

Sommaire Chantiers juillet 2026

Article mis en ligne le 13 juillet 2026
dernière modification le 10 juillet 2026



CHANTIERS

DE PÉDAGOGIE MATHÉMATIQUE







CHANTIERS
DE PÉDAGOGIE MATHÉMATIQUE

Revue numérique de la Régionale APMEP d'Île-de-France

les Chantiers de pédagogie mathématique — n°209 juillet 2026

Édito

Cette année aura été celle de transitions multiples : examens, pratiques, outils, programmes. Et toujours celle de la résilience et de la solidarité professionnelle : chacun a contribué à maintenir un cap, à partager des ressources, à analyser les évolutions, à défendre une vision exigeante et humaniste de l'enseignement des mathématiques.

[Lire l'article](#)

Aide aux projets

Vous avez un projet avec l'une de vos classes qui concerne les mathématiques ? La Régionale Île-de-France de l'APMEP peut peut-être vous aider !

[Lire l'article](#)

Les temps de l'enfant

Nous vous avions convié·e·s à une rencontre autour des temps de l'enfant, suite à la convention organisée par le CESE. 20 propositions ont fait consensus parmi les 133 participant·e·s à cette convention : seront-elles mises en œuvre ? Reste la trace des débats et interventions des différentes personnes concernées dont évidemment les jeunes.

[Lire l'article](#)

Les brèves de la Régionale

L'actualité des mathématiques est riche et foisonnante comme le prouve ces quelques pépites glanées ici et là. Pour le prochain numéro des Chantiers, envoyez-nous vos trouvailles et événements mathématiques que vous avez pu croiser.

[Lire l'article](#)

Palmarès du concours « Maths & Égalités » 2026

Des productions qui exploitaient le thème « Maths & Égalités » au travers de la réalisation d'un journal et montraient l'implication des élèves dans ce projet ; un spectacle de la Compagnie Terraquée pour la remise des prix.

[Lire l'article](#)

Enseigner les mathématiques au microlycée

Une structure à taille humaine, bienveillante, exigeante avec une indispensable souplesse dans l'organisation des apprentissages ; le travail avec des élèves souvent fragilisés, parfois déscolarisés depuis plusieurs années, oblige des évolutions dans nos postures, pratiques et gestes professionnels dont les conséquences sont bénéfiques aussi pour des classes ordinaires.

[Lire l'article](#)

Baladodiffusions mathématiques, les maths à portée d'oreilles

Un panorama non exhaustif de la Baladodiffusion mathématique francophone pour l'enseignant et l'élève.

[Lire l'article](#)

Au pays des quadrilatères

Après le pays des triangles, voici un voyage au pays des quadrilatères : la géométrie est toujours aussi fascinante.

[Lire l'article](#)

Avis de recherche

La solution d'avis du n°208 et des relectures de problèmes parus dans les Chantiers. Quatre nouveaux avis pour les vacances.

[Lire l'article](#)

Comment contribuer aux Chantiers ?

Chaque adhérent·e et lecteur·rice peut aussi contribuer aux Chantiers en proposant des articles : toutes les idées sont bonnes à prendre et à partager...

[Lire l'article](#)

Notes

[1] Expérimentation déjà pratiquée pour le collège en 2016 : tous les programmes avaient été mis en œuvre la même année.

Édito

Article mis en ligne le 13 juillet 2026
dernière modification le 10 juillet 2026

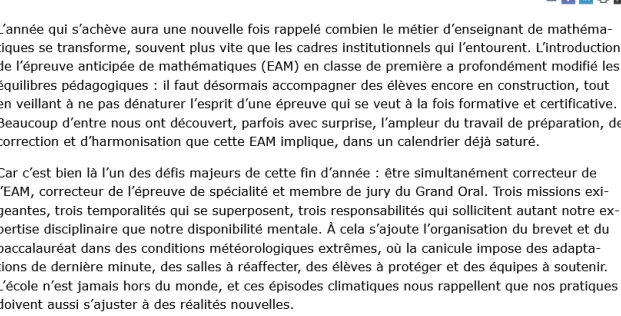


CHANTIERS

DE PÉDAGOGIE MATHÉMATIQUE







CHANTIERS
DE PÉDAGOGIE MATHÉMATIQUE

par Le Comité de la Régionale  Jean-Christophe Masseron 

L'année qui s'achève aura une nouvelle fois rappelé combien le métier d'enseignant de mathématiques se transforme, souvent plus vite que les cadres institutionnels qui l'entourent. L'introduction de l'épreuve anticipée de mathématiques (EAM) en classe de première a profondément modifié les équilibres pédagogiques : il faut désormais accompagner des élèves encore en construction, tout en veillant à ne pas dénaturer l'esprit d'une épreuve qui se veut à la fois formative et certificative. Beaucoup d'entre nous ont découvert, parfois avec surprise, l'ampleur du travail de préparation, de correction et d'harmonisation que cette EAM implique, dans un calendrier déjà saturé.

Car c'est bien là l'un des défis majeurs de cette fin d'année : être simultanément correcteur de l'EAM, correcteur de l'épreuve de spécialité et membre de jury du Grand Oral. Trois missions exigeantes, trois temporalités qui se superposent, trois responsabilités qui sollicitent autant notre expertise disciplinaire que notre disponibilité mentale. À cela s'ajoute l'organisation du brevet et du baccalauréat dans des conditions météorologiques extrêmes, où la canicule impose des adaptations de dernière minute, des salles à réaffecter, des élèves à protéger et des équipes à soutenir. L'école n'est jamais hors du monde, et ces épisodes climatiques nous rappellent que nos pratiques doivent aussi s'ajuster à des réalités nouvelles.

La surveillance des examens, elle aussi, connaît une mutation silencieuse mais profonde. Les formes de fraude évoluent, se diversifient, se technicisent. Les établissements doivent renforcer les protocoles, les équipes doivent redoubler de vigilance, et chacun mesure combien cette tension supplémentaire pèse sur des journées déjà longues. L'enjeu n'est pas seulement disciplinaire : il touche à la confiance, à l'équité, à la valeur même des épreuves que nous faisons passer.

Dans ce contexte dense, l'annonce de l'introduction d'une heure dédiée à l'intelligence artificielle (IA) à la rentrée 2027 ouvre un nouveau chantier, stimulant mais ambitieux. Il faudra penser des contenus, des progressions, des usages raisonnés, et surtout une formation solide pour que cette heure ne soit ni gadget ni injonction, mais un véritable espace d'acculturation scientifique et citoyenne. Les mathématiques y auront naturellement toute leur place, tant l'IA repose sur des concepts que nous enseignons déjà, parfois sans les nommer.

Heureusement, l'année n'a pas été faite que de contraintes. Le 3 juin, la remise des prix du concours de l'APMEP Île-de-France au lycée Janson-de-Sailly a offert un moment lumineux, où l'enthousiasme des élèves et la créativité des productions ont rappelé la vitalité de notre discipline. Ces instants de partage, de valorisation et de joie sont essentiels : ils donnent sens à nos engagements et nourrissent l'élan collectif.

Les nouveaux programmes de seconde, quant à eux, arrivent dans un paysage éditorial encore flou, souvent sans spécimens renouvelés. Les équipes devront composer avec des ressources incomplètes, des repères à reconstruire, et une nécessaire appropriation des attendus. Le nouveau brevet des collèges, lui aussi, redistribue les cartes : nouvelles compétences, nouveaux équilibres, nouvelles attentes. Là encore, les enseignants devront ajuster leurs pratiques, parfois dans l'urgence, souvent avec inventivité.

Au fond, cette année aura été celle des transitions multiples : transition des épreuves, transition des pratiques, transition des outils, transition des programmes. Elle aura aussi été celle de la résilience et de la solidarité professionnelle. Dans les établissements comme au sein de la régionale, chacun a contribué à maintenir un cap, à partager des ressources, à analyser les évolutions, à défendre une vision exigeante et humaniste de l'enseignement des mathématiques.

Les vacances qui arrivent, déjà nécessaires et bien méritées, le sont devenues encore plus. On se retrouve à la rentrée !



Les temps de l'enfant

Article mis en ligne le 13 juillet 2026
dernière modification le 10 juillet 2026

par Françoise Masnou ✉



Une rencontre sur les temps de l'enfant avec Françoise Masnou a eu lieu au local de l'APMEP et nous a permis d'échanger sur la Convention citoyenne sur les temps de l'enfant, organisée par le CESE (Conseil économique, social et environnemental).

Le samedi 28 mars 2026, au local de l'APMEP Île-de-France, j'ai présenté les travaux de la Convention Citoyenne sur les Temps de l'Enfant à laquelle j'ai participé en 2025. Cette convention était organisée par le CESE (Conseil économique, social et environnemental). Il nous était demandé, par une lettre de saisine du Premier Ministre :

Comment mieux structurer les différents temps de la vie quotidienne des enfants afin qu'ils soient plus favorables à leurs apprentissages, à leur développement et à leur santé.

C'est la troisième convention citoyenne à l'échelle nationale, après celles sur le climat (2019-2020) et sur la fin de vie (2022-2023).

Nous étions 133 citoyens tirés au sort, venus de toutes les régions et d'outremer, réunis pour 7 sessions de 3 jours — soit 21 jours de débats — réparties entre le 20 juin et le 23 novembre 2025.

Nous avons d'abord examiné la situation actuelle, en écoutant les interventions de nombreux spécialistes ainsi que les conclusions d'un panel de jeunes :

L'organisation et l'articulation des temps des enfants dépendent en fait de contraintes extérieures aux enfants, les rythmes scolaires sont inadaptés, souvent très fatigants, les temps libres et non encadrés se font de plus en plus rares, les enfants passent trop de temps avec les écrans, ne dorment pas suffisamment. Les problèmes de violence, de harcèlement, de santé ont été évoqués, ainsi que le manque d'inclusion.

Nous avons élaboré 20 propositions qui sont détaillées dans le rapport de la convention. J'en note quelques-unes :

- Prévoir un accueil échelonné le matin, avec petit déjeuner dans le primaire, possibilité de café pour les parents .
- Commencer les cours à partir de 9 h pour le lycée.
- Les terminer à 15 h 30 pour tous les niveaux (16 h 30 lycée).
- Apprentissages théoriques le matin, apprentissages pratiques, activités culturelles et sportives l'après-midi, ainsi que de vraies pauses de qualité (cantines espaces de repos).
- Inclure des intervenants extérieurs pour les apprentissages pratiques.
- Pour le secondaire, raccourcir la durée des cours à 45 minutes effectives.
- À partir de 15 h 30 (et de 16 h 30 pour le lycée), dédier un temps à des activités culturelles et sportives gratuites et choisies par l'enfant
- À noter qu'il n'y a pas eu de consensus sur le caractère facultatif ou obligatoire de ces activités.
- Pour tous les niveaux, alléger la charge de devoirs à la maison et réduire les temps de transports, pour qu'ils n'excèdent jamais 45 minutes.
- Étaler la semaine de cours sur 5 jours, du lundi au vendredi, du primaire jusqu'au lycée
- Maintenir le volume de vacances annuel et passer de 3 à 2 zones pour les vacances d'hiver et de printemps pour respecter une alternance entre 7 semaines de cours et 2 semaines de repos.
- À chaque rentrée de septembre prévoir des journées d'accueil et d'insertion. Organiser les rendez-vous avec les médecins scolaires ou auxiliaires médicaux.
- Renforcer l'éducation aux usages du numérique et améliorer l'encadrement des usages individuels des écrans.

Cela suppose une organisation pour coordonner les temps scolaires, périscolaires et de loisir :

- Rendre obligatoire pour chaque territoire l'élaboration d'un projet éducatif de territoire,
- Constituer un comité de pilotage qui se réunit au moins une fois par trimestre.
- Rénover complètement le bâti scolaire : créer des campus de jeunes, adaptés aux activités scolaires, sportives, artistiques et de loisirs, avec des espaces verts ! Développer des bâtiments, équipements et mobilier flexibles, modulaires et ergonomiques pour convenir à de multiples usages. Mettre en place un plan bâtimentaire sur 20 à 30 ans.
- Sur le plan national il est proposé la création d'un ministère de l'enfance et une loi de programmation pluriannuelle pour fixer une politique à long terme.

Le rapport est beaucoup plus détaillé et je vous encourage vivement à consulter [ce Rapport de la Convention citoyenne sur les temps de l'enfant](#) sur le site du CESE qui met à disposition également de nombreux documents liés à cette convention (voir [la partie Actualités](#) du site).

J'ai beaucoup apprécié de travailler dans le cadre de cette convention. J'étais la doyenne, avec un autre participant à peine plus âgé. Ainsi, contrairement aux idées reçues, il est possible de faire une réflexion approfondie en réunissant des participants de différentes générations, de diverses origines ! Les discussions, très ouvertes, m'ont plusieurs fois conduite à changer d'avis ! Ainsi, je ne voyais pas d'inconvénient à raccourcir les vacances d'été jusqu'à la présentation d'une adjointe au maire d'une grande ville de province : la mise en place d'une rentrée le 15 août avait conduit un certain nombre de familles à renoncer à partir en vacances, ne pouvant plus bénéficier des tarifs réduits de la fin août.

Devant les bâtiments du CESE, des photos de la convention sont actuellement visibles : voir ci-contre celle me concernant. Un résumé de mon intervention y apparaît : « Dans ma commune j'ai été dans un groupe intergénérationnel où les grands-parents font des gâteaux avec les enfants... Les enfants sont vraiment heureux de nous retrouver... ils ont besoin de grands-parents que ce soient les leurs ou non. »

J'avais d'ailleurs ajouté qu'au moment du COVID le confinement nous a sauvé la vie et a coûté très cher aux jeunes générations, en les isolant de leurs camarades : nous avons une dette envers eux !

