chantiers de pédagogie mathématique

Bulletin bimestriel de la Régionale Parisienne — Automne 1973 — CAHIER 27-28
Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

Les dix pour cent Fontanet

Dégel pédagogique ou faux-semblant ?

On sait que la circulaire n° 73-162 du 27 mars 1973 adressée aux Recteurs, aux Inspecteurs d'académie et aux Chefs d'établissement de l'Enseignement secondaire avait pour objet la mise à la disposition des établissements d'enseignement secondaire d'un contingent horaire de 10 %. Le Ministre Fontanet, signataire de ce texte, exprimait le souhait judicieux d'assouplir ainsi l'organisation de l'enseignement en développant l'activité des communautés scolaires. Tout en affirmant qu'aucune directive spéciale ne devait intervenir de la part de l'administration centrale, il paraissait évident qu'une information devait au moins être donnée au personnel sur les programmes et ce qui en resterait obligatoire comme auparavant. On pouvait donc craindre que toutes les consultations utiles à l'intérieur des établissements, conseil des professeurs, conseil d'administration ne puissent avoir lieu avant le 1er juillet ; il est heureusement prévu que les mesures à envisager pourront être examinées à la rentrée de septembre. On doit en effet espérer qu'à ce moment-là on disposera de toutes les informations utiles.

Encore faut-il savoir quel accueil les maîtres, les élèves, les chefs d'établissement et les parents réserveront à cette mesure. Tout peut nous porter à n'y voir qu'un faux-semblant, une caricature de réforme et par conséquent agir comme si de rien n'était.

L'expression « Les dix pour cent » d'abord. Il y a une mythologie du 10 % ; dans le temps, c'était le montant du service dans les hôtels, c'est encore la sanction pour les retardataires dans le paiement des impôts. Il est vrai que dans ces deux cas, ce sont 10 % d'une somme d'argent et qu'ils sont à ajouter. On nous dit aussi que 10 % d'étrangers dans une société est le seuil dangereux du racisme, alors que le moindre germe de cette calamité c'est déjà trop. Dans le cas qui nous intéresse, il est bien précisé que ces 10 % sont relatifs à l'horaire des classes et comme cet horaire comprend un certain enseignement, on est amené à la question délicate : quelle sera la part de l'enseignement habituel

qui devra être sacrifiée? C'est un problème pédagogique qui n'est pas simple. En mathématiques où nous avons l'habitude de programmes contraignants et où, depuis quelques années, certaines classes ont bénéficié de programmes très soigneusement structurés, des Collègues ont souhaité que les allègements inévitables soient coordonnés. D'autres ont refusé d'avance tout allègement, ce qui contredit une revendication assez générale contre l'ampleur de beaucoup de ces programmes. D'autres enfin ont pensé que l'application de ces 10 % était peut-être un premier pas vers la formule des programmes par noyaux et thèmes que préconise notre Charte de Caen. Cet éventail de réactions étant rappelé ici pour montrer qu'il existe un problème pédagogique pas plus simple qu'aucun autre mais dont l'existence ne peut entraîner à nos yeux la condamnation de la proposition Fontanet.

Il y a en effet des raisons plus profondes de n'y voir qu'une apparence de réforme. C'est toute la machine Éducation Nationale qui est malade et pas seulement le second degré. Et celui-ci, pour le réformer, il faut en analyser les maux dans leur ensemble. C'est d'ailleurs ce que tente avec un certain bonheur le rapport de la fameuse commission Joxe dite « des Sages » dans ses quarante premières pages. D'ailleurs, sages ou non, il suffisait qu'ils ne soient ni aveugles, ni sourds, ni de mauvaise foi : les observations de la Commission, nous pouvons très généralement y souscrire. En conclusion, arrivent les dix-huit recommandations qui concrétisent dix principes généraux. Or les fameux dix-pour-cent ne représentent qu'une partie de la recommandation n° 3. On est en droit de se demander pourquoi celle-ci a seule été retenue, quelle pourra être l'efficacité d'une mesure aussi partielle (en admettant qu'elle conserve la signification que lui donnait la commission dans un cadre plus général).

Une première explication vient à l'esprit : le Ministre a choisi, pour faire un geste, ce qui n'entraîne aucune dépense supplémentaire et ne demande aucune initiative spéciale ou effort particulier aux services centraux. Lorsque la commission réclame des établissements de 700 à 800 élèves au maximum, ce n'est certes pas réalisable du jour au lendemain mais, dès maintenant, cela exige une révision de la carte scolaire et l'arrêt de projets « grandioses » qui sont des aberrations pédagogiques et comme nous en connaissons tous. Alors, de cela, on ne parle pas. Transformer la formation initiale des maîtres, organiser leur formation continue, ce sont aussi des questions importantes aux profondes répercussions sur le plan pédagogique. Mais faire avancer des solutions dans ce domaine exigerait de l'imagination, de la persévérance et des moyens financiers. On n'en parle pas.

