Sommaire Chantiers décembre 2025

Article mis en ligne le 29 décembre 2025
dernière modification le 3 janvier 2026

les Chantiers de pédagogie mathématique — n°207 décembre 2025

Édito
Les réformes succèdent aux réformes sans cohérence ni concertation : on commence à en avoir l'habitude mais peut-on s'en satisfaire ? L'écart est grand avec ce que propose l'APMEP ! Continuons d'être un réseau d'échanges, de réflexions et de solidarité.
Lire l'article

Aide aux projets
Vous avez un projet avec l'une de vos classes qui concerne les mathématiques ? La Régionale Île-de-France de l'APMEP peut peut-être vous aider !
Lire l'article

La Journée de la Régionale 2025
Cette Journée régionale a été l'occasion de s'interroger sur le hasard avec la conférence du matin, et de revenir sur les actions de la Régionale et ses projets lors de l'AG 2025. Deux ateliers ont été proposés dans l'après-midi, l'un autour de l'algèbre au XVIᵉ siècle et l'autre autour du crochet hyperbolique.
Lire l'article

Mathématiques, la voix royale
La Régionale avait convié ses adhérent·e·s à venir au théâtre pour une conférence-spectacle jouée par une musicienne et un mathématicien. Deux langages qui s'allient pour comprendre les différents aspects d'un son : une réussite !
Lire l'article

Les brèves de la Régionale
L'actualité des mathématiques est riche et foisonnante comme le prouvent ces quelques pépites glanées ici et là. Pour le prochain numéro des Chantiers, envoyez-nous vos trouvailles et événements mathématiques que vous avez pu croiser.
Lire l'article

Grain de riz… pour apprendre
Pour cette 4ᵉ partie, Martine Quinio nous propose des exercices autour de l'espérance de vie et des probabilités, avec toujours cette problématique : comment ces notions sont-elles abordées dans les actualités ?
Lire l'article

La place des mathématiques dans notre société
Notre collègue Pierre Dolain a assisté à la présentation des résultats de la grande consultation nationale organisée par l'INSMI-CNRS. On peut déplorer qu'aucun intervenant ne soit issu du primaire ou du secondaire mais des propositions ont été faites : reste à voir si elles seront prises en compte…
Lire l'article

Maths et mythes
Un petit livre qui analyse trois préjugés entravant l'enseignement des mathématiques, depuis la maternelle jusqu'à l'université, et propose des actions pour les combattre.
Lire l'article

Avis de recherche
La solution du n°206 avec des matrices et de l'arithmétique modulaire. Le nouvel avis de recherche proposé nous emmène dans un coin de cube déformable.
Lire l'article

Comment contribuer aux Chantiers ?
Chaque adhérent·e et lect·eur·rice peut aussi contribuer aux Chantiers en proposant des articles : toutes les idées sont bonnes à prendre et à partager…
Lire l'article

réalisation de Mélusine Kummer
lors des décorations de Noël
organisées par la Cᶦᵉ Terraquée

réalisation d'Anne-Sophie Suchard
lors des décorations de Noël
organisées par la Cᶦᵉ Terraquée

Édito

Article mis en ligne le 29 décembre 2025

par Le Comité de la Régionale, Jean-Christophe Masseron

Avant de voir s'ouvrir la parenthèse des vacances de fin d'année, revenons sur les temps forts de notre Régionale.

Notre journée régionale à l'Institut Henri Poincaré (IHP) fut une franche réussite : merci aux intervenants (Jean-Baptiste Aubin, Martine Bühler, Sabine De Foville et Anne-Sophie Suchard) pour la richesse de leurs apports, à l'IHP pour son accueil indéfectible, à la pizzeria Papilla pour ses pizzas et au marchand de clémentines qui ont nourri nos échanges. Ces moments, tout comme notre rencontre à la Reine Blanche, rappellent que l'APMEP est avant tout un réseau vivant de réflexion et de solidarité.

L'actualité institutionnelle nous impose toutefois de rester en alerte. La polémique autour de Pearltrees et des « manuels libres », sans compter qu'avec cet opérateur se posent aussi des problématiques sur les ENT (double dépense des collectivités si des plateformes privées les concurrencent), l'atomisation du savoir, la portabilité : cela illustre une dérive préoccupante et le volontariat ne s'accommode pas de l'obligation d'utilisation. On ne décrète pas l'usage d'un outil (d'ailleurs, est-il aussi « libre » qu'il le prétend ?), sans respecter le choix professionnel et la liberté pédagogique des collègues.

Parallèlement, la consultation citoyenne sur les rythmes scolaires s'est clôturée ; nous espérons que ces échanges ne resteront pas vains. Cette attente se double d'une certaine perplexité quant aux nouveaux programmes. Si la fin de la consultation suscite un espoir d'écoute du terrain, la cohérence du cycle 3 nous inquiète : l'élaboration par deux équipes distinctes (école et collège) fait peser un risque réel de rupture dans la continuité des apprentissages. Ce manque de cohérence se retrouve aussi avec une absence de concertation interdisciplinaire sur des champs très voisins (sciences, technologie, économie, etc.).

Cette impréparation se ressent jusqu'aux examens, avec l'arrivée trop tardive des sujets blancs du DNB (Diplôme National du Brevet), mettant les équipes dans une urgence regrettable.

Heureusement, les mathématiques restent un terrain de jeu : les inscriptions aux Olympiades de 4ᵉ, 3ᵉ/2ᵈᵉ et 1ʳᵉ sont ouvertes à toutes et à tous (spécialistes, non-spécialistes et séries technologiques). N'oubliez pas non plus de mobiliser vos classes pour le Concours de la Régionale (modalités sur notre site) !

Il ne me reste plus qu'à vous souhaiter d'excellentes vacances. Qu'elles vous apportent le repos nécessaire pour aborder 2026 avec enthousiasme et vigilance.

À très vite.

La Journée de la Régionale 2025

Article mis en ligne le 29 décembre 2025
dernière modification le 22 décembre 2025

par Le Comité de la Régionale

La Journée de la Régionale a eu lieu le samedi 29 novembre 2025 à l'IHP (Institut Henri Poincaré).

Dès 9 h, un café et des viennoiseries ont accueilli les participant·e·s : des échanges et consultations de brochures ont permis de se retrouver ou de prendre contact avec l'association.

Sommaire

Le hasard, ennemi ou allié ?

Jean-Baptiste Aubin, en préalable à sa conférence, nous a présenté une méthode de vote sur laquelle son groupe de recherche est en train de réfléchir : il s'agit de noter tous les candidats, ce qui donne les coordonnées d'un point que l'on peut placer dans un graphique.

Ainsi, dans une élection à deux candidats A et B, chaque votant donne une note x_A et une note x_B à chacun et on place un point de coordonnées $(x_A; y_B)$ dans un repère ayant deux axes (Ox) et (Oy). On obtient alors pour l'ensemble des électeurs un nuage de points dont on peut calculer le point moyen.

Autre projet dans lequel Jean-Baptiste Aubin est impliqué : le projet ESCRIME (ESprit CRItique & MathématiquE) qui propose des ressources pédagogiques, des ateliers et des formations pour développer l'esprit critique. Ce projet est porté par l'association Les Maths En Scène et financé par le Ministère de l'Enseignement Supérieur, de la Recherche et de l'Espace.

La conférence de Jean-Baptiste Aubin a été structurée en 2 points essentiellement : le hasard, cet ennemi — le hasard, cet ami.

Mais comment définir le hasard ? Quand on regarde ce que nous en dit un dictionnaire, on peut se rendre compte que c'est un concept presque impossible à définir ; et, grosso modo, il est soit l'expression de notre ignorance, soit une composante intrinsèque des théories les plus actuelles telle la physique quantique.

