseignement ». Coût du séjour : 56 $ tout compris. Inscriptions avant le 15 juin en écrivant à Mme Krygowska, Oleandry 6, Krakow (Pologne) et à M. Willy SERVAIS, secrétaire, 60, rue des Déportés, 6510 Morlanwelz (Belgique).

**Supplément au Bulletin de l'A.P.M.E.P. n° 278 - Avril 1971**

Printed in France *Le Directeur de la publication:* G. WALUSINSKI

FD - Imp. Alençonnaise, B.P. 57, 61-Alençon - Dépôt légal 1971 : 9.406 - C.P.P.P. 35.996