L'argument financier n'est pourtant pas le seul obstacle considéré car la 17e recommandation pour un nouveau rôle de l'inspection générale est une des plus faciles à mettre en œuvre ; le corps est peu nombreux et a toujours montré une grande docilité administrative vis-à-vis des ordres du Ministre. Tout se passe comme si ce dernier avait craint en intervenant à ce niveau de compromettre des relations d'autorité qui justement sont en voie de détérioration ; cela fait penser au malade qui préfère cacher son mal au médecin plutôt que d'aider celui-ci dans son auscultation.

On est bien forcé de conclure que les dix-pour-cent avaient l'avantage de

donner lieu à des articles dans la presse, à développer ainsi une certaine réputation d'ouverture dont le Ministère de l'Éducation Nationale a besoin et sans toucher à l'essentiel: les structures fondamentales sont inchangées, les crédits n'ont pas besoin d'être allongés. On fait semblant d'innover et peut-être espère-t-on, avec quelque machiavélisme, que l'absence de changement véritable pourra ensuite être mise au passif du corps enseignant.

Mais justement, celui-ci, comment doit-il réagir? Dénoncer les palinodies ministérielles, bien sûr. Mais faut-il s'en tenir là?

Nous commettrions une faute très grave si nous voyions dans les dix-pour-cent une réforme chargée de promesses. Nous ne pouvons pas nous faire de grandes illusions. Mais si la mesure accorde quelques libertés sur le plan local, alors elle desserre le carcan des programmes nationaux. Ne nous permet-elle pas d'engager l'école vers le dégel pédagogique?

Me le font penser les réprobations immédiates des conservateurs, des traditionnalistes de tout poil dont on sait que notre corporation est riche. On a vu, à cette occasion, des contempteurs des programmes de la commission Lichnerovicz s'indigner à l'idée qu'à cause des dix-pour-cent il faudrait les alléger. Il suffisait que la circulaire ministérielle parle de temps libéré *pour que ces partisans du temps occupé se rebiffent.*

Ce n'est pas une raison suffisante pour tomber dans les bras du Ministre. Mais qui vous demande un geste aussi peu administratif? Il y a seulement dans les dix-pour-cent une possibilité d'initiative. A nous d'en profiter. Sans illusion, je le répète. Mais chaque fois qu'il est possible d'échapper à une contrainte, c'est un devoir vis-à-vis de la liberté d'en profiter. Tout le monde sait que les droits s'usent à ne pas servir.

Ouvrons aussitôt, dans ces Chantiers, *une rubrique des « initiatives 10 % » (à laquelle je renvoie d'autres remarques pour ne pas abuser ici de la patience du lecteur), rubrique ouverte comme tout ce qui est publié ici, y compris cet éditorial, à toutes les critiques. Mais que personne ne puisse dire: « il y avait une certaine liberté d'innover et personne n'a essayé ».*

G. W.

Sommaire des Chantiers de Pédagogie Mathématique 27-28

72 Gustave CHOQUET : Formation des chercheurs de Mathématiques.

84 LA RÉFORME EN ACTES

J.P.A. : Le conditionnement et ses aspects dans la pédagogie des mathématiques.

W. MOUNTEBANK : Alignements rationnels et autres alignements.

Évariste DUPONT : Les quatre règles? Non, les trois. (Suite et fin.)

C.R.A.P. : Contrôle des connaissances et enseignement de formation.

LA TRIBUNE DES DIX POUR CENT.

MAUVAISES LECTURES ET AUTRES.

Le charme de plus en plus discret de la vie universitaire.

LA VIE DE LA RÉGIONALE.

Formation des chercheurs de mathématiques

par Gustave CHOQUET,
Professeur à l'Université Paris-VI

Je consacrerai mon exposé (*) à la mise au point des observations personnelles que j'ai faites sur la formation des chercheurs, à la fois dans mon enseignement, dans mon Séminaire, et dans l'équipe de recherche dont je m'occupe.

Ces observations ne visent nullement à constituer un corps de doctrine à valeur universelle; je doute d'ailleurs qu'une telle doctrine puisse exister; mais je crois par contre que la confrontation de nos expériences peut être fructueuse pour chacun de nous, et peut influencer utilement notre comportement futur auprès des étudiants et des jeunes chercheurs.