Le hasard, cet ennemi

Difficile à produire… même artificiellement

Produire du vrai hasard n'est pas simple. Les procédés naïfs comme la méthode middle square de von Neumann — mettre un nombre au carré et en extraire les chiffres du milieu — finissent toujours par dégénérer.

Aujourd'hui, générer des nombres aléatoires utilisables en cryptographie nécessite des méthodes mathématiques robustes et parfois des sources physiques (bruit thermique, phénomènes quantiques, lampes à lave par exemple).

Un ennemi de notre intuition

Jean-Baptiste Aubin a illustré combien nos intuitions se trompent souvent :

- le paradoxe des anniversaires, où deux personnes ont étonnamment vite des chances de partager la même date de naissance ;
- les corrélations fallacieuses, comme l'étude norvégienne liant partage des tâches ménagères et taux de divorce, où une variable cachée (le degré de modernité) expliquait en réalité les deux phénomènes.

Notre cerveau rejette les amas, les paquets, pourtant typiques du vrai hasard. C'est l'effet râteau : nous croyons qu'un nuage de points dispersé régulièrement est aléatoire, alors que le hasard réel produit naturellement des vides et des regroupements.

L'ambiguïté des tests statistiques

Un test statistique mesure la compatibilité d'une observation avec une hypothèse donnée. Mais lorsqu'on en réalise beaucoup — par exemple tester cent médicaments tous inefficaces — 5 % donneront mécaniquement un « résultat significatif » complètement dû au hasard. Et c'est souvent celui-là qui sera publié : c'est l'effet combiné du hasard, du seuil de signification, et du biais de publication.

Jean-Baptiste Aubin a aussi rappelé l'opacité des méthodes de redressement des sondages : chaque institut possède ses propres modèles, rarement publiés. « À partir du moment où ce n'est pas falsifiable, on sort de la sphère scientifique ».

Le hasard n'a donc pas une définition claire, il est souvent contre-intuitif et nous plonge dans une incertitude permanente !

La prise en compte du hasard dans les sciences est relativement récente et procède d'une lente évolution allant du XV^{e} siècle au XX^{e} siècle. Et ce n'est qu'au XX^{e} siècle que l'on passe d'une conception liée à notre ignorance à une conception intrinsèque du hasard dans les théories actuelles les plus abouties. En mathématiques, l'axiomatisation des probabilités est due à Andreï Nikolaievitch Kolmogorov (*Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung*, 1933).

Le hasard, cet ami

Source de liberté et de découverte

Philosophiquement, sans hasard, point de libre arbitre ! Pensons au démon de Laplace.

Et n'y a-t-il pas rien de pire que de ne pas mettre du hasard dans sa vie, dans les relations humaines, dans le charme d'une rencontre par hasard. Ainsi Christophe Colomb a découvert l'Amérique par hasard ! Cette intrusion du hasard dans nos vies est source de découvertes, pour le pire et le meilleur : la dynamite, la pénicilline,…

Source de régularité : les grands théorèmes

Le paradoxe est là : le hasard, accumulé, produit de la stabilité.

Grâce à la loi des grands nombres (*Ars Conjectandi*, 1713, Jacques Bernouilli), la proportion observée d'un résultat (par exemple **pile** dans un lancer de pièce) se rapproche de sa valeur théorique. Le théorème central limite (*Doctrine of Chances*, 1718, Abraham de Moivre) va plus loin : il décrit la vitesse de cette convergence, en $\frac{1}{\sqrt{n}}$.

D'un phénomène purement aléatoire se dégage donc une forme de certitude.

Un outil essentiel des sciences et des techniques

La méthode de Monte-Carlo en est l'illustration parfaite : en tirant des points au hasard, il est possible d'estimer des valeurs déterministes (comme π) ou de simuler des phénomènes complexes.

Cette idée irrigue aujourd'hui la physique, l'économie, la biologie, et plus récemment l'intelligence artificielle, notamment dans l'apprentissage par renforcement.

Une source de créativité

Le hasard n'est pas seulement scientifique : il est aussi artistique.

Mozart lui-même avait proposé un jeu musical permettant de composer un menuet à l'aide de jets de dés (Musikalisches Würfelspiel). On obtient ainsi une infinité de variations… toutes *du Mozart* ! On peut en voir et entendre une démonstration par Jean-François Zygel.

Hasard et éducation : un enjeu citoyen

La conférence s'est conclue sur un plaidoyer pour un enseignement vivant et interdisciplinaire des statistiques et des probabilités.

Les notions d'intervalle de confiance ou de médiane figurent dans les programmes, mais sont souvent traitées rapidement, sans pratiques variées, et sans lien avec les données du monde réel.

Or, comprendre les statistiques (et les probabilités) est devenu indispensable pour lire :

- les médias,
- les sondages d'opinion,
- les études de santé,
- les données économiques,
- et plus largement toutes les affirmations « appuyées sur des chiffres ».

Jean-Baptiste Aubin insiste : les professeurs de mathématiques ne peuvent pas porter seuls cet enseignement. Les sciences économiques, les sciences expérimentales, l'histoire-géographie, le français même, devraient pouvoir s'en emparer.

Certains étudiants utilisent des techniques reposant sur le hasard… sans avoir appris ce qu'est réellement une distribution ou une probabilité.

Le projet ESCRIME vise précisément à combler ce manque, en mettant les enseignants en situation de pratique, d'analyse et de débat.

Cette conférence nous rappelle que le hasard n'est pas un simple bruit parasite, ni une force mystérieuse opposée à l'ordre. Il est à la fois un défi conceptuel, un outil scientifique, une source de créativité et un enjeu citoyen ; l'apprivoiser, c'est apprendre à mieux penser, à mieux analyser, à mieux décider.

Jean-Baptiste Aubin nous invite ainsi à en faire non plus un ennemi, mais un allié éclairé.

Assemblée Générale 2025

L'Assemblée Générale de l'association a fait suite à la conférence, avec la présentation et le vote des rapports financier 2024 et d'activités 2024-2025, l'élection du comité régional et la présentation des projets pour l'année 2025-2026.

Un procès-verbal de cette AG 2025 vous donnera les détails de ce temps fort de la vie de notre Régionale qui permet aux adhérent·e·s de mieux comprendre le fonctionnement du comité régional ; rappelons que les séances du comité régional sont ouvertes à tous et toutes (consultez les prochaines réunions sur notre site).

Il a aussi été rappelé que chacun·e peut être élu· au comité national, soit sur un siège national, soit sur un siège régional. Pour notre régionale, 4 sièges seront à pourvoir en 2026.

Repas

Comme l'an dernier, nous avons commandé des pizzas et apporté des fruits pour un repas sur place. Instant convivial qui permet des échanges à bâtons rompus.

La suite de la journée s'est déroulée avec 2 ateliers en parallèles.

Jacques Peletier du Mans, un algébriste du XVI^{e} siècle

Cet atelier a été animé par Martine Bühler et Sabine De Foville qui sont membres du groupe IREM M.:A.T.H. (Mathématiques : Approche par des Textes Historiques).

Après quelques repères historiques sur la vie de Jacques Peletier (1517—1582), nous avons lu de nombreux passages de son ouvrage *L'algèbre* édité en 2 volumes à Lyon en 1554.

Ces passages ont été sélectionnés pour être travaillés en classe (avec des élèves de seconde) dans le but de renforcer les notions algébriques issues, pour la plupart, des années collège. Vous pouvez retrouver ces documents sur le site du groupe IREM M.:A.T.H. :

- histoire des maths et algèbre

Un article reprenant l'ensemble du travail présenté lors de cet atelier est prévu pour le numéro 208 des Chantiers.