À la suite de cette convention, nous avons créé une association pour faire connaître notre travail et veiller à ce qu'il soit pris en compte et, dans ce cadre, nous avons rencontré les recteurs des académies et de nombreux élus.



la convention a présenté une de mes participations
j'ai beaucoup insisté sur la nécessité d'impliquer les seniors dans l'éducation des enfants



Les brèves de la Régionale

Article mis en ligne le 13 juillet 2026

par Le Comité de la Régionale ✉, Michel Suquet ✉



Des prix et des maths

Le prix Tangente 2026 a été remis à Roger Mansuy pour son [Grand Almanach mathématique](#).



Le PTL 2026 et le PTC 2026 ont également été remis. Peut-être aurez-vous l'occasion d'inscrire vos élèves pour les éditions 2027 ?

- [Le PTC saison 2026-2027](#)
- [Le PTL saison 2026-2027](#)

Sommaire	
Des prix et des maths	
Le mardi, les maths à Paris !	
IA, mathématiques et mathématicien-ne-s	
Pour quelques quadrillions de plus...	
Bridge et maths	
Noter à tout prix ?	
Arts et mathématiques	
À la recherche du palimpseste perdu	
Calculatrices et calculateurs	
Les problèmes préférés de Daniel Perrin	
Médiane	
Revue de presse	
Le Petit Vert	
MathémaTICE	

Le mardi, les maths à Paris !

À partir du mardi 22 septembre 2026, Manu Houdart fera résonner l'effet Waooh ! des mathématiques tous les mardis de l'année scolaire au théâtre parisien le Studio Raspail (au cœur de Paris, dans le quartier Montparnasse), pour deux séances chaque mardi : de 10 h 25 à 12 h 00 et de 14 h 00 à 15 h 35.



Les établissements (collèges et lycées) pourront ainsi participer à un spectacle en matinée ou en après-midi : cette offre est disponible dans le Pass culture et la plate-forme Adage dédiée à la généralisation de l'éducation artistique et culturelle.

Pour plus d'informations, réserver la salle (246 places) pour votre établissement ou ajouter vos élèves à une séance déjà programmée, vous pouvez [contacter l'équipe de Very Math Trip](#).

IA, mathématiques et mathématicien-ne-s

[Mathématiques : l'élève peut-il dépasser l'IA ?](#) était le titre de l'émission [L'invité-e des Matins](#) du 2 juin 2026. L'invité-e était deux : Sylvia Serfaty et Amaury Hayat.



L'IA s'invite dans la recherche en mathématiques ; entre fascination et inquiétude, les réflexions des deux invité-e-s nous livrent des interrogations sur les possibilités de création des IA en mathématiques, mais aussi sur les conséquences pédagogiques de ces transformations de la pratique des mathématicien-ne-s.

Pour quelques quadrillions de plus...



[Qu'est-ce qu'il y a après les quadrillions en mathématiques ?](#) Une question des P'tits Bateaux sur France Inter. On y trouve le gogol, le gogolplex, et encore plus grands ! Mais aussi le plaisir d'écouter Étienne Ghys nous raconter des mathématiques.

Bridge et maths

« [Ça fait réfléchir la tête](#) » : des enfants jouent au bridge pour améliorer leur niveau en mathématiques est un reportage qui nous parle d'un partenariat entre l'Éducation nationale et la Fédération française de bridge. Un bon exercice pour renforcer ses compétences en raisonnement logique et en calcul mental.



Vous trouverez [sur le site de l'APMEP](#) d'autres informations sur le bridge et l'enseignement des mathématiques.

Noter à tout prix ?



[Évaluations scolaires : noter plus tôt, à quel prix ? Une étude pointe des effets sur la santé mentale des filles](#) est un article paru dans la revue en ligne The Conversation.

En Suède, une réforme montre que des évaluations plus précoces peuvent creuser les inégalités de santé mentale entre filles et garçons. De quoi remettre en question les politiques de responsabilisation (encore une personne de l'ensemble vide qui a dû choisir ce nom ; voir à ce sujet le n°166 du Petit Vert dont nous parlons ci-après) menés dans de nombreux pays.

Arts et mathématiques



[Création, entre arts et mathématiques](#) est une exposition visible à La Maison Poincaré jusqu'au 25 juillet 2026.

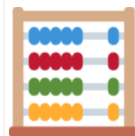
Un podcast de la série de [L'oreille mathématique](#) produit par l'IHP (Institut Henri Poincaré) vous présentera l'exposition ; de même avec son catalogue.

À la recherche du palimpseste perdu



Ce qui est extraordinaire, c'est qu'on arrive à retrouver des manuscrits qui dorment dans nos bibliothèques : [Palimpseste d'Archimède : comment une page perdue a refait surface à Blois](#).

Calculatrices et calculateurs



Le site [Calculatrice.now](#) met à notre disposition tout un tas d'outils pour tout calculer ! Que soit pour des projets financiers, pour des opérations mathématiques ou pour cuisiner, de nombreux domaines sont disponibles. En prime, on nous dit comment sont effectués les calculs et, selon le calculateur utilisé (notamment dans le domaine de la santé), on nous donne des conseils.

Le site [Convertisseur.club](#) vous donne accès à des convertisseurs d'unités : angles, longueurs, devises, etc.

Le site [Desmos](#) propose lui aussi des outils, du graphique à la géométrie en 3D. Soit pour vos cours, soit pour des travaux dirigés avec vos élèves.

NB : dans [les brèves du n°199](#) (décembre 2023), Je vous avais présenté [Symbolab](#) qui fait aussi partie des calculatrices en ligne.

Les problèmes préférés de Daniel Perrin



Le mathématicien René Cori soumet ses collègues à la question : quels sont vos problèmes préférés et pourquoi ?

Daniel Perrin est interviewée et nous propose 3 problèmes : les sommes d'entiers consécutifs, le plus grand produit et les tiers dans un triangle ([objet d'un de nos avis de recherche](#)).

Les trois problèmes préférés de Daniel Perrin et leurs solutions figurent dans le magazine tangente n°229 et sur le site [tangente-mag.com](#) : [Mes problèmes préférés — Daniel Perrin](#).

Les réflexions de Daniel Perrin sur divers sujets qui touchent aux mathématiques, à leur enseignement et à la formation des professeur-e:s sont toujours d'actualité.

Retrouvez la vidéo de l'entretien sur YouTube, avec le texte de chaque problème dans la description de la vidéo.

Médiane



Une revue qui mérite d'être mentionnée : [le Bulletin du laboratoire de mathématiques de Toucy](#) nommé **Médiane**. Dans [les brèves du n°199](#) (décembre 2023) je vous avais indiqué le numéro 7 et maintenant vous pouvez consulter le numéro 11 paru en décembre 2025 (en fait, tous les numéros depuis le n°1).

Comme en 2023, les articles de cette revue vous donneront matière à réflexion et enrichissement de vos cours : toujours très motivant !

Revue de presse



Sur le site Images des mathématiques qui donne à voir « la recherche mathématique en mots et en images », [une revue de presse est proposée chaque mois](#).

Sont abordés divers thèmes qui alimenteront vos réflexions : la vie de la recherche, la recherche et ses applications, l'enseignement, la diffusion de la culture mathématique, les parutions d'ouvrages ou de magazines, l'histoire des mathématiques, les concours, les arts et les maths,...

Le Petit Vert

Le bulletin de nos amis de Lorraine a été publié en juin, avec [le numéro 166](#) qui sera, comme les autres numéros, une source d'idées pour vos cours.

L'édito de ce numéro vient en résonance avec nos conditions de travail et la fuite en avant des réformes qui se succèdent sans tirer le moindre bilan des précédentes. Je m'interroge toujours sur le fonctionnement du ministère de l'éducation et je me demande s'il y a des personnes qui ont des projets concernant les enjeux d'éducation actuels. Se pourrait-il que cet ensemble de personnes constitue un des nombreux avatars de l'ensemble vide ? Pour infirmer cette conjecture, il suffit d'un contre-exemple. Reste à le trouver !



MathémaTICE



Le [numéro 100](#) de la revue en ligne MathémaTICE est paru en mai 2026 avec pour thème principal l'intégration des TICE dans l'enseignement des mathématiques et pour ce numéro des articles très divers comme les précédents numéros, avec une prime pour les 20 ans de la revue :-)

Pour les prochains numéros de cette revue, [des articles sont déjà prêts](#) mais susceptibles de corrections avant leur publication définitive.



Cette année, la Régionale d'Île-de-France et l'IREMS de Paris proposaient aux écoles, collèges et lycées de la région d'écrire un journal sur le thème « Maths & Égalités ». Douze classes se sont inscrites pour participer au concours.

Sommaire
Les lauréats
La cérémonie



Maths et égalités
2025 — 2026

Les lauréats

Le jury, composé d'enseignants du secondaire et de collègues de l'IREMS, a évalué les 12 productions candidates en les répartissant dans trois catégories, selon le niveau des classes.

D'une manière générale, le jury a apprécié les productions qui exploitaient le thème « Maths & Égalités » et montraient l'implication des élèves dans la rédaction du journal ; mais il a particulièrement valorisé la présence de mathématiques et la diversité des thèmes abordés. Une compilation des journaux permet de consulter les productions de toutes les classes lauréates :



recueil des journaux

Dans la catégorie **cycle 3**, le prix a été décerné à la classe de grande section de l'école Cabourg de Vanves pour *L'égalité au quotidien*. Le jury a apprécié la participation de tous petits (grande section), l'approche très variée du thème et l'implication de toutes et tous au travers des photos et de l'écriture.

Dans la catégorie **cycle 4**, deux classes ont été récompensées.

- Le premier prix a été attribué à des élèves de classes de 6^e, 5^e et 4^e du collège Valmy de Paris pour *Le Valmy de l'égalité*. Le jury a particulièrement apprécié la richesse des statistiques, la diversité des sujets (histoire, photo, langue, statistiques, réflexions, etc.). Le journal donne le sentiment d'une forte implication dans le projet.
- Le deuxième prix a été décerné à la classe de 3^e2 du collège Pierre-Olivier-Malherbe de Châteaubourg pour *Le journal des 3^e2*. Le jury a aimé la mise en forme très proche d'un journal, les sujets abordés très variés (sport, histoire, météo, salaires, interview) et l'investissement général de la classe qui se ressent dans toutes les pages.

Dans la catégorie **lycée**, le jury a remis trois prix.

- Le premier prix a été décerné à une classe de 1^{re} du lycée Blaise-Pascal d'Orsay pour le journal *Le Math'Gazine*. Le jury a particulièrement apprécié le contenu très riche, la diversité des égalités présentées, le sondage et la présence de la solution des jeux.
- Le deuxième prix a été décerné à la classe de 1^{re}G4 du lycée Léonard-de-Vinci de Levallois-Perret pour le journal *Maths & Égalités*. Le jury a été sensible au quiz avec les réponses qu'il faut trouver dans les articles du journal, le fil rouge sur l'ensemble du journal et les portraits.
- Le troisième prix a été décerné à la classe de 2nd1 du lycée international de l'Est parisien de Noisy-le-Grand. Le jury a aimé le portrait et l'interview (fictifs ?), les jeux et l'illustration zodiacal.

La cérémonie

Pour remettre les prix dûment mérités, les participants au concours étaient invités dans la salle Clermont du lycée Janson-de-Sailly à Paris.

Avant la remise des prix, [la compagnie Terraquée](#) a joué devant les élèves son spectacle *Pi, le nombre à deux lettres*.

Dans ce spectacle, une jeune nombre au comportement adolescent et en quête d'identité mathématique parcourt une administration kafkaïenne pour tenter de se faire des papiers. Problème : elle n'est pas comme les autres ; la suite de ses chiffres est infinie et sans répétition périodique. Rapidement surnommée Pi, elle doit découvrir à quoi elle sert.

À la suite du spectacle, les présents étaient invités à poser quelques questions aux deux comédiens. La remise des prix a eu lieu immédiatement après. En plus du spectacle, les classes et leurs enseignants sont repartis avec quelques lots.

La Régionale d'Île-de-France remercie le lycée Janson-de-Sailly pour cette mise à disposition, le proviseur M. Fournié et son assistante Mme Provost pour l'accueil et l'IREMS de Paris pour l'aide au financement de la remise des prix.



Article mis en ligne le 13 juillet 2026
par Emmanuel Nauroy, Myriam Battais

Nous présentons ici notre travail en tant que professeurs de mathématiques au sein d'un microlycée, une structure de retour aux études qui accueille des lycéens en situation de décrochage. Son objectif est de les accompagner vers l'obtention du baccalauréat dans un cadre à la fois sécurisant et bienveillant.

Nous travaillons avec des élèves souvent fragilisés, parfois déscolarisés depuis plusieurs années. Cette réalité nous oblige à maintenir en permanence une tension féconde entre bienveillance et exigence. Afin de rendre à nouveau possibles les apprentissages mathématiques chez des élèves qui se définissent souvent par leur échec dans cette discipline, nous avons fait évoluer notre posture ainsi que nos gestes professionnels.

Nous nous efforçons de suivre une progression structurée, en cohérence avec les attendus institutionnels. Toutefois, nous priorisons les apprentissages essentiels à construire en classe et nous nous appuyons, autant que possible, sur des situations concrètes qui redonnent du sens aux mathématiques. Il s'agit ainsi d'éloigner les élèves de la représentation souvent abstraite et inaccessible qu'ils en ont.

La discontinuité des parcours scolaires nous conduit fréquemment à interrompre le déroulement prévu du cours pour revenir sur des notions antérieures non maîtrisées, mais pourtant indispensables. Cette souplesse constitue une condition nécessaire pour permettre des apprentissages durables.