Ma première observation sera qu'il n'est pas possible de dissocier le problème de la formation des chercheurs de celui de la formation des étudiants et de celui de l'enseignement secondaire ou primaire. Bien que, fondamentalement je croie à l'égalité des capacités intellectuelles de tous les individus normaux à leur naissance, il faut bien constater que les influences conjuguées du milieu familial, du milieu social et des enseignements aux niveaux primaire et secondaire aboutissent à la formation d'individus aux goûts, aux aptitudes et aux besoins extrêmement variés lorsqu'ils arrivent à l'Université. Le professeur d'Université se trouve donc devant un ensemble très hétérogène d'individus, malgré le pouvoir niveleur des éventuels examens de sélection. Il est ainsi hors de question d'envisager un mode de formation stéréotypé, indépendant de la personnalité de nos futurs étudiants : leurs échecs mesureraient seulement la distance entre nos méthodes et leurs personnalités. Par contre il est important que le comportement du professeur soit dirigé par quelques principes, conscients ou non, implicites ou explicites.

Le premier de ces principes pourrait être qu'*il y a quelque chose à faire*, c'est-à-dire que de notre comportement dépend la qualité du futur chercheur, et la quantité des bons chercheurs que nous formerons. Certes, on entend parfois affirmer que seuls comptent les meilleurs mathématiciens, ceux qui apporteront les idées nouvelles et résoudront les grands problèmes, et que pour ceux-là peu importe la méthode de formation puisque d'eux-mêmes ils sauront trouver la nourriture dont ils ont besoin. Je ne suis d'accord avec aucune de ces affirmations : on a besoin de mathématiciens de tous les niveaux

---

(*) Cet exposé a été fait en juillet 1972 lors de la Conférence Internationale de Crète organisée par l'Union Balkanique des Mathématiciens et l'Union Pan-crétoise. Je remercie ses organisateurs d'en avoir permis la reproduction dans ce Bulletin.

et de toutes les spécialités; d'autre part, faire des mathématiques est une activité sociale, et le plus créatif des mathématiciens ne créerait pas s'il n'avait le stimulant constitué par l'appréciation et la compréhension de ses pairs; et enfin le futur grand mathématicien ne connaît pas toujours lui-même ses possibilités; il ne les découvre parfois qu'assez tard, et il a besoin d'être soutenu et guidé dans ses premiers pas; de plus il est clair que les mathématiques qu'il créera dépendront de sa formation initiale : sinon on ne s'expliquerait pas pourquoi des réservoirs immenses d'hommes tels que la Chine n'ont pas produit pendant plusieurs siècles de grands mathématiciens.

Nous adopterons donc cet axiome de base : « Il y a quelque chose à faire, et de la valeur de notre enseignement dépend l'éclosion et la maturation des talents mathématiques de nos étudiants. »

La créativité et les programmes

J'ai déjà dit que, pour moi, le problème de la formation des chercheurs n'est pas essentiellement distinct de celui de la formation des étudiants, quels qu'ils soient, et à n'importe quel niveau. En fait, dans cette formation, le principe directeur doit être partout le même : *Le développement de la créativité.* S'il s'agit de Mathématiques, les principes annexes concerneront surtout l'enseignement des matières, et les méthodes de recherche propres aux Mathématiques.

Le développement de la créativité est un objectif si fondamental qu'on pourrait s'attendre à le voir rappelé à chaque instant dans les instructions officielles concernant l'enseignement à tous les niveaux. Or, nous savons tous avec quelle facilité les planificateurs et chacun de nous, donnent la prééminence au contenu des programmes. Peut-être parce que c'est l'étude des enfants retardés qui a conduit les pédagogues de génie tels que Mme Montessori à formuler nettement, après J.-J. Rousseau, l'importance des méthodes actives, nous succombons indéfiniment au mirage des programmes soigneusement mis au point et nous pensons, surtout à l'Université, qu'un cours bien structuré sur un programme modernisé est le but final de notre pédagogie. Le professeur prépare avec conscience un beau cours, rigoureux et limpide comme l'eau claire d'une source et s'étonne, lors de l'examen, que cette eau pure se soit muée en un liquide trouble peu appétissant.

C'est donc que la beauté de la matière enseignée et la clarté de l'exposé ne sont pas suffisantes, et ne sont peut-être même pas absolument nécessaires.

L'enseignement secondaire qui, depuis une quinzaine d'années, est en train de subir, en mathématiques, une grande mutation — et ceci dans tous les pays — risque de souffrir de ce mirage si l'on n'y prend pas garde. Les programmes n'y avaient pas sensiblement évolué depuis fort longtemps; une mise au point s'imposait, à la fois élagage et introduction de quelques outils simples d'algèbre. Mathématiciens et professeurs du secondaire se sont donc mis au travail et ont fabriqué de beaux programmes ainsi que des recom-

mandations sur la façon de s'en servir; et une floraison généreuse de manuels est apparue.