Le crochet hyperbolique

Cet atelier a été animé par Anne-Sophie Suchard qui est membre du comité régional et du Bureau national de l'APMEP.

Les huit participant·e·s ont choisi une pelote de laine et un crochet ; les trois vrais débutants ont appris à réaliser une chaînette (à l'aide de mailles en l'air) puis ont essayé d'appliquer la valse à trois temps du crochet hyperbolique : une maille serrée (en deux temps) suivie d'une maille en l'air (en un temps).


Les participant·e·s qui savaient déjà crocheter ont aidé leur voisin·e : « une maille serrée suivie d'une maille en l'air ».

3 mailles de base

Un document présentant les techniques de base a été distribué lors de l'atelier ; il est issu du projet *Crochet Coral Reef* qui relie l'art, la science, les mathématiques et l'écologie.

- Comment crocheter du corail hyperbolique
- Le site du projet *Crochet Coral Reef*

Voici quelques vidéos :


crochet hyperbolique 1
Anne-Sophie Suchard


crochet hyperbolique 2
Anne-Sophie Suchard


exemple de maille
Anne-Sophie Suchard


exemple de maille
Anne-Sophie Suchard


mon 4e corail
Anne-Sophie Suchard


mon 5e corail
Anne-Sophie Suchard

Pour aller plus loin dans l'exploration du crochet hyperbolique et ses liens avec les géométrie non-euclidiennes, vous pouvez consulter les 2 documents suivants :

- Mathématiques du crochet et crochet mathématique
  un article de Bérénice Delcroix-Oger paru dans AFDM n°537
- Géométrie hyperbolique et crochet
  comment visualiser des objets issus de la géométrie hyperbolique
  une interview d'Émeline Schmisser par le blog Briques2math

Mathématiques, la voix royale

Article mis en ligne le 29 décembre 2025

par Christine Zelty

Jeudi 4 décembre 2025, la Régionale d'Île-de-France a invité des adhérent·e·s au spectacle « Mathématiques, la voix royale » joué au théâtre La Reine Blanche.

Les conseils de classes, la date, l'heure et/ou l'éloignement n'ont pas permis d'atteindre les vingt participants pour lesquels on avait réservé des places.

Sommaire

Une conférence-spectacle

Le spectacle, dans le cadre du Festival des savants sur les planches, nous a permis d'entendre le mathématicien Jean-Baptiste Aubin et la musicienne Leslie Peeters. Au début, seul Jean-Baptiste Aubin se trouve sur la scène : il déplore le retard prévisible des artistes et commence donc par un cours de mathématique sur les nombres particuliers tels π, e et i qui dialoguent remarquablement dans l'identité d'Euler $e^{i\pi} = -1$. Peut-être aurait-il fallu comprendre « Mathématiques, la voie royale » ?

Mais non, c'est bien de « voix royale » dont il est question car avec l'arrivée de Leslie Peeters s'ensuivent des échanges sur la musique dans le langage de la musicienne et celui du mathématicien. Deux langages apparemment opposés ; celui de la raison et celui du ressenti vont se répondre et se compléter pour arriver à un accord final.

Partant de points de vue assez différents, nous nous rendons compte que les approches sont complémentaires. Le son devient vibration puis courbe sinusoïdale. Au fil de leurs échanges , la musique devient science et la science musique.

Ce fut un spectacle très intéressant par cette double approche des sons, grâce à des logiciels d'analyse, en partant du chant, et de vibrations, on a pu voir apparaître des courbes interprétées par Jean-Baptiste Aubin et par Leslie Peeters en fonction de leurs sensibilités. Les sons, avec leurs caractéristiques de hauteur, de durée, d'intensité et de timbre, nous ont été donnés à voir et à entendre ; ces différentes propriétés étant abordées progressivement tout au long de la conférence-spectacle. Spectacle mêlant humour, musique, science et pédagogie pour le plus grand plaisir des spectateurs et spectatrices, autant les plus jeunes que les plus âgés.

La Reine Blanche — Scène des arts et des sciences

Revenons sur le lieu : le Théâtre La Reine Blanche — Scène des Arts et des Sciences. C'est un théâtre indépendant situé au Nord de Paris, Sa programmation, à la fois exigeante et accessible à tous, s'inspire beaucoup des sciences, sociologie, histoire, psychologie…

N'hésitez pas à consulter la programmation de ce théâtre pour y emmener vos élèves et leur faire partager une approche différente sur les sciences dont bien des aspects font partie de notre culture commune.

À ce titre, il sera intéressant de découvrir le spectacle La Découvreuse Oubliée du 22 janvier au 29 mars 2026. C'est le quatrième volet de la série « Les Fabuleuses » écrite par Élisabeth Bouchaud, physicienne et directrice du théâtre. Dans ces quatre histoires, le scénario est presque toujours le même : une femme fait une découverte de grande valeur, en collaboration ou en compétition avec un ou plusieurs hommes ; ces hommes se battent pour être reconnus à leur juste valeur, les femmes sont oubliées, voire mises à l'écart comme Lise Meitner, Jocelyn Bell, Rosalind Franklin et Marthe Gautier, ainsi que bien d'autres.

Cette pièce retrace l'histoire de Marthe Gautier, découvreuse de la Trisomie 21 dont les recherches ont été attribuées à Jérôme Lejeune.

Les brèves de la Régionale

Article mis en ligne le 29 décembre 2025

par Le Comité de la Régionale, Michel Suquet

CHANTIERS DE PÉDAGOGIE MATHÉMATIQUE

Le concours « Maths & Égalités »

Maths et égalités 2025 — 2026

Le concours 2025 — 2026 de la Régionale APMEP d'Île-de-France et de l'IREMS de Paris a pour thème « Maths & Égalités ».

Le concours est ouvert aux classes et groupes d'élèves d'Île-de-France, de l'école à l'université, encadrés par un ou plusieur·e·s enseignant·e·s, et nous attendons qu'ils réalisent **un journal** dont le contenu doit être en lien avec le thème.

Le règlement du concours vous donnera tous les détails nécessaires pour participer.

Le thème est très riche, les partenariats possibles avec les collègues des autres disciplines et du professeur documentaliste sont nombreux. Alors, que vous soyez en collège, en lycée, et même à l'école élémentaire ou à l'université, n'hésitez pas à vous lancer !

Des exemples de réalisations des éditions précédentes sont consultables sur le site de la Régionale.

École d'été d'astronomie du CLEA (EEA)

Le Comité de liaison entre enseignants et astronomes (CLEA) organise des écoles d'été et celle de l'été 2025, autour du thème « Origines », s'est tenue au centre d'oxygénation de Gap-Bayard (Hautes-Alpes) du 18 au 25 août 2025.

Ces écoles d'été sont destinées aux enseignant·e·s, de tous niveaux (du primaire à l'université) : c'est l'occasion de passer une semaine de vacances studieuses, enrichissantes et conviviales dans un coin de France.

Si vous êtes intéressé·e, vous pouvez avoir une idée de ce qu'il s'y passe en consultant les programmes de ces écoles d'été autour de l'astronomie.

Pyramide : d'où viens-tu ?

« Pourquoi une pyramide s'appelle une pyramide ? » demande Clémence, 8 ans, aux P'tits Bateaux.

Vous êtes-vous déjà posé cette question ? Vous verrez, la réponse est étonnante.

Autre question, liée aux mathématiques, d'un P'tits Bateaux : Qui a inventé les formes géométriques, et pourquoi ?

Exposition Escher

Nous vous l'avions signalé en septembre comme étant à venir : depuis le 15 novembre 2025 et jusqu'au 1er mars 2026, vous pouvez voir maintenant plus de 200 œuvres de Maurits Cornelis Escher à la Monnaie de Paris.