Un exemple récent : l'arrivée inattendue d'une élève n'ayant suivi aucun des apprentissages antérieurs a constitué une rupture dans la progression initialement prévue ; l'enseignant ne peut se contenter de poursuivre linéairement le programme : il se voit obligé de reconfigurer la situation d'apprentissage. L'enseignante a d'abord mobilisé les élèves régulièrement présents pour expliquer les notions travaillées (fonctions affines, suites arithmétiques, problèmes associés) à cette nouvelle élève. Ce déplacement du rôle des élèves, d'apprenants à ressources pour le collectif, traduit une première forme d'ajustement : l'enseignante s'appuie sur le groupe pour construire un environnement d'apprentissage plus inclusif. L'élève nouvellement arrivée identifie dans le discours de ses camarades une notion apprise antérieurement, les équations. L'enseignante a ainsi pu opérer une régulation didactique en revenant sur des règles mathématiques et méthodes essentielles sur cette notion, ce qui a permis d'inclure la nouvelle élève. Ce retour n'est pas un simple rappel descendant, mais une réorganisation des savoirs visant à les rendre accessibles à une élève débutante, sans pour autant freiner la dynamique du reste de la classe. L'introduction ou la mise en évidence des équations comme outils de résolution participe à cette logique : l'enseignante a proposé des appuis structurants qui permettent à la nouvelle élève de s'inscrire dans les activités en cours, tout en consolidant les acquis des autres. L'adaptabilité se manifeste également dans la gestion des modalités de travail. L'enseignante a alterné entre interactions collectives, travail en petits groupes et temps individuel, permettant à chacun d'avancer à son rythme. La reprise d'exercices déjà traités constitue une stratégie d'étalement qui facilite l'entrée dans les apprentissages sans placer immédiatement l'élève en situation d'échec. Ainsi, ce cas illustre une adaptabilité professionnelle à plusieurs niveaux : didactique (choix et organisation des savoirs), pédagogique (modalités de travail), et relationnel (prise en compte des besoins spécifiques). L'enseignant ne cherche pas à uniformiser les parcours, mais à créer les conditions permettant à chacun de trouver sa place dans les apprentissages.

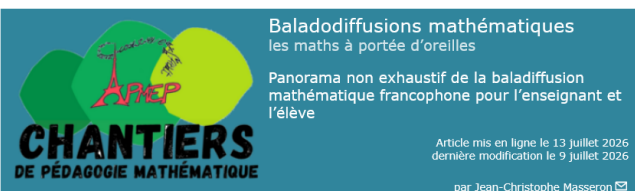
Nos modalités d'évaluation font également l'objet d'adaptations régulières. Par exemple, que faire lorsque plusieurs élèves sont absents depuis deux semaines, pris d'angoisse à l'idée de revenir en classe, alors même qu'un contrôle était prévu ? Nous pouvons alors choisir de décaler l'épreuve, en considérant que le rattrapage de l'élève prime sur son évaluation, sans pour autant faire de cette décision une règle systématique. Une autre possibilité consiste à transformer l'évaluation lorsque l'élève, bien que présent, se trouve dans un état (fatigue, anxiété, impossibilité de composer) qui ne lui permet pas de s'engager dans une épreuve classique.

Ces situations donnent lieu à de véritables dilemmes professionnels, qui nous amènent à exercer un métier d'équilibriste. Jusqu'où inciter un élève à fournir davantage d'efforts en matière d'assiduité et de travail sans risquer de le braquer, tout en gardant à l'esprit qu'il n'est pas dans cette structure sans raison ? Faut-il privilégier l'achèvement du programme en vue d'un examen certificatif, ou accepter d'en adapter le rythme et les contenus ? Comment maintenir l'équilibre entre la nécessaire individualisation des parcours et la construction d'un collectif de classe propice à la socialisation ? De même, une certaine souplesse dans la gestion des comportements peut s'avérer bénéfique : un moment de distraction, habituellement sanctionné dans un cadre ordinaire, peut ici contribuer à la remobilisation et au réengagement de l'élève.

Dans ce contexte, le travail d'équipe et le cadre collectif jouent un rôle central. Ils permettent d'articuler l'individualisation des parcours avec des exigences communes, garantissant à la fois cohérence pédagogique et qualité de l'accompagnement.

Un fil de discussion est en permanence utilisé pour communiquer entre les membres de l'équipe éducative ; cela nous permet par exemple d'alerter les coordonnatrices et le référent de l'absence éventuelle d'un élève. Ces derniers contactent l'élève pour l'encourager à venir si possible. Il n'est pas rare que l'élève contacte de lui-même les coordinatrices ou son référent pour expliquer son retard ou son absence ou son départ avant la fin des cours.

Enfin, cette expérience de terrain dépasse le cadre du microlycée. Elle transforme, de manière consciente ou non, notre posture d'enseignant ainsi que nos pratiques pédagogiques, y compris dans le cadre de l'école dite « ordinaire ». Par exemple, nous sommes plus vigilants et réactifs par rapport aux changements d'attitude d'un élève dans une classe lambda révélant éventuellement un début de démotivation ou risque de décrochage scolaire.



Article mis en ligne le 13 juillet 2026
dernière modification le 9 juillet 2026
par Jean-Christophe Masseron

Le format podcast connaît depuis quelques années un essor remarquable. Accessible, mobile, intime, il transforme notre rapport au savoir. La médiation scientifique s'y est engouffrée, et les mathématiques y trouvent un terrain d'expression privilégié : conversations avec des chercheurs, récits historiques, vulgarisation exigeante, portraits de figures oubliées...

Pour nous, enseignants — de la maternelle à l'université — ces contenus constituent à la fois une source de formation continue, un réservoir d'anecdotes pour nourrir nos cours et un levier pédagogique pour accompagner nos élèves, notamment en terminale, dans la préparation du Grand Oral.

Panorama des podcasts de mathématiques francophones
L'Oreille Mathématique
Maths en tête (Alexandre Morgan)
La Saga des Maths
La Boss des Maths
Podcast Science
Micmaths (Mickaël Launay)
Ressources complémentaires (non audio) pour enrichir le Grand Oral
ELJdx - Le blog d'Étienne Lécroart
Images des mathématiques (CNRS)
Dimensions - Le film (Jos Leys, Étienne Ghys, Aurélien Alvarez)
Chaos - Le film (Jos Leys, Étienne Ghys, Aurélien Alvarez)
Le podcast : un allié pour le Grand Oral
Sélection d'épisodes « sources » pour le Grand Oral
Géométrie, Arithmétique et Nature Informatique, IA et Enjeux Sociétaux
Pistes d'exploitation pédagogique
Conclusion

Panorama non exhaustif de la baladiffusion mathématique francophone pour l'enseignant et l'élève

Le paysage francophone est étonnamment riche. Voici une sélection de programmes variés et complémentaires qui peuvent accompagner vos trajets, vos préparations de cours ou vos recherches de problématiques pour le Grand Oral.

L'Oreille Mathématique
Production : Institut Henri Poincaré - Maison Poincaré
Animation : Alice Deroide (Saison 2), Hélène Delye (Saison 1)
Format : 30-60 min
Sources officielles :
IHP
Radio France
Contenu : conversations avec des mathématiciens et mathématiciennes, éclairages sur la recherche contemporaine, les applications industrielles et les enjeux sociétaux.
Intérêt pédagogique : idéal pour montrer que les maths sont un domaine vivant, connecté au monde réel.

Maths en tête (Alexandre Morgan)
Production : Alexandre Morgan
Format : 5-15 min
Sources officielles :
Maths en tête
Chaîne Youtube d'Alexandre Morgan
Contenu : anecdotes historiques, capsules de vulgarisation, paradoxes, méthodologie.
Intérêt pédagogique : parfait pour des capsules rapides en classe ou en introduction de chapitre.

La Saga des Maths
Production : France Inter - Radio France
Auteure : Claire-Selma Aïtout
Format : 10-20 min
Sources officielles :
Radio France
Contenu : chroniques historiques, portraits de grandes figures (Hypatie, Bernoulli, Galois...), récits vivants.
Intérêt pédagogique : une mine d'or pour humaniser les mathématiques et nourrir les introductions historiques.

La Boss des Maths
Production : Texas Instruments
Animation : Marion Louveaux
Format : 15-30 min
Sources officielles :
Plateforme Ausha
Contenu : pédagogie, neurosciences, place des femmes en sciences, mathématiques du quotidien.
Intérêt pédagogique : un regard moderne et inclusif, utile pour déconstruire les stéréotypes.

Podcast Science
Production : Podcast Science (collectif de vulgarisation scientifique)
Format : 60-90 min (épisodes longs), parfois formats plus courts
Sources officielles :
https://www.podcastscience.fm
Contenu : vulgarisation scientifique généraliste, avec plusieurs épisodes consacrés aux mathématiques (constante e, infini, probabilités...)
Intérêt pédagogique : utile pour des élèves de lycée ou post-bac, et pour la formation continue des enseignants.

Micmaths (Mickaël Launay)
Production : chaîne YouTube Micmaths
Format : capsules vidéo et contenus audio ponctuels
Sources officielles :
Chaîne Youtube Micmaths
Contenu : vulgarisation, arithmétique, géométrie, probabilités, curiosités mathématiques.
Intérêt pédagogique : idéal pour illustrer un concept ou ouvrir une séance.

Ressources complémentaires (non audio) pour enrichir le Grand Oral

Même si elles ne sont pas des podcasts, certaines ressources francophones de grande qualité peuvent compléter efficacement la préparation des élèves. Elles offrent des supports visuels, des animations ou des textes courts qui permettent d'aborder des notions complexes avec clarté.

ELJdx – Le blog d'Étienne Lécroart

- Lien officiel : <https://eljdx.canalblog.com/>
- Nature : blog de bandes dessinées mathématiques, illusions, paradoxes, géométrie récréative.
- Intérêt pédagogique : une ressource ludique et visuelle pour introduire des notions abstraites par l'humour et la narration graphique.

Images des mathématiques (CNRS)

- Lien officiel : <https://images.math.cnrs.fr/>
- Nature : articles courts, images commentées, vulgarisation validée par des chercheurs.
- Intérêt pédagogique : une source fiable pour trouver des exemples, des anecdotes, des démonstrations visuelles et des problématiques contemporaines.

Dimensions – Le film (Jos Leys, Étienne Ghys, Aurélien Alvarez)

- Lien officiel : <https://www.dimensions-math.org/>
- Nature : film d'animation en 9 chapitres sur les dimensions, les surfaces, les polyèdres, les quaternions, la quatrième dimension.
- Intérêt pédagogique : une ressource visuelle exceptionnelle pour aborder des objets difficiles à représenter.

Chaos – Le film (Jos Leys, Étienne Ghys, Aurélien Alvarez)

- Lien officiel : <http://www.chaos-math.org/fr>
- Nature : film d'animation sur les systèmes dynamiques, l'effet papillon, les attracteurs étranges, les équations différentielles.
- Intérêt pédagogique : une introduction claire et visuelle à la théorie du chaos, accessible aux élèves de terminale.

Le podcast : un allié pour le Grand Oral

Au-delà de leur diversité, ces podcasts ont un point commun : ils donnent à entendre des mathématiques vivantes. Cette dimension orale en fait un support particulièrement pertinent pour préparer l'épreuve du Grand Oral.

Le Grand Oral demande à l'élève de s'approprier une question, de la relier à des enjeux historiques, scientifiques ou sociétaux, et d'en parler avec clarté sans support écrit.

Le podcast constitue un excellent modèle d'oralité :

- ton posé et gestion du rythme,
- structure argumentative claire,
- incarnation d'une pensée scientifique,
- usage de références précises et vulgarisées.

Il permet aussi d'entendre la parole de chercheurs du CNRS, de l'INRIA, de l'IHP, ce qui renforce la légitimité d'un dossier.

Conseil pédagogique : invitez les élèves à noter dans leur carnet de bord :

- le nom de l'invité,
- son laboratoire,
- une idée clé.

Citer une source sonore de qualité montre une curiosité moderne et une maîtrise des ressources numériques.

Sélection d'épisodes « sources » pour le Grand Oral

- La constante e (Podcast Science)
 - Problématique : pourquoi e est-il incontournable pour modéliser les phénomènes continus ?
- Zénon d'Élée et ses paradoxes (La Saga des Maths)
 - Problématique : comment la notion de limite résout-elle les apories antiques ?

Géométrie, Arithmétique et Nature

- Fractales et flocons – Étienne Ghys (L'Oreille Mathématique)
 - Problématique : peut-on mettre la nature en équations ?
- Le secret des nombres premiers (Micmaths – Mickaël Launay)
 - Problématique : comment l'arithmétique protège-t-elle nos données (RSA) ?
- Le nombre d'or : mythe ou réalité ? (PodÉduc – Académie de l'Yonne)
 - Problématique : le nombre d'or est-il un canon universel ou une construction culturelle ?

Informatique, IA et Enjeux Sociétaux

- Océans, climat et équations – Anne-Laure Dalibard (L'Oreille Mathématique)
 - Problématique : comment les EDP permettent-elles de prévoir le climat ?
- Ada Lovelace, pionnière de l'informatique (La Boss des Maths)
 - Problématique : comment ses travaux ont-ils anticipé l'algorithmique moderne ?

Pistes d'exploitation pédagogique

- Cycles 3 & 4 : utiliser des formats courts pour introduire une notion historique, lancer une énigme ou ouvrir un débat transdisciplinaire.
- Lycée : faire enregistrer aux élèves une capsule de 2 minutes résumant un point du cours.
- Accompagnement Personnalisé (terminale) : utiliser un extrait de 3 minutes comme amorce documentaire pour aider un élève à formuler une problématique.