Il est trop tôt pour juger des fruits de cette réforme; après plusieurs années de rodage, ses excès les plus graves disparaîtront, il faut l'espérer, et on atteindra un régime de croisière. Il n'y a aucun doute que les jeunes qui sortiront des lycées dans les prochaines années auront reçu une formation fort différente de celle donnée voici vingt ans : elle sera à base d'algèbre et non plus de géométrie. Cette réforme peut donc orienter le développement des mathématiques dans un sens plus algébrique; il n'est pas certain que ceci soit un mal; toutefois, on doit bien constater que la plupart des Analystes actuels sont des visuels et qu'ils ont développé leur intuition au contact de la géométrie; ceci est particulièrement vrai de l'Analyse fonctionnelle qui, par bien des aspects, apparaît comme un prolongement de la géométrie. Il est donc possible que ce qui constitue l'originalité profonde de l'Analyse souffre de la réforme, ce qui conduirait à un appauvrissement du champ des Mathématiques.

Mais aussi, on a trop souvent oublié, en élaborant les nouveaux programmes, l'importance des *problèmes* dans l'enseignement secondaire. L'algèbre enseignée à ce niveau est peu favorable à la fabrication de problèmes intéressants; aussi, ne peut-on offrir aux élèves que des exercices qui sont des applications directes de théorèmes du cours. Les problèmes de géométrie développaient l'intuition, l'ingéniosité, la créativité des meilleurs élèves. Si les mathématiciens ne se hâtent pas de constituer un corps de véritables problèmes adaptés aux nouveaux programmes, il est à craindre qu'une génération des meilleurs jeunes lycéens ne puisse pas développer au lycée son goût pour la découverte mathématique, et ceci de façon parfois irrémédiable.

Conscients de ces difficultés, certains professeurs organisent dans les lycées des clubs mathématiques, où les jeunes peuvent trouver un aliment plus excitant qu'un cours trop souvent réduit à l'étude de structures, importantes certes, mais par trop squelettiques.

Ceci m'amène à dire un mot de l'institution des Olympiades, particulièrement développées dans les pays de l'Est de l'Europe mais qui, sous des formes moins connues existent cependant dans la plupart des pays (en France, le Concours général). Je pense que c'est une bonne institution parce qu'elle constitue pour les jeunes doués pour les mathématiques une approbation et un encouragement à leurs talents; mais elle peut aussi avoir ses dangers, par exemple un « bachotage » consistant en une préparation spéciale en vue de ces Olympiades.

Un dernier mot concernant certains liens entre enseignement secondaire et recherche : certains ont pensé qu'il serait bon pour les élèves les plus doués, d'être sélectionnés et mis dans des classes spéciales, en vue d'une préparation intensive à l'Université; pour diverses raisons, il ne semble pas que ces classes aient rencontré le succès escompté : le facteur temps est important, même pour un esprit doué, et le rythme en apparence trop lent d'une classe normale permet une assimilation meilleure des notions de base. Par contre, il est impor-

tant que la nourriture intellectuelle donnée à une classe normale soit suffisante : un rabachage indéfini sur les définitions des relations d'équivalence, des lois de groupe, d'anneau ou d'espace vectoriel, ne peut en aucun cas être considéré comme une nourriture intellectuelle, pour élèves doués ou non.

La parcellisation dans l'enseignement supérieur

L'enseignement mathématique à l'Université a subi, avec un peu d'avance, une transformation analogue à celle des lycées : les programmes ont été radicalement transformés; on est passé de Goursat à Bourbaki ! Cette transformation s'est accompagnée, de façon assez générale, d'une parcellisation poussée des enseignements : celui-ci est divisé en unités correspondant plus ou moins aux grandes structures au sens de Bourbaki : algèbre générale, algèbre linéaire, topologie générale, intégration, variétés différentielles, etc. Le professeur chargé d'un de ces enseignements en est en général un spécialiste; il en connaît fort bien l'ossature, les notions essentielles qui sont pour lui des notions naturelles et comme allant de soi; il axe donc son cours sur leur introduction et leur développement logique; et souvent il ne peut pas en donner d'applications substantielles, soit par manque de temps, soit parce que ces applications le feraient sortir de la structure étudiée.

L'expérience montre que cette parcellisation a plusieurs défauts fort graves : elle a augmenté considérablement le nombre des notions de base enseignées, au détriment d'une réflexion approfondie et personnelle, basée par exemple sur des problèmes riches et excitants. En même temps elle a contribué à l'augmentation du niveau du cours, en partie parce que le cours est fait par un spécialiste, en partie aussi parce que l'axiomatisation poussée des théories et la limpidité logique de leurs fondements est actuellement telle qu'on peut avoir l'illusion d'en faire un exposé convenable en un temps fort bref, d'où la tentation d'utiliser le temps ainsi épargné à de belles et vastes généralisations, jouissance suprême pour les initiés.