8 sections pour suivre une œuvre fascinante :
- Les débuts
- La période italienne et les voyages
- Pavages du plan
- Métamorphoses
- Structure de l'espace
- Travaux sur commande
- Paradoxes géométriques
- Eschermania

Nos cousins germains nous inspirent

Changer l'enseignement des maths : peut-on s'inspirer de l'école allemande ?

Les mathématiques sont censées donner aux jeunes des clés pour résoudre les problèmes qu'ils vont rencontrer au quotidien. Pourtant, dans leurs copies, les élèves français semblent souvent jongler avec les nombres sans conscience de leur signification concrète. Pour y remédier, peut-on s'inspirer du modèle scolaire allemand qui met plus l'accent sur la culture arithmétique ?

Exposition de coraux en crochet hyperbolique

Au Palais de la Porte dorée, **du 17 octobre 2025 au 5 avril 2026**, dans l'exposition Migration et climat sont exposés des coraux réalisés en laine avec la technique du crochet hyperbolique, thème d'un atelier de la Journée de la Régionale Île-de-France 2025.

- **Palais de la Porte dorée**
  293 avenue Daumesnil 75012 Paris


Influence de la numération sur la pensée

Comment les systèmes de numération façonnent-ils notre pensée et influencent-ils l'apprentissage, le langage et la culture ?

Diverses influences : la base de numération (différente pour le temps par exemple), la langue, les notations.

Mathématiques, même pas peur ?

Dans son émission **Parlons-en**, France 24 a invité 4 personnalités pour débattre autour du thème « Mathématiques, même pas peur ? » : Cédric Villani, Claire Voisin, Christophe Besse et Estelle "Wonderwomath" Dalençon.

Choix d'orientation et genre

Orientation postbac : pourquoi les femmes choisissent moins les sciences que les hommes ?

Si les filles sont beaucoup moins enclines que les garçons à se diriger vers des filières scientifiques, c'est bien entendu lié pour une part à la persistance des stéréotypes de genre. Mais d'autres facteurs entrent en compte lors des processus d'orientation scolaire. Explications à partir d'une enquête de la Chaire pour l'emploi et l'entrepreneuriat des femmes (Sciences Po).

Les femmes et la conquête spatiale

Katherine Johnson : la mathématicienne qui a envoyé des astronautes dans l'espace !

Si l'on a retenu les noms des premiers astronautes à faire quelques pas sur la Lune, ceux des femmes qui ont rendu possible cette prouesse sont longtemps restés dans l'oubli. Parmi elles, Katherine Johnson, qui faisait partie de ces « ordinateurs humains », de brillantes mathématiciennes dont le travail, peu reconnu à l'époque, fut pourtant essentiel pour calculer les trajectoires des missions spatiales de la Nasa.

Un film retrace cette histoire : les Figures de l'ombre (Hidden Figures).

La joie des maths

La Terre au carré a invité Cédric Villani pour nous faire partager sa joie des maths.

Et oui, les mathématiques, comme toutes les sciences, font partie de la culture comme nous en apporte la démonstration Cédric Villani qui, pendant 15 ans, a dispensé des centaines de conférences sur l'art mathématique et sur l'incroyable aventure de la discipline, de façon vivante et joyeuse. Oui, avec lui nous pouvons dire que ma joie demeure !

L'interview d'Hugo Duminil-Copin

Connaissez-vous le blog Science étonnante ? David Louapre partage avec nous des résultats scientifiques qui l'amusent, l'étonnent ou tout simplement l'intéressent.

Il interviewe aussi des scientifiques : par exemple Hugo Duminil-Copin médaillé Fields 2022, qui nous parle de son parcours, de sa vision des mathématiques et de ses travaux.

Parmi ses vidéos bloguées, il nous invite à (re)découvrir les machines de Turing : l'être humain serait-il une machine de Turing ?

Les problèmes préférés d'André Deledicq

Le mathématicien René Cori soumet ses collègues à la question : quels sont vos problèmes préférés et pourquoi ?

Après Michel Broué, c'est au tour d'André Deledicq de nous proposer 3 problèmes : *la soucoupe sur la nappe, un peu d'aires… et un simple puzzle à deux pièces.*

Les trois problèmes préférés d'André Deledicq et leurs solutions figurent dans le magazine tangente n°226 et sur le site tangente-mag.com : Mes problèmes préférés — André Deledicq

Retrouvez la vidéo de l'entretien sur YouTube, avec le texte de chaque problème dans la description de la vidéo.

Des mathématiques à la radio ?

Étienne Klein interroge Yan Pradeau : Est-il possible de faire des mathématiques à la radio ?

Comment jouer à faire des maths et s'en émerveiller ? Peut-on imaginer des exercices qui se passeraient de supports visuels où la radio aurait un rôle à jouer ? Que se passe-t-il lorsqu'on pense à des mathématiques ?

Le BGV dynamique

Consultez le BGV devenu dynamique pour 4 de ses rubriques :

- Actualités institutionnelles
- Actualités de nos partenaires
- Congrès, colloques, manifestations
- Ressources et publications

Revue de presse

Sur le site Images des mathématiques qui donne à voir « la recherche mathématique en mots et en images », une revue de presse est proposée chaque mois.

Sont abordés divers thèmes qui alimenteront vos réflexions : la vie de la recherche, la recherche et ses applications, l'enseignement, la diffusion de la culture mathématique, les parutions d'ouvrages ou de magazines, l'histoire des mathématiques, les concours, les arts et les maths,…

Le Petit Vert

Le bulletin de nos amis de Lorraine a été publié en décembre, avec le numéro 164 qui sera, comme les autres numéros, une source d'idées pour vos cours.

J'ai particulièrement aimé l'éditorial sur l'enseignement des probabilités qui mérite mieux qu'une surcharge notionnelle apparue dans les nouveaux programmes du collège et vous apprécierez l'inventivité des nombreux articles de ce numéro du Petit Vert.

Tangente

Le magazine Tangente, *l'aventure mathématique*, nous offre tous les deux mois des ouvertures sur les mathématiques, depuis 1987 ; vient de paraître le numéro 227 (décembre 2025) avec un dossier sur *Maryam Mirzakhani* et un dossier sur *des chiffres et des… nombres.*

MathémaTICE

Le numéro 97 de la revue en ligne MathémaTICE est paru en novembre 2025 (et vous pouvez même avoir accès au numéro 98 de janvier 2026) avec pour thème principal l'intégration des TICE dans l'enseignement des mathématiques et pour ce numéro des articles très divers dont un plaidoyer pour la Forge de l'Éducation Nationale, une Forge des Communs Numériques Éducatifs.

Pour les prochains numéros de cette revue, des articles sont déjà prêts mais susceptibles de corrections avant leur publication définitive.

CHANTIERS DE PÉDAGOGIE MATHÉMATIQUE

Grain de riz… pour apprendre
4e partie

Article mis en ligne le 29 décembre 2025
dernière modification le 21 décembre 2025

par Martine Quinio Benamo

Suite à la recension de l'ouvrage Un grain de riz sur un échiquier — les mathématiques c'est politique, nous avons demandé à son auteure Martine Quinio Benamo de nous proposer quelques idées d'exercices pour éclairer des notions de mathématiques qui interviennent dans l'actualité.

Dans les numéros précédents des Chantiers Martine Quinio Benamo nous avait proposé quelques idées d'exercices pour éclairer les notions suivantes, en lien avec des sujets d'actualité :

- *la croissance exponentielle (numéro 204)*
- *les pourcentages et plus généralement les fractions (numéro 205)*
- *la moyenne (numéro 206)*

Dans ce numéro des Chantiers, c'est au tour de la notion d'espérance de vie et des probabilités : comment ces notions sont-elles abordées dans les actualités ?