Conclusion

Qu'il s'agisse de raconter le destin fulgurant d'Évariste Galois, de décrypter les réseaux de neurones ou de modéliser les courants océaniques, le podcast ouvre une fenêtre sur des mathématiques vivantes, incarnées et accessibles.

Pour les enseignants, c'est aussi une manière simple et agréable de nourrir sa culture scientifique au quotidien, de rester en contact avec la recherche actuelle et d'enrichir sa pratique de classe.

Bonne écoute à toutes et à tous !



Dans un article précédent, nous avons exploré amoureusement la **géométrie du triangle**. Je vous convie maintenant à entrer dans le pays des quadrilatères pour en (re)découvrir les richesses.

Presque tout ce que je vais vous raconter provient des sites et articles suivants :

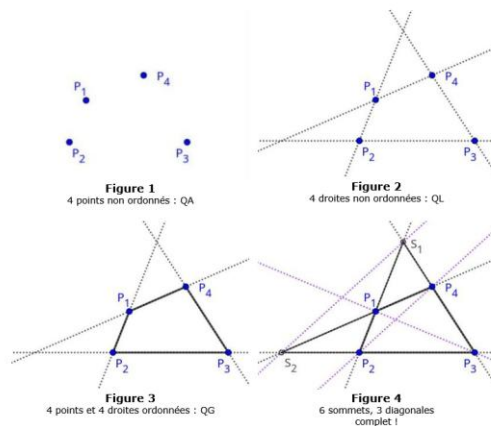
- EPG (Encyclopedia of Poly Geometry)
- Maths en folie
- Symphonie des cercles

Sommaire
Quadrilatères-latère-gone : quadrangle
Centre de gravité ou barycentre (pour être plus grec)
Droite de Steiner d'un quadrilatère
Cercle de Miquel
Centre de Clawson
Et pour les coniques ?
La conique des 9 points
Le point d'Euler-Poncelet
Pour terminer, une hyperbole équilatère
Un petit exercice pour les curieux

En jouant avec Geogebra, on découvre des propriétés géométriques qu'il faudrait ensuite démontrer : avis aux amateurs :-)

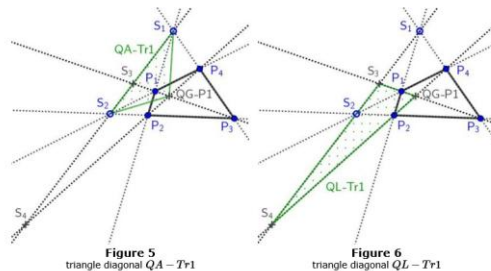
Quadrilatères-latère-gone : quadrangle

Quatre points (non ordonnés, noté QA), ou quatre droites (non ordonnées, noté QL), ou quatre points et quatre droites ordonnées (noté QG) : entrons dans le pays merveilleux des quadrilatères et découvrons le quadrilatère complet (noté QC) !



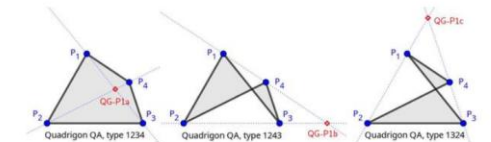
Ainsi, lors d'une escapade au pays des quadrilatères, il suffit de quelques constructions simples pour faire apparaître des points, des droites, des cercles, des coniques... donc 9 points et 3 diagonales : 4 sommets et 2 autres en prolongeant les côtés puis 1 point avec l'intersection des diagonales principales et 2 points avec les autres diagonales ; en tout, 6 sommets, 3 diagonales, 2 paires de côtés opposés, 2 paires de sommets opposés et 3 intersections de diagonales.

Dans le quadrilatère complet, équipé de ses 3 diagonales, il existe aussi deux triangles « diagonal », $QA - Tr1$ et $QL - Tr1$.



Remarque : l'intersection des diagonales P_1P_3 et P_2P_4 est notée $QG - P13$.

Les puristes auront certainement remarqué que dans chaque QA ou QL on peut trouver 3 QG différents.



Et, déjà, les milieux $M_{P_1P_3}$ (ou M_{13}), $M_{P_2P_4}$ (ou M_{24}) et $M_{S_1S_3}$ (ou M_{d12}) des diagonales se font remarquer ! Ils sont alignés sur la droite de Newton.

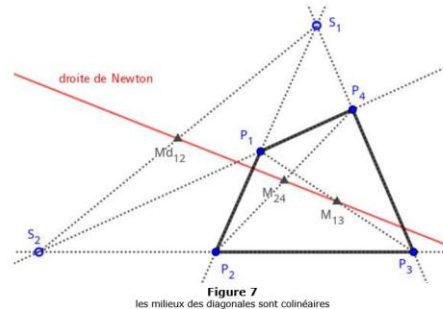


Figure 7
les milieux des diagonales sont colinéaires

Centre de gravité ou barycentre (pour être plus grec)

Visions maintenant les centres de gravité (ou barycentres, pour être plus grec) et intéressons-nous aux 4 sommets, aux 4 côtés (quadrilatère « fil de fer ») ou à la « plaque ».

Rappel pour le triangle :

- l'**isobarycentre** de A, B, C est G (intersection des médianes), $X(2)$ pour ceux qui ont exploré l'ETC (voir mon article précédent)
- le **barycentre** de AB, BC, AC est $Sp = X(10)$, le point de Spieker, centre du cercle inscrit dans le triangle médian dont les sommets sont les milieux des côtés
- le **barycentre de la plaque triangulaire** est également G , l'isobarycentre ; ce qu'on peut démontrer avec un peu d'intégration

Alors que pour le triangle on a 2 points différents, pour le quadrilatère on trouve 3 points différents : le **vertex-barycentre**, le **sides-barycentre** et le **solid-barycentre**.

Pour ce qui suit, rappelons que les médianes d'un quadrilatère sont les droites qui passent par les milieux de 2 côtés opposés.

L'isobarycentre des 4 sommets P_1, P_2, P_3, P_4

L'isobarycentre de $P_1P_2P_3P_4$ est G_P , l'intersection des médianes. G_P est aussi sur la droite des milieux des diagonales. On obtient le **vertex-barycentre** (vertex (en) = sommet (fr)). Ce point se nomme également $QA - P1$: voir la page de l'EPGCS.

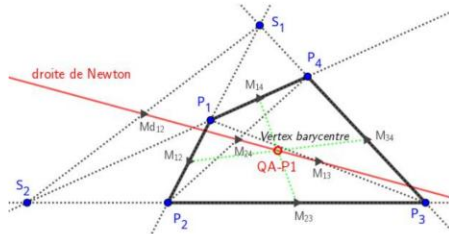


Figure 8
 $QA - P1$, le barycentre des sommets
intersection des médianes et sur la droite de Newton

Le barycentre du quadrilatère « fil de fer », barycentre de $\{P_1P_2, P_2P_3, P_3P_4, P_1P_4\}$

Le barycentre de chaque côté est son milieu. On partage le quadrilatère en 2 triangles $P_1P_2P_3$ et $P_1P_3P_4$. Soit M_{12} et M_{23} les milieux de P_1P_2 et P_2P_3 , le barycentre de $P_1P_2P_3$ est sur la droite $M_{12}M_{23}$. La P_3 -bissectrice coupe $M_{12}M_{23}$ en I_2 qui vérifie : $\frac{P_1P_2}{P_2P_3} = \frac{I_2M_{12}}{I_2M_{23}}$.

Soit M'_{12} le milieu de $M_{12}M_{23}$ et I'_2 le symétrique de I_2 par rapport à M'_{12} : I'_2 est le barycentre de P_1P_2, P_2P_3 . On construit de même I'_1, I'_3 et I'_4 . Le barycentre des quatre côtés est l'intersection des droites $I'_1I'_4$ et $I'_2I'_3$: c'est le **sides-barycentre** (side (en) = côté (fr)).

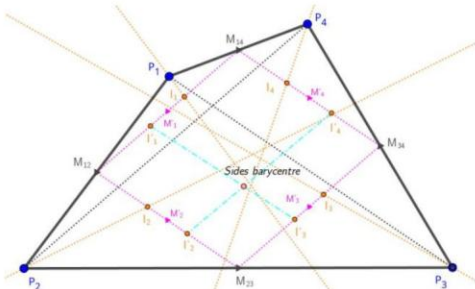


Figure 9
le barycentre des côtés
 $M_{12}M_{23}M_{34}M_{41}$ est un parallélogramme, ses côtés sont parallèles aux diagonales

Le barycentre de la plaque : le **solid-barycentre**

Comme précédemment, on partage le quadrilatère en 2 triangles, $P_1P_2P_3$ (de barycentre G_4) et $P_1P_3P_4$ (de barycentre G_2). Les aires de $P_1P_2P_3$ et $P_1P_3P_4$ sont proportionnelles aux hauteurs h_2 et h_4 respectivement, donc le **solid-barycentre** partage G_2G_4 dans le rapport $\frac{h_4}{h_2}$, d'où la construction du barycentre de la plaque.

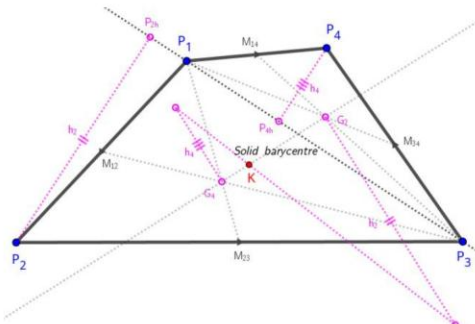


Figure 10
le barycentre de la plaque

Une autre construction du **solid-barycentre** est de considérer également les triangles $P_1P_3P_4$ (de barycentre G_3) et $P_2P_3P_4$ (de barycentre G_1). Le barycentre de la plaque est à l'intersection de G_2G_4 et de G_1G_3 et les droites G_1P_1, G_2P_2, G_3P_3 et G_4P_4 sont concourantes en K : on dit alors que $P_1P_2P_3P_4$ et $G_1G_2G_3G_4$ sont en K -perspective.

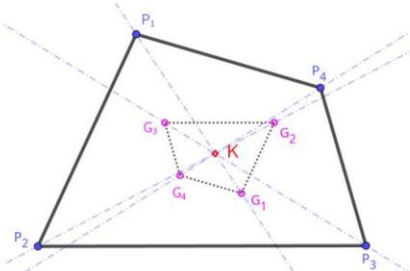


Figure 11
 $P_1P_2P_3P_4$ et $G_1G_2G_3G_4$ sont en K -perspective

Droite de Steiner d'un quadrilatère

Maintenant, jouons un peu avec les orthocentres et les cercles circonscrits.

Avec des triangles déterminés par les 4 côtés prolongés, les orthocentres de $P_1P_2S_2, P_2P_3S_1, P_3P_4S_1$ et $P_4P_3S_2$ sont H_{12}, H_{34}, H_{14} et H_{23} qui sont 4 points alignés : ils déterminent la droite de Steiner.

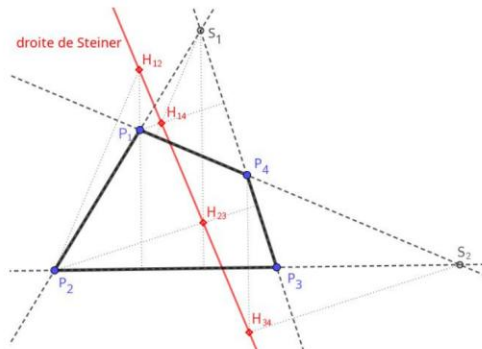


Figure 12
la droite de Steiner

La droite de Steiner est aussi l'axe radical des cercles qui ont pour diamètres les 3 diagonales, ce qui permet une autre construction de cette droite. Et nous retrouvons la droite de Newton qui est perpendiculaire à la droite de Steiner !

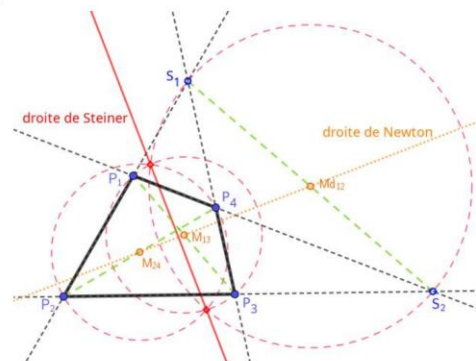


Figure 13
les droites de Steiner et de Newton sont perpendiculaires

Cercle de Miquel

Les cercles circonscrits aux triangles $P_1P_2S_2, P_2P_3S_1, P_3P_4S_1$ et $P_4P_3S_2$ [1] ont pour centres : $O_{12}, O_{34}, O_{14}, O_{23}$; ils sont cocycliques sur le cercle de Miquel.

Ces cinq cercles ont une intersection commune : $QL - P1$, appelé Point de Miquel ou de Clifford.

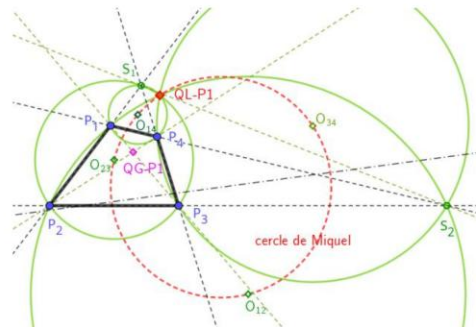


Figure 14

Remarque : le point de Miquel va intervenir plus loin dans la construction d'une parabole inscrite dans le quadrilatère complet.

Centre de Clawson

Comme pour le cercle de Miquel, soit O_{12} le centre du cercle circonscrit à $P_1P_2S_2$ et de même O_{34}, O_{23}, O_{14} pour $P_2P_3S_1, P_3P_4S_1, P_4P_3S_2$.