Elle ne présente aux étudiants qu'une vue locale des mathématiques; aussi comprennent-ils mal la motivation des notions introduites, même si le professeur prend soin d'en faire un bref historique; et au bout de deux ou trois ans de tels enseignements, ils voient les mathématiques comme une juxtaposition de théories brillantes, mais tombées du ciel, dont les démonstrations sont en apparence faciles, mais qui de façon curieuse deviennent difficiles à appliquer dès qu'on sort des chemins battus.

Enfin, cette parcellisation rend difficile le phénomène d'imprégnation des étudiants par le professeur. Il est important qu'un étudiant découvre un vaste champ des mathématiques avec un même maître; il peut ainsi s'habituer à sa façon de penser, modeler son esprit sur le sien. Jadis, voici vingt ans au moins, l'enseignement de « Calcul différentiel et intégral, et applications à la géométrie » était fait par un ou au plus deux professeurs; il serait souhaitable

qu'on revienne à une formule de ce type; l'imprégnation redeviendrait alors possible, le niveau théorique du cours diminuerait, et le cours s'étofferait d'applications, de motivations; il s'humaniserait.

Participation active des étudiants

J'ai souligné déjà que la limpidité et la rigueur d'un cours n'étaient pas suffisantes pour qu'il soit bien assimilé. L'important n'est pas la somme de travail et d'ingéniosité fournie par le professeur, mais celle fournie par l'étudiant. Autrement dit, l'essentiel n'est pas le cours, mais le travail personnel de l'étudiant. Il faut donc que, d'une façon ou d'une autre, le professeur provoque cet effort personnel; il n'y a pas pour cela de recette universelle; un même professeur peut y parvenir une année, échouer une autre année; mais il doit en tout cas essayer de mettre le plus d'atouts possibles de son côté, et pour cela ne pas oublier certaines règles.

D'abord, s'il fait un cours pour la première fois, y prend plaisir, et donne à ses étudiants l'impression qu'ils participent à une expérience, c'est là un excellent atout. Il peut l'améliorer encore en constituant un groupe d'étudiants chargé de rédiger son cours, un autre chargé de constituer un recueil d'exercices (le succès d'une telle expérience peut se comparer à la réactivité chimique de l'hydrogène naissant; et inversement on peut dire qu'un cours trop bien rodé s'érode).

Il serait donc souhaitable que, chaque année, chaque cours soit une nouvelle expérience.

Il est bon, certes, que le professeur ait un nombre suffisant d'assistants pour que les travaux pratiques se fassent par petits groupes; mais ici encore, cette condition n'entraîne pas automatiquement le succès; il faut aussi qu'un climat de confiance s'établisse entre assistant et étudiants, professeur et étudiants, de façon que ceux-ci osent poser des questions et formuler leurs difficultés. Certaines séances peuvent être réservées aux questions posées par l'auditoire; certaines séances peuvent également être consacrées à des exposés d'étudiants, soigneusement préparés à l'avance, sur des applications du cours ou des présentations différentes de certains points du cours. Cette expérience est en général extrêmement décevante au début, ce qui montre d'ailleurs à quel point elle est nécessaire, et à quel point il est indispensable que les étudiants apprennent à préciser et à exprimer leur pensée, car ils ne sont traditionnellement entraînés qu'à écouter passivement.

Dans mon enseignement de 3e cycle, j'ai souvent demandé à mes étudiants de traiter à ma place certaines parties du cours (je leur fournissais, bien sûr, deux ou trois semaines à l'avance, toute la documentation nécessaire). Cette procédure, contrairement aux apparences, n'est pas de tout repos pour le professeur, car elle est éprouvante pour les nerfs. Mais elle est excellente pour les orateurs, car pour faire un seul exposé, l'étudiant est obligé de bien assimiler d'abord de nombreux cours précédents, surtout lorsqu'il sait qu'on lui

posera des questions lors de son exposé. Toutes les fois que j'ai utilisé cette méthode, les résultats ont été excellents, et en particulier une bonne proportion d'étudiants a manifesté en fin d'année son désir de faire de la recherche.

Il va sans dire que si l'on demande aux étudiants un travail personnel en profondeur, il faut qu'ils en aient le temps; c'est pourquoi je ne crois pas souhaitable de leur imposer un horaire de cours trop lourd. Un horaire assez léger pour les étudiants soulage d'ailleurs en même temps les professeurs, et leur permet de faire de la meilleure recherche.