Les références indiquées, sauf mention contraire, concernent les pages de l'ouvrage de Martine Quinio Benamo : « Un grain de riz sur l'échiquier — les mathématiques c'est politique » aux éditions de l'Atelier (2023). Cet ouvrage est cité par « GR » ou « Grains Riz ». Autre ouvrage en référence : « Probabilités et statistique aujourd'hui », de la même autrice, aux éditions l'Harmattan (2009).

Sommaire

L'espérance de vie

En théorie des probabilités, la notion d'espérance est essentielle ; dans la thématique précédente, nous avions abordé la notion de moyenne. L'espérance étant une moyenne, la transition entre les deux thématiques est toute trouvée !

Définition

En calculant la moyenne des âges de personnes décédées au cours d'une année n, on obtient l'espérance de vie pour des bébés naissant l'année $n+1$: c'est donc une prévision de la durée de vie en fonction des durées passées.

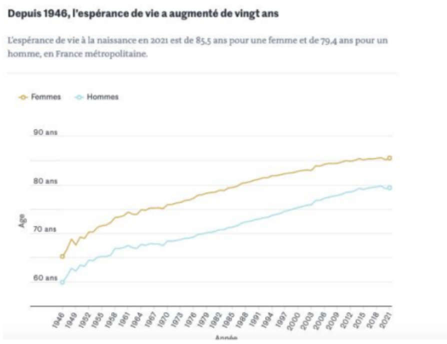
C'est l'espérance de vie à la naissance, ce n'est pas l'espérance de vie à 60 ans, à 80 ans. Ce n'est pas non plus l'espérance de vie en bonne santé. D'autres définitions (Hommes/femmes ; cadres supérieurs/ouvriers ; etc.) sont donc à formuler pour nuancer la définition générale.

Exercice

> « Les Français vivent de plus en plus longtemps. En constante progression, l'espérance de vie est la durée de vie moyenne théorique d'un nouveau-né relative aux conditions de mortalité de la période. »
>
> source : Dorian Jullien, Le Monde 04/01/2023

Comment pourrait-on calculer les espérances de vie à 60 ans, à 80 ans ?

L'augmentation de l'espérance de vie a été mise en avant pour justifier l'augmentation des durées de cotisations et relever l'âge de la retraite : voici un document graphique qui illustre les différences d'espérances de vie.



Exercice

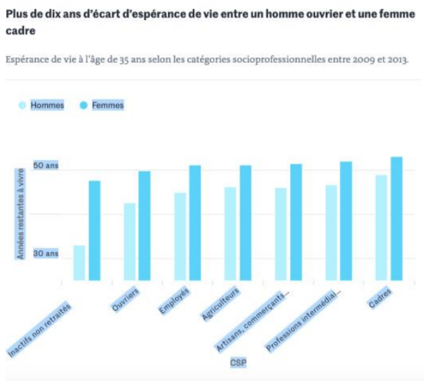
Précisez, depuis 1946, l'augmentation de l'espérance vie à partir de ces graphiques.

Exercice

Quelle est l'espérance de vie à la naissance en 2021 pour une femme, pour un homme, en France métropolitaine ?

Cette progression générale cache toutefois des inégalités, non seulement entre les hommes et les femmes, mais aussi selon les catégories socioprofessionnelles (CSP). En témoigne, par exemple, l'espérance de vie des hommes aujourd'hui âgés de 35 ans, qui s'élève à 84 ans pour un cadre, soit 6,4 ans de plus que pour un ouvrier, d'après les conditions de mortalité entre 2009 et 2013. L'écart est encore plus important si l'on compare avec une femme cadre du même âge, qui peut espérer atteindre 88 ans en moyenne.

Voici un autre graphique pour visualiser l'écart d'espérance de vie entre un homme ouvrier et une femme cadre :

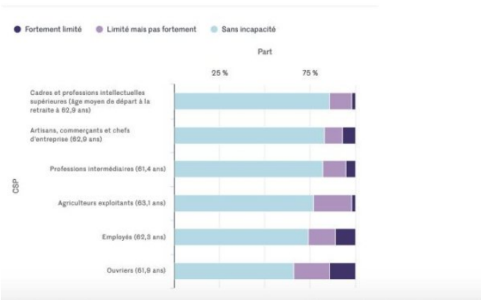


Espérance de vie à l'âge de 35 ans selon les catégories socioprofessionnelles entre 2009 et 2013.
source : Insee

Espérance de vie en bonne santé

Vivre plus longtemps ne signifie pas forcément vivre mieux. Pour tenir compte de l'état de santé au moment de l'arrivée à la retraite, un autre indicateur existe : **l'espérance de vie sans incapacité**, aussi appelée espérance de vie en bonne santé. Elle consiste à mesurer la durée de vie moyenne d'une personne avant qu'elle ne soit touchée par des limitations dans les activités au quotidien.

Voici un graphique qui donne le niveau d'incapacité durant la première année de retraite en fonction de la catégorie socioprofessionnelle, en 2018.



source : Drees

Exercice

Selon ce graphique, quelle est la proportion des ouvriers
et celle des employés en incapacité lors de la première année de retraite ?

Probabilités

N.B. : sur cette thématique, on trouvera un grand nombre d'exercices et leurs solutions dans l'ouvrage destiné aux élèves et étudiants : *Probabilités et statistique aujourd'hui*, nouvelle édition, L'Harmattan.

Travail sur la conception courante de « une chance sur deux »

Exercice

Quel modèle de probabilité permet de conclure lorsqu'il y a deux issues possibles et que chacune a une chance sur deux de se produire ?

Pour ce travail, on pourra critiquer la phrase « Au basket, j'ai une chance sur deux de mettre le panier » (langage courant).

Autre phrase à critiquer, entendue à la sortie d'une mammographie par une patiente venant de passer son examen : « J'ai peur, quand on passe une mammo, on a une chance sur deux ».

Exercices tirés de GR

GR p.110 : « Une boîte contient 2 boules rouges et 8 boules noires. On prend une boule au hasard les yeux bandés. Quelle est la probabilité de tirer une boule rouge » ? La bonne réponse est-elle « 1 chance sur 2 » ou « 2 chances sur 10 » ?

GR p.113,114,115 : En admettant que la probabilité de la naissance d'une fille est $\frac{1}{2}$, une fois la première fille née, quelle est la probabilité d'avoir une deuxième fille ?
→ Avant toute naissance : « sur 2 naissances, quelle est la probabilité d'avoir 2 filles » ? Est-ce encore une chance sur deux ?
→ Pour 4 naissances, calculer les probabilités d'avoir 0, 1, 2, 3 ou 4 filles sur 4 naissances ; montrer que la probabilité maximum est celle d'avoir 2 filles.

GR p.110 : « Une assemblée comporte six femmes et quatre hommes : en désignant les yeux bandés une personne au hasard, quelle est la probabilité de désigner une femme ? » Pour répondre à cette question, la plupart des personnes disent « 1 chance sur 6 » alors que la bonne réponse est « 6 chances sur 10 ».

Probabilité d'écrire un livre en tapant au hasard : par un singe, par une IA ?

Pour faire comprendre la notion d'événement impossible, qui, mathématiquement, ne signifie pas que cela n'arrive pas, je propose le travail suivant.

Exercice

1) Calculer la probabilité p d'écrire « papa aime les bananes » en tapant chaque signe au hasard y compris les espaces, en supposant que l'on tape 21 fois et que l'on prend un signe parmi 27 signes (lettres et espace).

2) Calculer la probabilité de ne pas écrire la phrase « papa aime les bananes », probabilité notée q. Ordre de grandeur ?