Soit H_{12} l'orthocentre de $O_{34}O_{23}O_{14}$ et de même H_{34}, H_{23}, H_{14} . Ces quatre orthocentres sont sur les côtés du quadrilatère $P_1P_2P_3P_4$, en prolongeant éventuellement les côtés.

Les droites $O_{12}H_{12}, O_{34}H_{34}, O_{23}H_{23}$ et $O_{14}H_{14}$ sont concourantes en un point : le centre de Clawson, noté $QL - P5$.

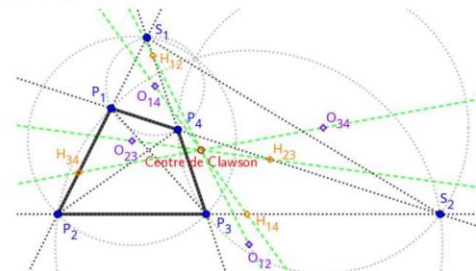


Figure 15

Et pour les coniques ?

Par exemple **une parabole**... Construisons la parabole quadri-tangente ou inscrite au quadrilatère complet $P_1P_2P_3P_4$: son foyer est le point de Miquel $QL - P1$ que nous avons rencontré au cours de notre voyage.

Solent M_1, M_2, M_3, M_4 , les symétriques du foyer $QL - P1$ par rapport aux côtés du quadrilatère $P_1P_2P_3P_4$: ils sont alignés et déterminent la directrice de la parabole, directrice qui n'est autre que la droite de Steiner, nommée $QL - L25$, que nous avons rencontrée également.

Avec Geogebra, foyer et directrice suffisent pour tracer la parabole dont les points de tangence, nommés T_1, T_2, T_3 et T_4 , sont les intersections entre les perpendiculaires à la directrice menées par M_1, M_2, M_3 et M_4 et les côtés de $P_1P_2P_3P_4$.

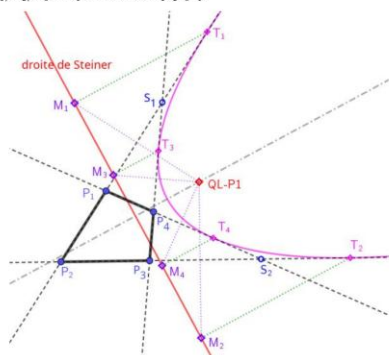


Figure 16

On peut aussi rencontrer **des ellipses**, à condition que $P_1P_2P_3P_4$ soit convexe, pour ne pas le vexer...

Pour une ellipse inscrite et tangente aux quatre côtés de $P_1P_2P_3P_4$, il suffit de considérer $QG - P1$ l'intersection des diagonales P_1P_3 et P_2P_4 (voir la figure 17), puis la droite passant par S_1 et $QG - P1$ et la droite passant par S_2 et $QG - P1$ qui donnent m_{12} et m_{34} d'une part, m_{23} et m_{14} d'autre part sur les côtés de $P_1P_2P_3P_4$. Vous remarquerez que les droites P_3m_{14} et P_4m_{23} se coupent en S qui est sur la troisième diagonale S_1S_2 . Enfin, avec Geogebra, il suffit de 5 points pour construire une ellipse : on a déjà m_{12}, m_{23}, m_{34} , et m_{14} qui en font 4 ; pour le cinquième on peut prendre T_1 qui est l'intersection entre P_3m_{34} et S_1m_{12} , ou T_2 qui est l'intersection entre P_3m_{12} et S_2m_{34} .

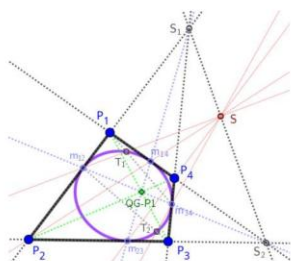


Figure 17
remarque l'alignement des points $T_1, QG - P1$ et T_2

Pour une ellipse circonscrite à $P_1P_2P_3P_4$, voici une recette dont je vous laisse déguster le résultat : considérez les milieux M_{24} et M_{13} des diagonales P_2P_4 et P_1P_3 (voir la figure 18). Les droites S_1M_{24} et S_2M_{13} se coupent en $QG - P13$ qui est le centre de l'ellipse. On a 4 points, ceux des sommets du quadrilatère $P_1P_2P_3P_4$, et avec Geogebra il suffit d'un cinquième point pour obtenir une ellipse : par exemple P'_1 le symétrique de P_1 par rapport à $QG - P13$. Bien entendu, les symétriques des trois autres sommets du quadrilatère conviennent également.

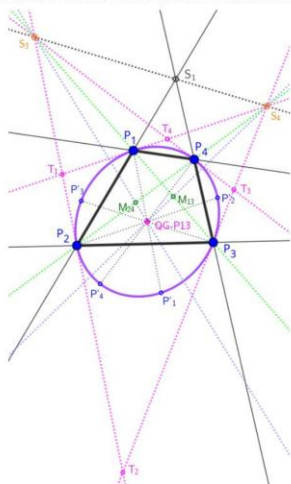


Figure 18
remarquez les tangentes à l'ellipse en chaque sommet du quadrilatère

La conique des 9 points

Soit le quadrilatère $P_1P_2P_3P_4$. On considère les 9 points suivants : les intersections de ses côtés opposés, S_1 et S_2 , les milieux des côtés du quadrilatère, M_{12}, M_{23}, M_{34} et M_{14} , les milieux M_{13} et M_{24} des diagonales P_1P_3 et P_2P_4 , et enfin $QG - P1$ l'intersection de ces diagonales.

Une conique, **une hyperbole**, passe par ces 9 points et le centre de cette conique est le vertex-barycentre nommé $QA - P1$ (voir précédemment).

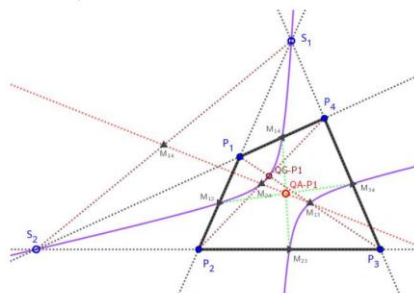


Figure 19

Le point d'Euler-Poncelet

Rappel pour le cercle podaire (fr), pedal (en) d'un triangle ABC

Solent R_A, R_B, R_C , les projections orthogonales de R sur les côtés (droites) BC, AC, AB : le cercle circonscrit à $R_AR_BR_C$ est le cercle podaire de R par rapport à ABC . Ce cercle, de centre Ω , recoupe les 3 côtés en R'_A, R'_B, R'_C : ils déterminent un point R' appelé conjugué isogonal de R , isogonal conjugué (en).

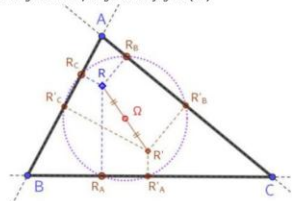


Figure 20
 Ω est le milieu du segment qui joint R et son conjugué isogonal R'

Maintenant, fort (avec un s si vous êtes plusieurs) de ce rappel, nous pouvons aborder $QA - P2$, le point d'Euler-Poncelet.

Les cercles podaires de P_1 par rapport à $P_2P_3P_4$, de P_2 par rapport à $P_1P_3P_4$, de P_3 par rapport à $P_1P_2P_4$, et de P_4 par rapport à $P_1P_3P_2$, sont concourants en $QA - P2$, le point d'Euler-Poncelet.

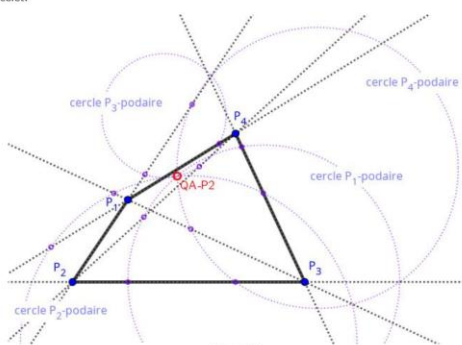


Figure 21
le point d'Euler-Poncelet, $QA - P2$

Une autre construction du point d'Euler-Poncelet $QA - P2$ est possible avec les cercles des 9 points de $P_1P_2P_3, P_2P_3P_4, P_1P_3P_4$ et $P_1P_2P_4$ qui sont concourants en $QA - P2$. Ce sont les cercles d'Euler de ces quatre triangles.

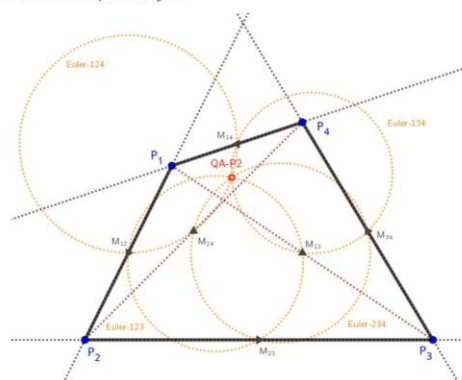


Figure 22

Pour terminer, une hyperbole équilatère

Et toujours $QA - P2$!

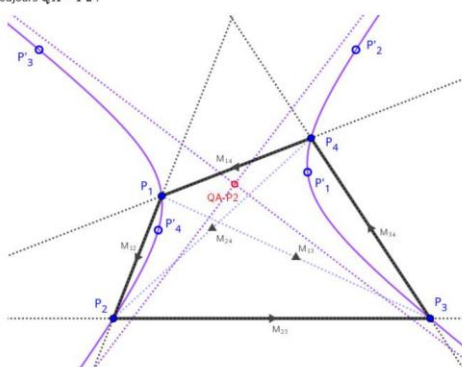


Figure 23
 P'_1, P'_2, P'_3, P'_4 sont les symétriques de P_1, P_2, P_3, P_4 par rapport à $QA - P2$
 $QA - P2$ est le centre de l'hyperbole équilatère circonscrite à $P_1P_2P_3P_4$

Il est temps de nous quitter mais ne soyez pas tristes, $QA - P2$ a encore d'autres qualités que je vous invite à découvrir ; par exemple, il est sur le cercle circonscrit au triangle diagonal $QA - Tr1$. Il est également sur la conique des 9 points (voir ci-dessus).

La géométrie des triangles et des quadrilatères, c'est un plaisir que Geogebra nous aide à renouveler !

Un petit exercice pour les curieux

A partir d'un quadrilatère $P_1P_2P_3P_4$:

1. Choisissez un sommet, par exemple P_1 .
2. Construisez son conjugué isogonal P'_1 par rapport à $P_2P_3P_4$.
3. Déterminez ensuite Q_1 , inverse de P'_1 par rapport au cercle circonscrit à $P_2P_3P_4$.
4. Recommencez pour les 3 autres sommets.

Que remarquez-vous pour Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 ?



Avis de recherche

Article mis en ligne le 13 juillet 2026
dernière modification le 8 juillet 2026

par Michel Suquet



Problèmes anciens

Dans la [liste des problèmes](#) n'ayant pas eu de solution sur notre site, il y a 2 problèmes qualifiés d'anciens (n°111 décembre 2001, page 7), communiqués par Henry Plane.

Pierre Delezoïde a revisité ces deux problèmes « anciens ». Voyons les notes de ses visites.

Sommaire
Problèmes anciens
Une affaire de logique
Avis de recherche du n°196, avis 1
Avis de recherche du n°208, avis 1
Avis de recherche du n°208, avis 2
Avis de recherche du n°208, avis 3
Nouvel avis de recherche
Les problèmes en Chantiers

D'un champ je tire 4 chars de grain par unité (d'aire) et d'un autre 3. Le premier champ m'a fourni 50 chars de plus que le second. Les deux champs font 30 unités. Combien ai-je de chars ? (Époque babylonienne)

Il faut comprendre que « Les deux champs font 30 unités » veut dire que la somme des mesures des surfaces est 30.

On arrive facilement aux deux mesures de surface : $4 \times 20 = 50 + 3 \times 10, 20 + 10 = 30$ donc le nombre de chars (ou plutôt de contenus de char) est $4 \times 20 + 3 \times 10 = 110$.

3 épis supérieurs, 2 moyens et 1 faible fournissent 39 paniers. 2 épis supérieurs, 3 moyens et 1 faible fournissent 34 paniers. 1 épi supérieur, 2 moyens et 3 faibles fournissent 39 paniers. Combien donne chaque épi ? (Chine, 3^e siècle)

Pour ce 2^e problème « ancien », Pierre a repéré qu'il est tiré du traité de mathématiques chinoises anciennes « [Les Neuf Chapitres](#) » ; c'est dans le chapitre 8, la première illustration de la procédure « FangCheng » qui ressemble à la méthode des substitutions ou méthode dite (du pivot) de Gauss. Précisément pages 602, 603, 604 dans la [traduction française de Karine Chemla et Guo Shuchun](#).

Mais une erreur s'est glissée dans les seconds membres qui sont 39, 34 et 26 dans les « Neuf Chapitres » ; sans doute une coquille car avec les seconds membres 39, 34 et 39, il ne peut pas y avoir de solutions raisonnables : avec ces valeurs, les épis « supérieurs » devraient être égaux aux « faibles ».

À ce propos il semble quand même que les expressions « épis supérieurs, moyens et faibles » soient des traductions bien étranges ; celles de Karine Chemla et Guo Shuchun sont bien différentes : « dōu » et « bīng ».

D'ailleurs, le « dōu » (斗) est une unité de capacité dans la Chine ancienne, utilisée pour mesurer les céréales. Il correspond approximativement à une dizaine de litres, même si sa valeur exacte varie selon les époques.

Le « bīng » (甗) désigne ici une unité de mesure liée à la production agricole. Il s'agit d'une certaine quantité standard de récolte (par exemple une gerbe ou un volume de grains).