Ce que je viens de dire de l'enseignement à l'Université s'applique à tous les étudiants. Toutefois, le moment est peut-être venu de dire que beaucoup de déceptions seraient évitées aux étudiants et à leurs professeurs si les auditoires étaient plus homogènes et si on offrait aux étudiants les cours qui leur conviennent. Traditionnellement, voici vingt ans, les étudiants, surtout en Mathématiques, se composaient essentiellement de futurs chercheurs et de futurs professeurs de l'enseignement secondaire. Le nombre des étudiants a maintenant considérablement augmenté; cependant, la plupart du temps, on leur fait à tous des cours de haut niveau théorique, et destinés dans notre esprit à la formation de mathématiciens professionnels. Or, la masse de nos étudiants n'a, ni les aptitudes, ni la motivation nécessaires pour assimiler cet enseignement. Il est donc urgent, du moins en France et probablement aussi dans d'autres pays, de créer à l'Université des enseignements plus variés, adaptés aux métiers que la société peut offrir aux étudiants à la sortie de l'Université.

L'enseignement au niveau « Recherche »

Il est temps que j'aborde maintenant l'enseignement des mathématiques au niveau recherche, et l'initiation à la recherche, ce que nous appelons en France le 3e cycle (ce 3e cycle comporte à la fois des enseignements spécialisés et la rédaction d'un premier travail personnel).

Le sujet est vaste et passionnant et je ne pourrai en aborder ici que quelques aspects.

L'étudiant de 3e cycle doit prendre conscience, si ce n'est pas déjà fait, de la différence fondamentale entre ce qu'il a fait jusque-là, l'assimilation de mathématiques déjà faites, et ce qu'on attend de lui dans les années qui vont suivre, c'est-à-dire la construction de nouvelles mathématiques; et dans ce nouveau domaine, il doit comprendre qu'il y a même deux niveaux : la résolution de problèmes déjà posés, dans un cadre connu, et la création de nouveaux concepts et de nouveaux problèmes.

Il doit comprendre que certains concepts qui nous semblent maintenant fort simples, tels que la notion d'espace vectoriel ou d'espace topologique, sont l'aboutissement d'un long effort poursuivi à travers plusieurs siècles; que certains théorèmes-clefs comme le théorème de Hahn-Banach n'ont pas

*

existé de toute éternité, et que leur découverte est, dans la pensée mathématique, l'équivalent en biologie d'une mutation.

Qu'il ne s'étonne donc pas qu'il soit difficile de créer du neuf, et surtout du neuf qui soit utile. Notre enseignement doit le rendre à la fois modeste et hardi devant les nouveaux domaines à explorer ou à créer : modeste parce que le fait d'assimiler facilement une théorie n'implique nullement qu'on aurait pu la créer; et hardi parce qu'on ne peut rien découvrir sans hardiesse de pensée.

Ses premiers efforts pour découvrir du neuf seront probablement décevants, et ceci n'est pas mauvais, parce que générateur de modestie. Mais il ne deviendra hardi qu'après avoir éprouvé pour la première fois le choc et la joie de la découverte; ce premier pas est important et pour qu'il soit possible, il est bon qu'il ne soit pas trop difficile : c'est peut-être là que le directeur de recherche peut être le plus utile en suggérant au début un problème ou une direction de recherche aux difficultés raisonnables, aux prolongements probables, et bien adapté aux forces du jeune chercheur.

Ce sont des considérations de ce type qui ont conduit en France à la création de la thèse de 3e cycle et à un assouplissement de la thèse d'État.

Il y a dix ans encore, la seule thèse existante était la thèse d'État; elle consacrait un long travail de plusieurs années, et progressivement son niveau avait monté. Après un long travail de gestation, émaillé seulement de quelques notes aux Comptes Rendus de l'Académie, la thèse était publiée, en une unique publication. Elle constituait donc un monument dont la perspective effarouchait bon nombre de jeunes chercheurs.

Cette thèse d'État est maintenant assouplie; elle peut être constituée de plusieurs publications s'échelonnant sur plusieurs années, et dont certaines peuvent avoir été écrites en collaboration.

En outre, le 3e cycle dont j'ai commencé à parler, vient de façon heureuse compléter l'initiation à la recherche; sa première année comporte plusieurs enseignements spécialisés et un compte rendu écrit, soit de l'étude d'un Mémoire, soit de quelques aspects du cours d'un professeur, soit d'un groupe de travail ou d'un Séminaire. L'année suivante (parfois prolongée par une année supplémentaire) est consacrée au premier travail de recherche, appelé thèse de 3e cycle; les meilleures de ces thèses constituent de véritables travaux originaux donnant lieu à publication : d'autres constituent une sorte de monographie personnelle, qui assure que son auteur a assimilé profondément une théorie, et en a repensé certains aspects sous une forme originale.

Je pense que ce système est bon et contribue à entourer la formation des jeunes chercheurs d'un climat de confiance. Il est à peine besoin de dire que, plus encore que dans l'enseignement du 2e cycle, l'enseignement spécialisé du 3e cycle doit avoir une pédagogie à base de recherche, les notions y seront introduites dans leur contexte historique, heuristique; et en repensant devant ses étudiants la genèse des notions et des démonstrations, le professeur fera comprendre le travail immense qui a précédé le choix des bonnes définitions, l'énoncé des bons théorèmes.