3) Calculer la probabilité P_n de ne pas écrire la phrase « papa aime les bananes » sur une répétition de n essais et montrer que P_n tend vers 0 quand n tend vers l'infini.

Remarque : On peut conclure (avec prudence) qu'il est très probable qu'une IA finisse par écrire cette phrase ou n'importe quel livre déjà écrit ; c'est le thème de la nouvelle de Borges, « La bibliothèque de Babel ».

Travail sur la formule de Bayes

Au cours de ma carrière, j'ai souvent remarqué que certains mots d'utilisation courante ne sont pas vraiment compris par les élèves (ni par des adultes une fois sortis de la scolarité d'ailleurs). **La formule de Bayes** est l'occasion de faire un travail sur le mot « parmi » : il s'agit de faire la distinction entre : « A parmi B » et « B parmi A » (références dans GR : pages 135, 136 et 137).

Exemples :
En considérant les événements :
- A :« avoir comme maladie une méningite » ; B :« avoir comme symptôme de forts maux de tête ».
- A : « commettre un délit de petite criminalité » ; B : « être un jeune issu de l'immigration ».

Exercice

On donne les statistiques suivantes :
98 % des méningites donnent ces symptômes, et 0,01 % de ces cas cliniques avec ces symptômes sont des méningites, soit 1 pour 10 000.

Exprimer ces statistiques sous forme de probabilité.

Travail sur les sondages, intervalles de confiance

Documents à consulter dans l'ouvrage GR :
- Travail sur les moyens d'information des jeunes (GR p.147).
- Travail sur le calcul de la marge d'erreur (GR p.152).
- Travail sur les élections américaines et les différences entre les sondages selon les modes de scrutins (GR p.155).

Exercice

Si sur une ligne donnée la fréquence de retard de TER estimée est de 250 sur 1000, donner une fourchette qui, à 95 %, contient la fréquence de retard de ces TER.

Travail sur les addictions aux jeux et paris

On pourra se référer à l'enquête sur l'addiction aux jeux d'argent et de hasard : une méta-analyse fournit des chiffres globaux sur la prévalence de ce trouble.

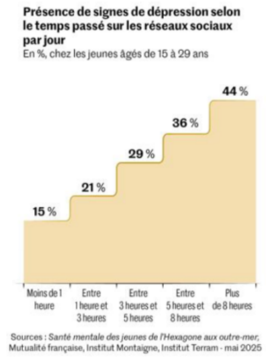
Extraits de cette grande enquête :

> Globalement, 46,2 % (IC à 95 % : 41,7-50,8) des adultes et 17,9 % (14,8-21,2) des adolescents avaient joué à un jeu d'argent et de hasard au cours des 12 derniers mois.
>
> Les taux de jeu étaient plus élevés chez les hommes (49,1 % ; 45,5-52,6) que chez les femmes (37,4 % ; 32,0-42,5).
>
> Parmi les adultes, 8,7 % (6,6-11,3) ont été classés comme s'adonnant à un jeu à risque, et 1,41 % (1,06-1,84) comme s'adonnant à un jeu problématique. Chez les adultes, les taux de jeu problématique étaient les plus élevés dans les casinos en ligne ou les machines à sous (15,8 % ; 10,7-21,6). Peu de données ont été rapportées sur le jeu à risque et le jeu problématique dans les échantillons d'adolescents.

Corrélation ou cause ?

Ce thème sera traité dans le numéro suivant : cette notion est importante afin de comprendre les débats d'actualité en matière de santé — lien entre tabac et cancers des bronches, entre diffusion de pesticides et maladies : comment met-on en évidence des corrélations ? Peut-on parler de cause ? Ou encore en matière d'environnement — corrélation entre émissions de CO_2 et réchauffement climatique : pour les scientifiques, ces débats n'ont plus lieu d'être car il y a consensus.

En guise de transition, voici un graphique qui mérite d'être attentivement interprété.



Interpréter ce graphique.
source : Le Monde, 02/09/2025

La place des mathématiques dans notre société

grande consultation nationale

Article mis en ligne le 29 décembre 2025
dernière modification le 2 janvier 2026

par Pierre Dolain

Du 10 mars au 30 avril 2025, Le CNRS Mathématiques, INSMI (Institut national des sciences mathématiques et de leurs interactions), a organisé ***une grande consultation nationale sur la place des mathématiques dans notre société****. Les résultats de cette consultation citoyenne ont été présentés au Palais du Luxembourg le 8 décembre 2025. Notre collègue Pierre Dolain y était.*

Vous trouverez sur le site de l'INSMI-CNRS tous les renseignements sur le déroulement de cette consultation.

Des documents présentent les résultats de cette consultation :

- *Résultats de la consultation citoyenne*
- *Résultats détaillés de la consultation citoyenne*
- *Annexes*

Nous étions deux de l'APMEP à assister à cette présentation et cela m'a inspiré un certain nombre de remarques.

Tout d'abord les lieux : salle Clémenceau au Sénat. Bâtiment prestigieux. De quoi impressionner la population venant assister à la présentation.

Ensuite les officiels, ceux qui ont organisé et ceux qui sont là pour commenter : directeurs de ceci et cela, sénateur et sénatrice, PDG du CNRS, directrice générale du CNED, présidente d'université, médaille Fields 2022, directrice générale de l'École Polytechnique, directrice générale du réseau Canopé, professeur au Collège de France…

Et puis, pour faire plus vrai, quatre personnes de basse extraction mises là pour représenter la population de ceux qui sont allés au charbon : discuter de la situation des mathématiques en France.

Le constat exprimé par les intervenants était (on s'en serait douté) que l'image des mathématiques en France n'avait pas, ou plutôt plus, la place ni la qualité qu'il était souhaitable qu'elle eût. Venaient toutes les explications rabâchées d'aussi loin que je m'en souvienne avec peut-être pour seule nouveauté l'importance accordée à la place ou à la non place des filles et des femmes dans les études mathématiques et scientifiques en général.

Vous aurez peut-être les détails de ce qui a été dit en zappant sur la vidéo de la présentation des résultats — à compléter (on m'avait assuré que cette présentation serait mise en ligne mais jusqu'à maintenant je ne l'ai pas trouvée).

J'avoue que la plupart des interventions m'ont laissé une impression plutôt désagréable.

Tout d'abord, alors qu'il a été abondamment question de l'enseignement des mathématiques, il n'y avait parmi les intervenants aucun enseignant au niveau précédent les classes préparatoires aux grandes écoles. Cependant, nombre d'entre eux émettaient des avis sur la façon dont devraient fonctionner les classes montrant ainsi qu'ils n'avaient qu'une connaissance anecdotique des conditions d'enseignement dans une classe lambda. On a parlé de médiation, festival, médiathèque… pour les mathématiques mais pas d'enseignement. Pour moi, la seule personne ayant émis une proposition nouvelle, sensée, raisonnablement réaliste, ayant de fortes chances d'avoir un effet positif sur l'enseignement des mathématiques, était la directrice générale du CNED : il s'agirait de créer une plateforme dédiée aux mathématiques qui apporterait des éléments de formation tout au long de la vie avec une certification possible.

Finalement cette consultation citoyenne a certainement fait beaucoup de bien à ceux qui y ont participé ainsi qu'aux intervenants de la présentation à qui cela a fourni un contexte dans lequel ils ont pu, j'ai envie de dire « parader » et propager la bonne parole.

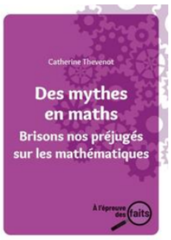
Quant aux conséquences de tout cela pour l'état des mathématiques en France, je crois qu'elles sont pour le moins incertaines.