Ainsi, ce sont des unités de mesure de production et de volume.

Reformulons le problème avec les expressions originales :

Supposons que 3 *bīng* de millet de qualité supérieure, 2 *bīng* de millet de qualité moyenne et 1 *bīng* de millet de qualité inférieure produisent 39 *dōu* ; que 2 *bīng* de millet de qualité supérieure, 3 *bīng* de millet de qualité moyenne et 1 *bīng* de millet de qualité inférieure produisent 34 *dōu* ; que 1 *bīng* de millet de qualité supérieure, 2 *bīng* de millet de qualité moyenne et 3 *bīng* de millet de qualité inférieure produisent 26 *dōu*.

On demande combien produisent respectivement un *bīng* de millet de qualité supérieure, de qualité moyenne, de qualité inférieure.

Nos collègues de l'IREM de Grenoble proposent un [site consacré aux « Neuf Chapitres »](#), avec le [problème des « bīng » et des « dōu »](#) et sa solution utilisant la procédure « FangCheng » que vous aurez ainsi l'occasion de découvrir si vous ne la connaissez pas.

On peut également trouver [une édition en chinois des « Neuf Chapitres »](#), accompagnée d'une traduction en anglais.

Une affaire de logique

Toujours dans la liste des problèmes à résoudre, il y en a un que j'avais posé dans [les Chantiers n°99 septembre 1998](#), page 7 :

Le problème n° 50 (Affaire de logique, Le Monde) consiste à trouver une suite de 1997 nombres entiers consécutifs dont aucun n'est premier. C'est plutôt simple, car il suffit de prendre $1998! + 2$ et ses successeurs. Mais saurez-vous trouver un plus petit nombre que $1998! + 2$... et même le plus petit tant que vous y êtes ?

Pierre Delezoïde, dans ce qui suit, nous propose les résultats de ses recherches. Laissons-lui la parole :-)

On peut répondre qu'on peut remplacer la factorielle $n!$, par la [primorielle](#) $n\#$; le raisonnement est à peu près le même qu'avec la factorielle.

On a donc la réponse à la première des questions posées en prenant $1998\# + 2$. En effet, la primorielle d'un nombre est beaucoup plus petite que sa factorielle, elle est de l'ordre de $\exp(n)$; le progrès est considérable : avec la factorielle on trouve un résultat avec 5 729 chiffres, avec la primorielle on descend à 839 chiffres.

Je n'ai guère de mérite d'avancer cette solution car ça se trouve assez facilement sur internet.

Mais évidemment ce n'est pas la meilleure solution. Pour s'approcher de cette meilleure solution, on peut remarquer que si $[p + 1, p + 1997]$ est le premier intervalle de longueur 1997 composé d'entiers non premiers, alors p est un nombre premier et $p + 1997 < q$ où q est le nombre premier qui suit p .

Il est clair qu'on obtient la solution au problème en trouvant le plus petit nombre premier p_k tel que $p_{k+1} - p_k \geq 1998$; la différence $p_{k+1} - p_k$ peut alors être strictement plus grande que 1998. Il est important pour la suite de comprendre cette subtilité ; par exemple si on cherche exactement 9 nombres non premiers consécutifs encadrés par deux nombres premiers, la première solution est 140...148 encadrés par 139 et 149, mais si on cherche 9 nombres non premiers consécutifs, la première solution est 114...122, 113 étant premier suivi 13 nombres non premiers, puis le nombre premier 127.

La programmation d'une solution est facile, en Python par exemple en utilisant la fonction *next_prime* du module *sympy*, mais je ne suis pas arrivé à dépasser 463 pour la longueur de l'intervalle ; ça prend trop de temps !

Heureusement le problème est répertorié comme une suite d'entiers connue dans [l'encyclopédie des suites de nombres entiers](#), l'OEIS créée en 1964 par Neil Sloane et gérée par la Fondation OEIS depuis 2009 ; la suite qui nous intéresse a pour référence [A000230](#), et plus particulièrement [b000230](#).

Mais il y a mieux avec [le site d'une communauté de mathématiciens](#) qui donne des informations sur l'état des recherches sur les intervalles entre deux nombres premiers successifs.

On y on lit qu'actuellement le plus petit nombre premier *connu* suivi d'au moins 1997 nombres non premiers est 2 681 804 411 030 606 193 859 004 129 (28 chiffres) qui est suivi de 2029 nombres non premiers.

Cette communauté a repris le travail initié par Thomas Ray Nicely à la suite de son décès en 2019, ce qui permet de comparer les progrès réalisés depuis 2018 puisqu'on trouve l'état de la recherche à cette date [sur la page de ce mathématicien de l'université de Lynchburg](#) toujours disponible.

On voit qu'on sait maintenant que le nombre 68 068 810 283 234 182 907 (20 chiffres) est le premier nombre premier suivi d'au moins 1723 nombres non premiers (calculé en 2026), alors qu'en 2018 le premier nombre premier *connu* suivi d'au moins 1723 nombres non premiers était 475 135 024 904 107 611 376 237 (24 chiffres) qui est suivi de 1749 nombres non premiers. Ce nombre de 24 chiffres reste le premier nombre premier *connu* suivi d'au moins 1725 nombres non premiers.

Il est possible qu'à l'avenir on puisse calculer le premier nombre premier suivi d'au moins 1997 nombres non premiers. Ce nombre aura certainement entre 20 et 28 chiffres, mais plus probablement 21 ou 22 chiffres ; la détermination de ce nombre requiert évidemment énormément de calculs sur des grands nombres.

En revenant sur l'algorithme en Python que j'avais mis au point au début de mes recherches, une modification a eu pour conséquence de diviser par 15 le temps de calcul, ce qui m'a permis d'aller jusqu'à 602, intervalle entre 1 968 188 557 063 et 1 968 188 556 461, tous les deux premiers ; mais je suis encore très très loin de ce qu'on peut trouver sur internet.

La comparaison de mes deux algorithmes en Python pourrait être instructive.

Pour n entier positif, on note $Succ(n)$ le plus petit nombre premier qui soit plus grand que n , et pour $n \geq 3$, $Pred(n)$ le plus grand nombre premier qui soit plus petit que n ; d étant un entier positif ($d > 0$), on note $g(d)$ le plus petit nombre premier p tel que $Succ(p) \geq p + d$; l'existence de ce nombre est démontrée mathématiquement. On suppose que les fonctions $Succ$ et $Pred$ sont connues dans le langage utilisé.

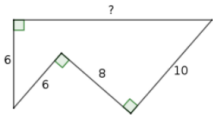
Soit p un nombre premier positif et $d > 0$; on suppose $p \leq g(d)$:

- Algorithme 1 :**
 $q = p, r = Succ(q)$, tant que $r < q + d$ faire $q = r, r = Succ(q)$ fin tant que, sortir q
- Algorithme 2 :**
 $q = p, r = Pred(q + d)$, tant que $r > q$ faire $q = r, r = Pred(q + d)$ fin tant que, sortir q

Il reste à prouver, d'une part, que ces algorithmes se terminent bien et en donnant $g(d)$ et, d'autre part, à comprendre pourquoi l'algorithme 2 est beaucoup plus rapide que l'algorithme 1. Avis aux amateurs et amatrices !

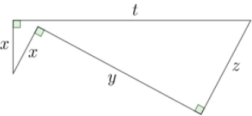
Avis de recherche du n°196, avis 1

Gérard S g ral nous a écrit en nous invitant à prolonger l’Avis n 1 paru dans le n 196 des Chantiers : dans cet avis, on avait une figure de forme pentagonale dont 4 côtés étaient connus et il s’agissait de donner la valeur du cinquième côté (voir la figure ci-contre).



Le problème proposé par Gérard S g ral est de trouver quelles sont les valeurs entières que l’on peut donner aux 4 côtés connus pour que le cinquième côté ait également une valeur entière ? Ce qui n’était pas le cas avec les valeurs 6, 8 et 10 de l’avis de recherche des Chantiers n 196.

Précisons cela en nommant x , y , z et t les valeurs des côtés (voir la figure ci-contre). Pour quelles valeurs entières de x , y et z obtient-on une valeur entière t pour le cinquième côté ?



Avis de recherche du n 208, avis 1

Avis n 1

Dans un triangle de côtés a , b et c , comparer $a^2 + b^2 + c^2$ et $ab + ac + bc$.

René Drucker nous avait proposé ce problème et voici la solution qu’il a mis au point à partir des fameuses inégalités triangulaires ; j’ai adapté sa solution pour tous les triangles avec $a > 0$, $b > 0$ et $c > 0$ car René ne considérait que les triangles non isocèles et donc des inégalités strictes.

  l’aide des inégalités triangulaires, on peut écrire :

$$\begin{aligned} a &\leq b + c \\ b &\leq c + a \\ c &\leq a + b \end{aligned}$$

Remarque : au moins 2 de ces inégalités sont strictes.

Ce qui permet d’obtenir les trois inégalités suivantes car $a > 0$, $b > 0$ et $c > 0$:

$$\begin{aligned} a^2 &\leq ba + ca \\ b^2 &\leq cb + ab \\ c^2 &\leq ac + bc \end{aligned}$$

Additionnons ces trois inégalités, en tenant compte de la remarque précédente : $a^2 + b^2 + c^2 < 2(ab + bc + ca)$ (1)

Par ailleurs, on a :

$$\begin{aligned} (a - b)^2 &\geq 0 \\ (b - c)^2 &\geq 0 \\ (c - a)^2 &\geq 0 \end{aligned}$$

Remarque : si on a un triangle équilatéral (ou triplement isocèle), on a 3 égalités et si on a un triangle simplement isocèle, on a une seule égalité, les deux autres étant strictes.

En développant, on obtient :

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &\geq 2ab \\ b^2 + c^2 &\geq 2bc \\ c^2 + a^2 &\geq 2ca \end{aligned}$$

Sommons ces trois inégalités : $2(a^2 + b^2 + c^2) \geq 2(ab + bc + ca)$ (2) donc $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$ (3)

En rapprochant les inégalités (1) et (2), on obtient :

$$a^2 + b^2 + c^2 < 2(ab + bc + ca) \leq 2(a^2 + b^2 + c^2)$$

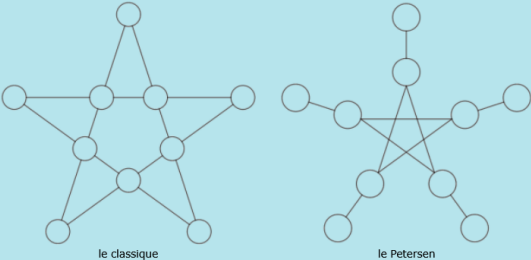
Et avec (3) :

$$ab + bc + ca \leq a^2 + b^2 + c^2 < 2(ab + bc + ca) \leq 2(a^2 + b^2 + c^2)$$

Avis de recherche du n 208, avis 2

Avis n 2

Il s’agit de trouver des pentagones étoilés magiques (si cela est possible) : le pentagone étoilé classique et le pentagone de Petersen : comment placer les nombres entiers de 1 à 10 pour que ces pentagones soient magiques ?



La propriété « magique » est à définir et il y a sans doute plusieurs façons de la définir ; sans aller jusqu’à n’importe quoi sous prétexte que « c’est magique ».

Le Petersen

Commençons par le pentagramme de Petersen en repérant les positions des nombres (voir la figure 1 ci-contre).

On peut considérer que les sommes magiques sont obtenues avec des « alignements » tels que s_1 , u_1 , s_3 et s_5 . On a donc, par exemple :

$$s_1 + u_1 + s_3 + s_5 = s_1 + u_1 + u_4 + s_4$$

Ce qui donne $u_3 + s_3 = u_4 + s_4$.

Et en considérant de semblables alignements, on aboutit aux demi-sommes magiques :

$$u_1 + s_1 = u_2 + s_2 = u_3 + s_3 = u_4 + s_4 = u_5 + s_5$$

Dans ces conditions, avec les nombres entiers de 1 à 10, la somme magique ne peut être que 22 et les demi-sommes magiques ne peuvent être obtenues qu’avec les compléments à 11 :

$$1 + 10 = 2 + 9 = 3 + 8 = 4 + 7 = 5 + 6 = 11$$

On a donc toutes les solutions en combinant ces cinq couples de compléments à 11 (par exemple la figure 2 ci-dessous). Ce qui donne, à priori, 3 840 solutions. En éliminant les rotations, il n’y a plus que 768 solutions. Si de plus on élimine les symétries axiales, il en reste 384.

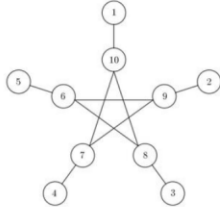


Figure 2
somme magique : 22

Est-il possible que parmi les 384 solutions on ait un Petersen super-magique ? Et y a-t-il d’autres façons de rendre magique le Petersen ?

Pierre Delezoid  envisage une autre façon de jouer avec ce pentagone étoilé de Petersen : en reprenant les notations de la figure 1, peut-on placer les entiers de 1 à 10 de telle sorte par exemple que $2s_1 - u_1 = 2s_2 - u_2 = 2s_3 - u_3 = 2s_4 - u_4 = 2s_5 - u_5$?

Ou bien de telle sorte que $s_1 - u_1 = s_2 - u_2 = s_3 - u_3 = s_4 - u_4 = s_5 - u_5$?

Et plus généralement, a et b étant deux entiers (relatifs) non nuls, peut-on placer les nombres entiers de 1 à 10 de telle sorte que l’on ait les 5 combinaisons égales suivantes ?

$$as_1 + bu_1 = as_2 + bu_2 = as_3 + bu_3 = as_4 + bu_4 = as_5 + bu_5$$

Le classique

En ce qui concerne le pentagramme classique, c’est Pierre Delezoid  qui nous fait part des résultats de ses recherches.