Le rôle d'une équipe de recherche

Je crois fort important que le jeune chercheur soit intégré dès le début à une équipe de recherche, et participe activement à un Séminaire ou à un groupe de travail spécialisé.

Certes, quelques jeunes très doués parviennent, bien qu'ayant fort peu de contacts avec d'autres chercheurs, à commencer des recherches originales et même à achever une thèse intéressante. Mais ils sont une infime exception, et j'ai eu trop souvent l'occasion de recevoir un travail d'un jeune, isolé pour des raisons géographiques ou psychologiques, et de constater que ce travail, fruit de quelques années de recherches, tout en contenant parfois une idée intéressante, ou bien ne s'est pas développé dans la bonne direction, ou bien est resté à un niveau trop élémentaire, ou même ignore des travaux similaires antérieurs. Ces jeunes autodidactes, partis dans la recherche avec leur seul bagage de connaissances de niveau « licence », et coupés de la recherche vivante, ont souvent acquis des habitudes de pensée néfastes et sont devenus mathématiquement des asociaux, qu'il est difficile, et parfois impossible, de faire rentrer dans le grand courant de la recherche.

Le Séminaire pour les jeunes (je préfère dire Séminaire d'Initiation) remplit plusieurs rôles :

1° C'est le cadre social dans lequel des jeunes de la même génération se rencontrent, échangent leurs idées, se critiquent mutuellement; ils y rencontrent aussi des mathématiciens plus chevronnés, et les échanges se font alors dans les deux sens, profitables aux deux générations.

2° Puis c'est là que le jeune va faire ses premiers exposés oraux, consistant par exemple dans la présentation d'un mémoire nouvellement paru, ou au contraire extrait d'un Journal d'âge vénérable, ou dans la synthèse de plusieurs tels mémoires.

Cet exposé sera critiqué par les auditeurs; il sera ensuite rédigé avec soin, et après plusieurs rédactions successives, lues et relues par le directeur du jeune chercheur, il sera dactylographié et multigraphié pour une diffusion limitée. Je crois fort utile que le débutant sache que sa rédaction sera diffusée, lue, et deviendra un outil de travail.

Les premières rédactions sont presque toujours maladroites, pleines d'erreurs de toutes sortes, mathématiques et linguistiques; le débutant ne sait pas qu'il faut une introduction, un bon choix de notations, un bon numérotage des définitions et théorèmes. Si ses défauts ne sont pas corrigés dès le début, ils risquent de l'accompagner toute sa vie durant.

Donc les exposés, oraux puis écrits, apprennent au chercheur à s'exprimer. Ils contribuent aussi à la formation des auditeurs, du moins si le thème du Séminaire n'est pas trop spécialisé, et je ne crois pas désirable qu'il le soit. Ils constituent donc un procédé de formation continue, et permettent d'éviter cet écueil, de jeunes chercheurs sur-spécialisés, qui finissent par produire une thèse d'une certaine valeur, mais n'ont qu'une culture générale rudimentaire.

S'ils n'ont pas pris, jeunes, l'habitude d'élargir leur culture, ils risquent de ne le faire jamais et de demeurer, une fois devenus professeurs, des spécialistes auxquels on n'ose confier aucun enseignement en dehors de leur spécialité.

3° C'est au Séminaire que le jeune chercheur exposera ses travaux. L'exposé oral clarifiera sa pensée; il profitera des critiques de ses camarades, de leurs suggestions aussi (c'est un fait d'expérience qu'il y a une corrélation étroite entre la valeur d'un jeune chercheur et sa faculté d'utiliser critiques et suggestions). Il peut arriver aussi, si ses contacts avec son directeur de recherche et avec la littérature mathématique n'ont pas été suffisants, que ce soit lors de l'exposé oral de ses travaux qu'il apprenne qu'il a été devancé sur certains points.

4° Enfin, c'est au Séminaire que sont posés des problèmes; certains reçoivent une solution presque immédiate, ce qui peut faire redémarrer une recherche qui était bloquée; d'autres plus difficiles et plus fondamentaux constituent un aiguillon à la recherche; ils favorisent la discussion et la recherche en équipe.