Maths et mythes

brisons nos préjugés sur les mathématiques

Article mis en ligne le 29 décembre 2025

par Michel Suquet



La lecture de l'ouvrage de Catherine Thevenot, Des mythes en maths — brisons nos préjugés sur les mathématiques (éditions Tom Pousse, 2025) nous emmène à l'exploration de 3 idées reçues qui entravent l'enseignement des mathématiques, depuis la maternelle jusqu'à l'université :

- les filles sont moins bonnes en mathématiques que les garçons
- certains d'entre nous ont la bosse des maths
- la dyscalculie, ça n'existe pas !

Chacun de ces préjugés est l'objet d'un chapitre dans lequel Catherine Thevenot nous présente la situation, puis l'analyse en se basant sur des enquêtes et les recherches les plus récentes, et enfin nous propose des actions pour favoriser des conditions d'apprentissage menant à l'épanouissement de toutes et tous.

Le premier stéréotype, celui de genre, concerne aussi bien la famille, l'école et la nation. Bien que largement remis en question par toutes les recherches scientifiques, il continue d'être intériorisé en mathématiques par les filles (et les garçons) et a des conséquences dans les choix d'orientation des filles. Le premier chapitre présente et analyse tous ces aspects en détail.

Pour briser le cercle vicieux des inégalités de genre en mathématiques, de nombreuses actions sont passées en revue. Un travail de fond reste à accomplir : formation des enseignant·e·s, implication des parents, des filles et des garçons, révision des manuels scolaires et des supports d'enseignement, accentuer les politiques d'accompagnement des parcours tant académiques que professionnels.

Le deuxième chapitre concerne la fameuse « bosse des maths » ! Là encore, toutes les recherches scientifiques nous montrent qu'il s'agit d'une idée reçue sans fondement. Si les premiers apprentissages et le rôle de la famille ont une influence sur l'attrait ou l'aversion pour les mathématiques, rien n'est définitif et des actions peuvent aider les enfants à aimer pratiquer les mathématiques. C'est le rôle de l'école, et de la société, de réduire les écarts initiaux entre les enfants selon qu'ils sont issus ou non d'un milieu privilégié.

Pour briser ce deuxième stéréotype, permettre la mise en place d'un environnement stimulant et constructif est un enjeu aussi bien pour l'école que pour les familles et la société. Développer des initiatives telles que des maisons des mathématiques ou des collaborations entre l'école et la famille (par exemple le dispositif des « sacs à maths ») ou l'apport de jeux pour les apprentissages seront profitables aussi bien pour les enfants que pour les adultes.

Le dernier chapitre concerne la dyscalculie et passe en revue les difficultés pour la cerner et l'étudier car c'est un trouble aux manifestations hétérogènes. Sont aussi abordées ses manifestations classiques telles qu'un échec à donner du sens au nombre et à pouvoir automatiser l'exécution de calculs. Quant à ses causes, il est distingué une dyscalculie primaire, indépendante de tout autre trouble, et une dyscalculie secondaire conséquence de déficits cognitifs plus généraux.

La compréhension des causes des différents types de dyscalculie permet d'orienter les actions à mener pour aider les enfants et les adultes concernés à développer et renforcer le sens du nombre ainsi que les liens entre symboles et quantités représentées. C'est l'objet de la troisième partie de ce chapitre.

Ce petit livre (environ une centaine de pages et un format de poche) montre que personne n'est condamné à ne rien comprendre aux mathématiques : comprendre et agir pour déconstruire les mythes autour des mathématiques est salutaire pour toutes et tous. Et si nous sommes encore soumis à des inégalités face aux conditions nécessaires pour aimer pratiquer des mathématiques, cet ouvrage de Catherine Thevenot nous donne des pistes pour combattre ces inégalités. Des défis qui ne concernent pas uniquement l'école, de la maternelle à l'université, mais aussi les familles et la société dans son ensemble.

CHANTIERS DE PÉDAGOGIE MATHÉMATIQUE

Avis de recherche

Article mis en ligne le 29 décembre 2025
dernière modification le 14 décembre 2025

par Michel Suquet

Sommaire

Avis de recherche du n°206

Pierre Delezoïde nous avait proposé l'avis de recherche du numéro précédent avec de l'arithmétique et des matrices.

Observez le tableau ci-dessous qui a été découpé en sous-matrices 2×2 : vous aurez sans doute reconnu un extrait du fameux triangle de Pascal modulo 2. Que peut-on dire de remarquable pour ce triangle de Pascal modulo 2 avec sa grille de lecture 2×2 ?

1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0
1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0
1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

On peut aussi généraliser, toujours modulo 2 avec une grille de lecture 4×4 au lieu de 2×2, puis 8×8, etc. (seulement des puissances de 2).

Pierre nous donne les résultats de ses recherches.

On considérera que $\binom{n}{k}$ est défini pour $n \in \mathbb{N}$ et $k \in \mathbb{Z}$, avec la convention que $\binom{n}{k} = 0$ si $k < 0$ ou si $k > n$.

On observera qu'avec cette convention la relation $\mathcal{R}$: $\binom{n+1}{k+1} = \binom{n}{k+1} + \binom{n}{k}$ pour $n \in \mathbb{N}$ et $k \in \mathbb{Z}$, est préservée. Les entiers $\binom{n}{k}$ sont uniquement déterminés par la première ligne ($n = 0$) : $\binom{0}{k} = 0$ si $k \neq 0$ et $\binom{0}{0} = 1$, et la relation $\mathcal{R}$.

De la parité dans le binôme

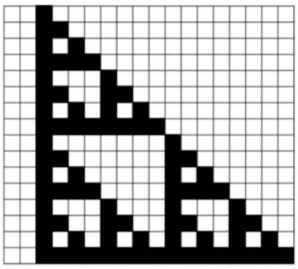


figure 1
cette grille représente les parités des coefficients du binôme
impair $\to 1 \to$ case noire
pair $\to 2 \equiv 0 \to$ case blanche

Pour remplir ce tableau on applique la relation $\mathcal{R}$ $\binom{n+1}{k+1} = \binom{n}{k+1} + \binom{n}{k}$ à partir de la première ligne qu'on connaît, mais on effectue les calculs modulo 2, donc ne figurent que des 0 et 1, *ie* des cases noires et blanches.

On peut considérer que ce tableau est un tableau de matrices $(2,2)$; $M^{(1)}_{n,k}$ étant la matrice $(2,2)$ à l'intersection des lignes $(2n, 2n+1)$ et des colonnes $(2k, 2k+1)$ du tableau initial.

Par exemple $M^{(1)}_{0,0}$, qu'on notera U_1, regroupe les parités des $\binom{n}{k}$ où $n = 0, 1$ et $k = 0, 1$. On remarque qu'il n'y a que 2 matrices possibles, la matrice U_1 qui a 3 cases noires et une blanche et la matrice Z_1 qui n'a que des cases blanches (elle est nulle).

$U_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} \blacksquare & \square \\ \blacksquare & \blacksquare \end{pmatrix}$ et $Z_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} \square & \square \\ \square & \square \end{pmatrix}$

Expérimentalement il semble que la règle de formation du tableau des $M^{(1)}_{n,k}$ soit la même que celle des $\binom{n}{k}$:
$M^{(1)}_{n+1,k+1} = M^{(1)}_{n,k+1} + M^{(1)}_{n,k}$.

Pour établir cette relation on utilise deux fois la relation $\mathcal{R}$:
$\binom{n+2}{k+2} = \binom{n+1}{k+2} + \binom{n+1}{k+1} = \binom{n}{k+2} + \binom{n}{k+1} + \binom{n}{k+1} + \binom{n}{k}$
mais comme on travaille modulo 2 on arrive à :
$\binom{n+2}{k+2} = \binom{n}{k+2} + \binom{n}{k}$
c'est-à-dire on monte de deux lignes et on fait la somme de l'élément de même colonne $k+2$ et l'élément de colonne k. Si on fait ça pour les 4 termes de $M^{(1)}_{m+1,h+1}$ on arrive bien à la relation cherchée, $M^{(1)}_{m+1,h+1} = M^{(1)}_{m,h+1} + M^{(1)}_{m,h}$.