Le classique par les côtés

Si on considère des alignements classiques, tels que ceux semblables à s_1 , u_2 , u_3 et s_5 (voir la figure 3 ci-contre), peut-on placer les nombres entiers de 1 à 10 de telle sorte que la somme sur chaque alignement soit toujours la même ?

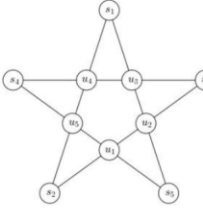


Figure 3

Chacun des nombres étant sur 2 alignements, si σ est la somme magique, on a :

$$5\sigma = 2 \times (1 + 2 + \dots + 9 + 10) = 2 \times \frac{11 \times 10}{2}$$

d’où $\sigma = 22$.

On peut remarquer qu’on peut intervertir les sommets extérieurs s_i et les sommets intérieurs u_j . En effet la permutation $(u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5) \mapsto (s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, u_1, u_2, u_3, u_4, u_5)$ respecte les 5 alignements :

$$\begin{aligned} (s_1, u_4, u_5, s_2) &\mapsto (u_1, s_4, s_5, u_3) \\ (s_2, u_1, u_2, s_3) &\mapsto (u_5, s_1, s_2, u_4) \\ (s_3, u_2, u_3, s_4) &\mapsto (u_4, s_3, s_4, u_5) \\ (s_4, u_3, u_4, s_5) &\mapsto (u_3, s_5, s_1, u_2) \\ (s_5, u_4, u_5, s_1) &\mapsto (u_2, s_2, s_3, u_1) \end{aligned}$$

Par conséquent s’il existe une solution, il existe une solution où 10 est un sommet, et on peut évidemment supposer $s_1 = 10$.

Sur chacun des deux côtés qui passent par s_1 , les 3 autres nombres ont pour somme $22 - 10 = 12$. Il s’agit de prendre dans $\{1, \dots, 9\}$ deux parties disjointes de cardinal 3 et de somme 12. Or, il n’y a que 7 parties de $\{1, \dots, 9\}$ de cardinal 3 et de somme 12 :

$$\{1, 2, 9\}, \{1, 3, 8\}, \{1, 4, 7\}, \{1, 5, 6\}, \{2, 3, 7\}, \{2, 4, 6\}, \{3, 4, 5\}$$

et il n’y a que 3 paires de telles parties disjointes ; par symétrie on peut supposer que la première est $\{u_3, u_2, s_5\}$, la seconde $\{u_4, u_5, s_2\}$ et la partie restante dans $\{1, \dots, 9\}$ sera $\{u_1, s_3, s_4\}$, ce qui donne les 3 cas suivants :

$$\begin{aligned} \{u_3, u_2, s_5\}, \{u_4, u_5, s_2\} &\rightarrow \{u_1, s_3, s_4\} \\ (1) \quad \{1, 2, 9\}, \{3, 4, 5\} &\rightarrow \{6, 7, 8\} \\ (2) \quad \{1, 3, 8\}, \{2, 4, 6\} &\rightarrow \{5, 7, 9\} \\ (3) \quad \{1, 5, 6\}, \{2, 3, 7\} &\rightarrow \{4, 8, 9\} \end{aligned}$$

Les contraintes sur les 2 côtés passant par s_1 étant vérifiées, les contraintes sur les 3 autres côtés sont :

$$s_3 + u_3 + u_4 + s_4 = s_4 + u_5 + u_1 + s_5 = s_3 + u_2 + u_1 + s_2 = 22$$

De plus, $u_1 + s_3 + s_4$ vaut toujours 21, ce qui est normal, puisque la somme des 9 entiers de 1 à 9 vaut 55 et que $s_1 = 10$ avec $u_3 + u_2 + s_5 = u_4 + u_5 + s_2 = 12$ et par conséquent la somme des 3 derniers nombres est : $u_1 + s_3 + s_4 = 55 - 10 - 12 - 12 = 21$.

On obtient donc : $u_3 + u_4 + 21 - u_1 = u_5 + s_5 + 21 - s_3 = u_2 + s_2 + 21 - s_4 = 22$.

Ce qui donne les 3 égalités suivantes :

$$u_3 + u_4 - 1 = u_1 \quad s_5 + u_5 - 1 = s_3 \quad u_2 + s_2 - 1 = s_4$$

Dans chacun des 3 cas possibles (voir ci-dessus), les 3 parties $\{u_3, u_2, s_5\}$, $\{u_4, u_5, s_2\}$ et $\{u_1, s_3, s_4\}$ sont déterminées et chaque élément $x \in \{u_1, s_3, s_4\}$ doit être de la forme $x + y - 1$, où $x \in \{u_3, u_2, s_5\}$ et $y \in \{u_4, u_5, s_2\}$, donc dans une liste de 9 valeurs que l’on peut calculer pour chaque cas :

$$\begin{aligned} (1) \quad & 3, 4, 5, 4, 5, 6, 11, 12, 13 \quad \text{on n’y trouve pas } \{6, 7, 8\} \\ (2) \quad & 2, 4, 6, 4, 6, 8, 9, 11, 13 \quad \text{on n’y trouve pas } \{5, 7, 9\} \\ (3) \quad & 2, 3, 7, 6, 7, 11, 7, 8, 12 \quad \text{on n’y trouve pas } \{4, 8, 9\} \end{aligned}$$

Ainsi, l’ensemble $\{u_1, s_3, s_4\}$ n’est jamais « inclus » dans la liste des $x + y - 1$ possibles : il n’y a donc pas de solution pour les alignements classiques.

Cependant, on peut concevoir d’autres façons de rendre magique le pentagramme classique. D’ailleurs, une page wikipédia mentionne des étoiles magiques   : il y a un hexagramme, un heptagramme et un octagramme magiques, mais pour le pentagramme ce n’est pas pareil et la solution proposée semble bien artificielle.

Le classique par les points

Une façon moins artificielle de rendre magique le pentagone classique est de considérer les 5 triangles qui forment les points de l'étoile (tels que $s_1u_4u_2$, $s_3u_5u_2$, $s_5u_2u_1$, $s_2u_1u_5$ et $s_4u_5u_4$, en reprenant les notations de la figure 3) : peut-on placer les nombres de 1 à 10 de telle sorte que les 5 sommes des 3 nombres sur les sommets de chacun des 5 triangles soient identiques ?

Soient σ la somme magique, σ_S la somme des nombres sur le pentagone extérieur et σ_U celle sur le pentagone intérieur.

On a $\sigma_S + \sigma_U = 1 + \dots + 10 = 55$.

Par ailleurs, la somme des sommes des triangles est 5σ , et dans cette somme les nombres du pentagone intérieur sont comptés 2 fois, et ceux du pentagone extérieur une fois.

Par conséquent $5\sigma = \sigma_S + 2\sigma_U$.

On en déduit facilement que $\sigma_U = 5(\sigma - 11)$ et $\sigma_S = 5(22 - \sigma)$.

Chacune de ces sommes est comprise entre $1 + \dots + 5 = 15$ et $6 + \dots + 10 = 40$; ce qui permet d'obtenir $14 \leq \sigma \leq 19$.

La permutation $x \mapsto 11 - x$ de $\{1, \dots, 10\}$ transforme 3 nombres de somme σ en 3 nombres de somme $33 - \sigma$: on peut donc toujours se ramener au cas où $\sigma \leq \frac{33}{2}$ et examiner uniquement les cas $\sigma = 14$, $\sigma = 15$ et $\sigma = 16$; la permutation donnant les 3 autres cas, $\sigma = 19$, $\sigma = 18$ et $\sigma = 17$, que l'on peut qualifier de « conjugués » des précédents.

On peut remarquer une autre propriété qui concerne les 5 triangles obtus tels que $s_1s_5u_5$. Pour cela, écrivons les équations liées à 2 points qui ne sont pas consécutives (par exemple $u_1u_2s_5$ et $u_3u_4s_1$) et contiennent donc 4 des éléments de U :

$$u_1 + u_2 + s_5 = \sigma \text{ et } u_3 + u_4 + s_1 = \sigma$$

sommes ces deux égalités :

$$2\sigma - s_1 - s_5 = u_1 + u_2 + u_3 + u_4 = \sigma_U - u_5 = 5(\sigma - 11) - u_5$$

on en déduit donc $s_1 + s_5 - u_5 = 55 - 3\sigma$

Cette relation remarquable obtenue avec le triangle $s_1s_5u_5$ obtus est évidemment générale, c'est-à-dire vraie pour les 5 triangles de ce type.

On peut en déduire que $55 - 3\sigma \notin S$. En effet, si $55 - 3\sigma$ pouvait être l'un des éléments de S alors un élément de S serait égal à un élément de U (il suffit de prendre l'une des relations où intervient cet élément de S pour le constater), ce qui est exclu puisque S et U sont disjoints.

L'utilisation de cette relation permet de gagner du temps [1] en évitant de fastidieuses vérifications de toutes les combinaisons pouvant se présenter ; il en reste quand même quelques-unes à passer en revue...

Cas $\sigma = 14$

Pour ce cas, on a donc $\sigma_U = 15$ et $\sigma_S = 40$: la seule solution est $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ et $S = \{6, 7, 8, 9, 10\}$. Et $55 - 3\sigma = 13$ ne produit aucune contrainte supplémentaire.

Chacune des 5 contraintes sur les points s'écrit $x_1 + x_2 + y = \sigma$, où x_1, x_2 sont deux éléments de U distincts, et y un élément de S .

Pour les différentes valeurs de $y \in S$, on arrive aux possibilités suivantes :

$$\begin{array}{ll} 14 - y & x_1 + x_2 \\ 14 - 6 = 8 & 3 + 5 \\ 14 - 7 = 7 & 2 + 5 \text{ et } 3 + 4 \\ 14 - 8 = 6 & 1 + 5 \text{ et } 2 + 4 \\ 14 - 9 = 5 & 1 + 4 \text{ et } 2 + 3 \\ 14 - 10 = 4 & 1 + 3 \end{array}$$

Deux nombres x_1, x_2 éléments de U , distincts, seront dits liés par $y \in S$, si $x_1 + y + x_2 = \sigma$. Une telle liaison sera notée $x_1(y)x_2$.

Pour le cas que nous examinons, il y a 8 liaisons possibles :

$$\begin{array}{ccccc} 3(6)5 & 2(7)5 & 1(8)5 & 1(9)4 & 1(10)3 \\ & 3(7)4 & 2(8)4 & 2(9)3 & \end{array}$$

L'objectif est d'obtenir une liste circulaire des 5 éléments de U , telle que deux éléments consécutifs soient liés, et que les éléments qui les relient soit les 5 éléments de S .

Le nombre 10 est dans S et la seule liaison qui le contienne est $1(10)3$: on peut donc commencer par ce triangle qui sera nécessairement contenu dans toute solution, à symétrie près [2] ; 1 doit ensuite être lié à 4 avec $1(9)4$ ou à 5 avec $1(8)5$, d'où 2 possibilités à examiner :

- 1 lié à 5 : $5(8)1(10)3$
5 doit être lié à 1 ou à 2 ou à 3 mais 1 et 3 sont déjà utilisé : il reste 2 avec $2(7)5(8)1(10)3$. 3 doit être lié à 1, à 2, à 4 ou à 5 mais 1, 2 et 5 sont utilisés, reste 4 avec $2(7)5(8)1(10)3(7)4$, ce qui ne convient pas car 7 se retrouve utilisé deux fois.
- 1 lié à 4 : $4(9)1(10)3$
4 doit être lié à 1, 2 ou 3 mais 1 et 3 sont utilisés, reste 2 avec $2(8)4(9)1(10)3$; 3 doit être lié à 1, 2, 4 ou 5, mais 1, 2 et 4 sont utilisés, il reste 5 et on a $2(8)4(9)1(10)3(6)5$; il n'y a plus qu'à vérifier qu'il y a bien bouclage avec 2 : $2(8)4(9)1(10)3(6)5(7)2$.

Remarque : pour éliminer la possibilité d'avoir 1 lié à 5, on peut utiliser la relation remarquable concernant les triangles obtus. En effet si on avait $5(8)1(10)3$, en notant s est la valeur du sommet au bout du côté $8, 5, u, s$, par le triangle obtus $10, 5, s$ on aurait $10 + s - 5 = 13$ et donc $s = 8$ ce qui ne convient pas puisqu'on aurait deux fois 8.

On a donc trouvé une solution et c'est la seule, à symétries près, pour $\sigma = 14$ (voir la figure 4). On en déduit qu'il n'y a également qu'une seule solution pour le cas « conjugué » $\sigma = 19$ (voir la figure 5).

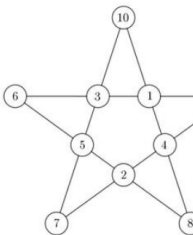


Figure 4
avec la somme magique 14

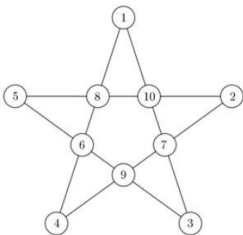


Figure 5
avec la somme magique 19

Cas $\sigma = 15$

Pour ce cas, on a donc $\sigma_U = 20$ et $\sigma_S = 35$ et $55 - 3\sigma = 10$, par conséquent $10 \notin S$.

Il n'y a que 7 parties U de cardinal 5 dans $\{1, 10\}$ dont la somme soit 20 ; une telle partie U détermine S qui est son complémentaire ; on pourrait appliquer pour chacune de ces parties la méthode utilisée ci-dessus pour la seule valeur de (U, S) dans le cas où $\sigma = 14$ et examiner ces 7 cas possibles pour U et S .

Cependant, comme $10 \notin S$, $10 \in U$, ce qui nous permet de gagner du temps : en effet, avec $\sigma_U = 20$, on en déduit que la somme des 4 autres éléments de U est égale à 10. Il en résulte que, pour U et son complémentaire S , la seule possibilité est : $U = \{1, 2, 3, 4, 10\}$, $S = \{5, 6, 7, 8, 9\}$.

Sur la pointe dont 5 est le sommet, la contrainte s'écrit $15 - 5 = 10 = x_1 + x_2$ où x_1 et x_2 sont deux éléments distincts dans $U = \{1, 2, 3, 4, 10\}$. Or, avec 2 éléments distincts de $\{1, 2, 3, 4, 10\}$, on ne peut obtenir une somme égale à 10.

Conclusion, pour le cas $\sigma = 15$, ainsi que pour le cas « conjugué » $\sigma = 18$, il n'y a pas de solution.

Cas $\sigma = 16$

Pour ce cas, on a donc $\sigma_U = 25$ et $\sigma_S = 30$. On a $55 - 3\sigma = 7$, donc $7 \in U$.

Il y a 18 parties U de 5 éléments entre 1 et 10 dont la somme soit 25, mais seules 9 de ces parties contiennent 7.

Pour déterminer les valeurs possibles de U on écrit ses éléments dans l'ordre croissant : $1 \leq x_1 < x_2 < x_3 < x_4 < x_5 \leq 10$ sachant que 7 est l'un de ces nombres, la somme des 4 autres est donc 18.

Mais 7 ne peut être suivi que d'au plus 3 nombres qui sont donc 8, 9 et 10. Passons en revue les diverses possibilités.

- si 7 est suivi de ces trois nombres : $x_2 = 7$,
on a $1 \leq x_1 < 7 < 8 < 9 < 10$ et la somme $x_1 + x_3 + x_4 + x_5$ est plus grande ou égale à $1 + 8 + 9 + 10 = 28$ qui est plus grande que 18 donc cette possibilité est exclue.
- si 7 est suivi de deux nombres : $x_2 = 7$,
on a $1 \leq x_1 < x_2 < 7 < x_4 < x_5 \leq 10$ et le minimum possible pour $x_1 + x_2 + x_4 + x_5$ est $1 + 2 + 8 + 9 = 20$ qui est plus grand que 18, ce qui exclut également cette possibilité.
- si 7 est l'avant dernier : $x_4 = 7$,
d'une part le dernier est 8, 9 ou 10, et d'autre part $1 \leq x_1 < x_2 < x_3 \leq 6$ pour les 3 premiers.
On a donc $x_1 + x_2 + x_3$ qui peut être égale à $18 - 8 = 10$ ou à $18 - 9 = 9$ ou à $18 - 10 = 8$; ce qui donne la condition $8 \leq x_1 + x_2 + x_3 \leq 10$. On obtient ainsi 8 valeurs pour U :
(1) $\{1, 2, 5, 7, 10\}$ (2) $\{1, 2, 6, 7, 9\}$ (3) $\{1, 3, 4, 7, 10\}$ (4) $\{1, 3, 5, 7, 9\}$
(5) $\{1, 3, 6, 7, 8\}$ (6) $\{1, 4, 5, 7, 8\}$ (7) $\{2, 3, 4, 7, 9\}$ (8) $\{2, 3, 5, 7, 8\}$
- si 7 est le dernier : $x_5 = 7$,
comme $3 + 4 + 5 + 6 = 18$ est la plus grande somme possible pour $x_1 + x_2 + x_3 + x_4$, on obtient ainsi une dernière valeur pour U :
(9) $\{3, 4, 5, 6, 7\}$

Examinons ces 9 valeurs de U en utilisant la méthode explicitée dans les cas $\sigma = 14$ et $\sigma = 15$: on cherche si $16 - y$, où $y \in S$, peut être égal à $x_1 + x_2$ où x_1, x_2 sont distincts dans U .

- (1) $U = \{1, 2, 5, 7, 10\}$
 $3 \in S$, $16 - 3 = 13$ qui ne s'écrit pas $x_1 + x_2$
donc pas de solution pour cette valeur de U .

- (2) $U = \{1, 2, 6, 7, 9\}$
 $4 \in S$, $16 - 4 = 12$ qui ne s'écrit pas $x_1 + x_2$
donc pas de solution pour cette valeur de U .

- (3) $U = \{1, 3, 4, 7, 10\}$
 $S = \{2, 5, 6, 8, 9\}$ et chaque élément de $16 - S$ s'écrit $x_1 + x_2$

Écrivons toutes les possibilités :

$$\begin{array}{ll} 16 - y & x_1 + x_2 \\ 16 - 2 = 14 & 4 + 10 \\ 16 - 5 = 11 & 1 + 10 \text{ et } 4 + 7 \\ 16 - 6 = 10 & 3 + 7 \\ 16 - 8 = 8 & 1 + 7 \\ 16 - 9 = 7 & 3 + 4 \end{array}$$

d'où les liaisons :

$$\begin{array}{ccccc} 4(2)10 & 1(5)10 & 3(6)7 & 1(8)7 & 3(9)4 \\ & 4(5)7 & & & \end{array}$$

Le nombre 2 est dans S et la seule liaison contenant 2 est $4(2)10$.
Commençons donc par ce triangle [3] ; 10 ne peut ensuite qu'être lié à 1 : $4(2)10(5)1$ puis 1 doit être ensuite lié à 7 car 10 est utilisé : $4(2)10(5)1(8)7$ puis 7 doit être lié à 3 car 4 est utilisé : $4(2)10(5)1(8)7(6)3$ et on ferme la boucle avec $3(9)4$ la seule liaison qui reste : $4(2)10(5)1(8)7(6)3(9)4$. Toutes les valeurs de S servent de liaison.

Pour $U = \{1, 3, 4, 7, 10\}$, on a donc bien une solution (voir la figure 6) et c'est la seule, à symétrie près.

- (4) $U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$
 $S = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ chaque élément de $16 - S$ s'écrit $x_1 + x_2$

Écrivons toutes les possibilités :

$$\begin{array}{ll} 16 - y & x_1 + x_2 \\ 16 - 2 = 14 & 5 + 9 \\ 16 - 4 = 12 & 3 + 9 \text{ et } 5 + 7 \\ 16 - 6 = 10 & 1 + 9 \text{ et } 3 + 7 \\ 16 - 8 = 8 & 1 + 7 \text{ et } 3 + 5 \\ 16 - 10 = 6 & 1 + 5 \end{array}$$

d'où les liaisons :

$$\begin{array}{ccccc} 5(2)9 & 3(4)9 & 1(6)9 & 1(8)7 & 1(10)5 \\ & 5(4)7 & 3(6)7 & 3(8)5 & \end{array}$$

2 est dans S et la seule liaison contenant 2 est $5(2)9$.
Commençons donc par ce triangle [4] ; 9 doit ensuite être lié à 1 ou à 3, ce qui donne 2 liaisons à examiner :

- avec 9 lié à 1 : $5(2)9(6)1$
1 doit être ensuite lié à 7 puisque 9 et 5 sont utilisés : $5(2)9(6)1(8)7$
7 doit être ensuite lié à 3 car 1 et 5 sont utilisés : $5(2)9(6)1(8)7(6)3$
ce qui ne convient pas car 6 sert deux fois de liaison.
- avec 9 lié à 3 : $5(2)9(4)3$
3 doit être ensuite lié à 7 car 5 et 9 sont utilisés : $5(2)9(4)3(6)7$
7 doit être ensuite lié à 1 car 3 et 5 sont utilisés : $5(2)9(4)3(6)7(8)1$
et on boucle avec 5 en utilisant la liaison $1(10)5$ qui reste : $5(2)9(4)3(6)7(8)1(10)5$. Toutes les valeurs de S servent bien de liaison.

Pour $U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, on a donc une solution (voir la figure 8) et c'est la seule, à symétries près.

- (5) $U = \{1, 3, 6, 7, 8\}$
 $4 \in S$, $16 - 4 = 12$ qui ne s'écrit pas $x_1 + x_2$
donc pas de solution pour cette valeur de U .

- (6) $U = \{1, 4, 5, 7, 8\}$
 $2 \in S$, $16 - 2 = 14$ qui ne s'écrit pas $x_1 + x_2$
donc pas de solution pour cette valeur de U .

- (7) $U = \{2, 3, 4, 7, 9\}$
 $1 \in S$, $16 - 1 = 15$ qui ne s'écrit pas $x_1 + x_2$
donc pas de solution pour cette valeur de U .

- (8) $U = \{2, 3, 5, 7, 8\}$
 $10 \in S$, $16 - 10 = 6$ qui ne s'écrit pas $x_1 + x_2$
donc pas de solution pour cette valeur de U .

- (9) $U = \{3, 4, 5, 6, 7\}$
 $1 \in S$, $15 = 16 - 1$ qui ne s'écrit pas $x_1 + x_2$
donc pas de solution pour cette valeur de U .

En résumé, pour $\sigma = 16$, on a donc trouvé deux solutions et ce sont les seules à symétries près. On en déduit qu'il y a également deux solutions pour le cas « conjugué » $\sigma = 17$.

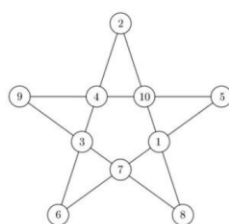


Figure 6
avec la somme magique 16
solution 1

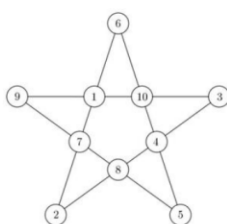


Figure 7
avec la somme magique 17
solution 1

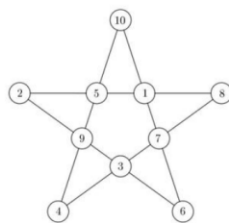


Figure 8
avec la somme magique 16
solution 2

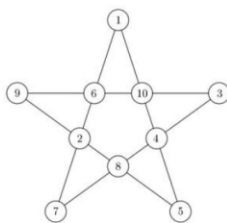


Figure 9
avec la somme magique 17
solution 2

Conclusion : pour le classique par les pointes, aux symétries près, il y a 6 solutions, une avec $\sigma = 14$, une avec $\sigma = 19$, deux avec $\sigma = 16$ et deux avec $\sigma = 17$, en prenant en compte les configurations « conjuguées » arithmétiquement, c'est-à-dire en remplaçant x par $11 - x$.

Avis de recherche du n°208, avis 3

Avis n°3

Rebondissement pour le PB n°1 (voir les Chantiers n°208) : soient a et b deux entiers naturels premiers entre eux et soit S la partie stable de $(\mathbb{N}, +)$ engendrée par a et b .

Entre 0 et $ab - (a + b)$, est-il vrai qu'il y a autant d'entiers qui sont dans S et autant qui n'y sont pas ?

Nous reportons aux prochains Chantiers la publication d'une solution pour cet avis : cela devrait vous laisser plus de temps pour vos propres recherches.

Nouvel avis de recherche

C'est Pierre Delezoïde qui nous propose l'avis n°1 qu'il juge farfelu ; à vous de juger ! L'avis n°2 est proposé par Gérard Ségéral (voir ci-dessus). L'avis n°3 est le prolongement proposé par Pierre Delezoïde pour le pentagone de Petersen (voir également ci-dessus). Enfin, l'avis n°4 est un petit exercice pour les curieux soumis par René Drucker : allez voir son [voyage au pays des quadrilatères](#) pour en savoir plus.

Avis n°1

On a 5 entiers, v_0, v_1, v_2, v_3 et v_4 , et on veut écrire dans un programme une formule donnant une suite 5-périodique s telle que $s(i) = v_i$ pour $i \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$. La contrainte est de ne pas utiliser de tableau, ni de test.

Peut-on réaliser cela uniquement avec les opérations arithmétiques : $+$ et $\times$ et les valeurs v_i ? uniquement sur $[0, 4]$? Et en utilisant en plus la division euclidienne (quotient, reste) ?

Avis n°2

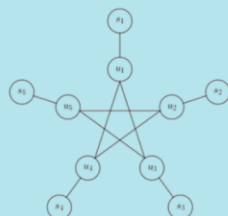
Observez la figure ci-contre : pour quelles valeurs entières de x, y et z obtient-on une valeur entière t pour le cinquième côté ?



Avis n°3

La figure ci-contre représente le pentagone de Petersen.

a et b étant deux entiers (relatifs) non nuls, peut-on placer les nombres entiers de 1 à 10 sur ce pentagone de telle sorte que l'on ait les 5 combinaisons $as_1 + bs_2, as_2 + bs_3, as_3 + bs_4, as_4 + bs_5$ et $as_5 + bs_1$ qui soient égales ?



Avis n°4

À partir d'un quadrilatère $P_1P_2P_3P_4$:

1. Choisissez un sommet, par exemple P_1 .
2. Construisez son conjugué isogonal P_1' par rapport à $P_2P_3P_4$.
3. Déterminez ensuite Q_1 , inverse de P_1' par rapport au cercle circonscrit à $P_2P_3P_4$.
4. Recommencez pour les 3 autres sommets.

Que remarquez-vous pour Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 ?

Nous attendons vos solutions que nous aurons plaisir à lire, et si, de plus, vous avez des problèmes à soumettre à la sagacité de nos lecteurs et lectrices, ainsi que des compléments sur des avis précédents, écrivez-nous à [l'adresse des problèmes des Chantiers](#).

Les problèmes en Chantiers

Vous pouvez retrouver tous les problèmes des Chantiers, depuis le numéro 1 jusqu'à aujourd'hui : il y en a qui n'ont pas été résolus et d'autres qui méritent qu'on y revienne :

- [les problèmes en Chantiers](#)