Les matrices $M^{(1)}_{n,k}$ vérifient la même relation que les $\binom{n}{k}$, et la première ligne est initialisée par $M^1_{0,0} = U_1$, $M^1_{0,k} = Z_1$ pour $k \neq 0$; on peut donc faire le même raisonnement pour passer à un découpage en matrices $(4,4)$.

C'est bien ce qu'on observe : il n'y a que deux matrices $(4,4)$, la matrice U_2 composée de 3 fois U_1 et de Z_1, et la matrice nulle Z_2.

$$U_2 = \begin{pmatrix} U_1 & Z_1 \\ U_1 & U_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} \blacksquare & \square & \square & \square \\ \blacksquare & \blacksquare & \square & \square \\ \blacksquare & \square & \blacksquare & \square \\ \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare & \blacksquare \end{pmatrix}$$

$$Z_2 = \begin{pmatrix} Z_1 & Z_1 \\ Z_1 & Z_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} \square & \square & \square & \square \\ \square & \square & \square & \square \\ \square & \square & \square & \square \\ \square & \square & \square & \square \end{pmatrix}$$

Ces matrices $(4,4)$, notées $M^{(2)}_{n,k}$ vérifieront la même relation que les matrices $M^{(1)}_{n,k}$, on peut donc continuer avec des matrices $(8,8)$ etc. La figure 1 représente la matrice U_4 qui est une matrice $(16,16)$, composée de 3 fois U_3 et de la matrice nulle Z_3.

Le binôme modulo 3

Reste à découvrir pourquoi on peut faire la même chose modulo 3 avec des découpages 3 par 3, puis 9 par 9 etc. ou de manière plus générale modulo p avec des découpages p par p, puis p^2 par p^2 etc., **si** p est premier.

Ci-dessous, figure 2, une représentation des coefficients du binôme modulo 3.

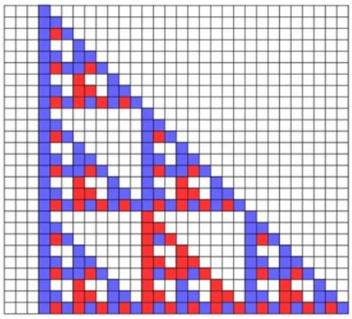


figure 2
représentation des coefficients du binôme modulo 3
$1 \to$ case bleue
$2 \equiv -1 \to$ case rouge
$3 \equiv 0 \to$ case blanche

Il y a ici 3 sortes de matrices, les matrices U, les matrices $V = -U$ (à partir de U on intervertit bleu et rouge pour obtenir V), et bien sur les matrices nulles Z, dans les tailles 3, puis 3^2 puis 3^3.

Pour les tailles 3, on a les matrices suivantes :

$$U_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} {\color{blue}\blacksquare} & \square & \square \\ {\color{blue}\blacksquare} & {\color{blue}\blacksquare} & \square \\ {\color{blue}\blacksquare} & {\color{red}\blacksquare} & {\color{blue}\blacksquare} \end{pmatrix}$$

$$V_1 = -U_1 = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} {\color{red}\blacksquare} & \square & \square \\ {\color{red}\blacksquare} & {\color{red}\blacksquare} & \square \\ {\color{red}\blacksquare} & {\color{blue}\blacksquare} & {\color{red}\blacksquare} \end{pmatrix}$$

$$Z_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} \square & \square & \square \\ \square & \square & \square \\ \square & \square & \square \end{pmatrix}$$

En remplaçant 1, -1 et 0 par respectivement U_1, $V_1 = -U_1$ et Z_1, on obtient les tailles 3^2 et ainsi de suite.

$$U_2 = \begin{pmatrix} U_1 & Z_1 & Z_1 \\ U_1 & U_1 & Z_1 \\ U_1 & -U_1 & U_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} {\color{blue}\blacksquare} & \square & \square & \square & \square & \square & \square & \square & \square \\ {\color{blue}\blacksquare} & {\color{blue}\blacksquare} & \square & \square & \square & \square & \square & \square & \square \\ {\color{blue}\blacksquare} & {\color{red}\blacksquare} & {\color{blue}\blacksquare} & \square & \square & \square & \square & \square & \square \\ {\color{blue}\blacksquare} & \square & \square & {\color{blue}\blacksquare} & \square & \square & \square & \square & \square \\ {\color{blue}\blacksquare} & {\color{blue}\blacksquare} & \square & {\color{blue}\blacksquare} & {\color{blue}\blacksquare} & \square & \square & \square & \square \\ {\color{blue}\blacksquare} & {\color{red}\blacksquare} & {\color{blue}\blacksquare} & {\color{blue}\blacksquare} & {\color{red}\blacksquare} & {\color{blue}\blacksquare} & \square & \square & \square \\ {\color{blue}\blacksquare} & \square & \square & {\color{red}\blacksquare} & \square & \square & {\color{blue}\blacksquare} & \square & \square \\ {\color{blue}\blacksquare} & {\color{blue}\blacksquare} & \square & {\color{red}\blacksquare} & {\color{red}\blacksquare} & \square & {\color{blue}\blacksquare} & {\color{blue}\blacksquare} & \square \\ {\color{blue}\blacksquare} & {\color{red}\blacksquare} & {\color{blue}\blacksquare} & {\color{red}\blacksquare} & {\color{blue}\blacksquare} & {\color{red}\blacksquare} & {\color{blue}\blacksquare} & {\color{red}\blacksquare} & {\color{blue}\blacksquare} \end{pmatrix}$$

Nouvel avis de recherche

Pour finir en beauté cette année 2025 bien carrée, voici un peu de géométrie en 3D : après le carré, le cube !

Ce problème est basé sur une question de Guy Paty qui a réalisé le pliage du coin de cube ; et Pierre Delezoïde m'a aidé à formuler la présentation de cet avis de recherche. Un grand merci à eux.

figure 1
un coin de cube

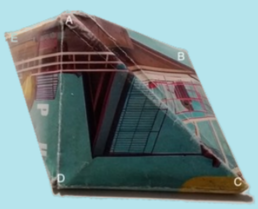


figure 2
une pyramide de sommet A et de base BCDE
dont les faces latérales sont identiques

Observez les 2 figures ci-dessus : on part d'un coin de cube (figure 1), formé par un carré ABCD et une arête [AE] ; en faisant un pli avec [AC] on le déforme pour obtenir la figure 2. Les segments [AE], [AB], [AD] et [AC] jouent le rôle de charnières dans cette déformation : les points C et E s'éloignent tandis que les points B et D se rapprochent. À un moment de cette déformation, le segment [BD] coupe le segment [EC] : les points B, C, D et E sont coplanaires (figure 2).

L'arête du cube servant d'unité, pour la figure 2, calculez BD et CE, ainsi que les angles de cette pyramide de sommet A et de base BCDE.

Nous attendons vos solutions que nous aurons plaisir à lire, et si, de plus, vous avez des problèmes à soumettre à la sagacité de nos lecteurs et lectrices, ainsi que des compléments sur des avis précédents, écrivez-nous à l'adresse des problèmes des Chantiers.

Les problèmes en Chantiers

Vous pouvez retrouver tous les problèmes des Chantiers, depuis le numéro 1 jusqu'à aujourd'hui : il y en a qui n'ont pas été résolus et d'autres qui méritent qu'on y revienne :
- les problèmes en Chantiers