Du choix d'une direction de recherche

Autant je pense utile que le directeur de recherche fournisse au chercheur débutant un sujet assez nettement formulé, d'allure excitante, et susceptible de fructifier moyennant un travail honnête, autant je crois qu'à partir d'un certain niveau c'est le chercheur lui-même qui doit trouver sa voie. Chacun de nous connaît des exemples de chercheurs qui, sous la houlette d'un directeur de recherche dévoué ont fait une thèse honorable mais qui, dès qu'ils se sont éloignés de leur père spirituel ont été incapables de faire œuvre personnelle, et bien souvent ont abandonné toute recherche. On retrouve ici la même situation que dans tout apprentissage : les débuts doivent être encouragés, soutenus, mais progressivement le maître doit retirer son soutien, et l'apprenti doit marcher seul.

Pour d'autres raisons aussi, le chercheur doit trouver seul sa voie : il m'est arrivé souvent de céder aux requêtes de jeunes chercheurs qui me demandaient une direction de recherche, et de constater peu de temps après qu'ils s'étaient vite éloignés de la direction suggérée alors que dans bien des cas, l'avenir a montré qu'il s'agissait d'une excellente direction. Cet insuccès est bien naturel; c'est le contraire qui serait étonnant. L'accrochage suppose en effet que le jeune chercheur ait une intuition, une culture et des goûts assez voisins des miens pour que le problème qui excite mon intérêt excite aussi le sien.

Ce qu'on peut attendre de mieux, en moyenne, est que le chercheur intelligent s'intéresse au moins à un aspect du problème proposé et le transforme en un problème nouveau qui devienne *son* problème. Le but est là : faire en sorte que le jeune chercheur ait dès que possible son problème. Assez

souvent, à l'occasion d'un des exposés qu'il est chargé de faire au Séminaire, s'il a une culture suffisante pour reformuler personnellement son contenu, l'accrochage se fait, la pompe est amorcée, et le jeune chercheur commence véritablement à se poser des questions et à trouver du nouveau. L'expérience m'a montré qu'effectivement les meilleurs chercheurs trouvaient leur voie à l'occasion de l'étude d'un bon mémoire, par exemple à l'occasion d'un exposé. Il faut souligner ici l'importance d'une compréhension approfondie d'une notion, d'un domaine, pour y créer du neuf : le chercheur qui, dans l'étude d'une notion nouvelle ne se contente pas de lire et comprendre la littérature correspondante, mais la cerne de plus en plus près par la fabrication d'une riche collection d'exemples et contre-exemples finit par en avoir une intuition stupéfiante qui lui permet de répondre sur-le-champ à des questions d'apparence difficile : l'explication en est que sa connaissance des êtres est devenue telle qu'il les voit agir comme un romancier voit agir les personnages fictifs de son roman; il sait prévoir leurs réactions, leur comportement dans des circonstances nouvelles. Arrivé à ce niveau élevé d'intuition, il est prêt à découvrir, à « voir » des relations jusque-là non aperçues par les autres; il est donc mûr pour une découverte importante.

Importance des contacts variés et non-formels

Chaque département de mathématiques, chaque équipe de recherches devrait disposer d'une petite salle de thé, tranquille et munie de tableaux noirs; et une fois par jour au moins, chercheurs débutants ou chevronnés devraient s'y rencontrer et bavarder de choses et d'autres.

C'est dans ces conversations non formelles que les jeunes comprennent vraiment comment se font les mathématiques, et comprennent que la vérité ne sort pas toute armée des cerveaux, mais suit des voies tortueuses et parsemées d'erreurs. Ils apprendront aussi comment on travaille, comment on se documente, on lit un mémoire, on extrait en quelques minutes d'un volumineux travail l'information dont on a besoin.

Sans vouloir établir de règle générale, je ne pense pas que le jeune chercheur ait intérêt à fréquenter trop de séminaires ni à suivre trop de cours : à partir d'un certain point, sa culture doit se constituer, par un phénomène d'agglutination, à partir de ses propres problèmes. Mais par contre il est souhaitable qu'il ne tarde pas trop à avoir des contacts avec des mathématiciens de la même spécialité n'appartenant pas à son équipe. Il est donc bon que le jeune chercheur participe au moins une fois par an à un Colloque spécialisé; pour la même raison, je crois fructueux les séjours dans une équipe, pendant quelques semaines, de spécialistes étrangers.

De façon générale, les échanges, les changements de cadre, mais à dose modérée, sont bons; on pourrait ici proposer comme garde-fous deux maximes opposées : « Les voyages forment la jeunesse » et « Pierre qui roule n'amasse pas mousse ».

Ce qu'est la bonne recherche; ce que sont les bonnes mathématiques

Autant il serait néfaste d'imposer au jeune chercheur une philosophie rigide de la recherche, autant je crois fructueuses les discussions à ce sujet; elles sont utiles à tous, mais particulièrement aux débutants. J'ai connu un mathématicien qui était parti dans la recherche avec une noble ambition : découvrir une grande théorie, et il considérait comme indignes de son attention les problèmes particuliers dont s'occupaient ses camarades moins ambitieux. Inutile de dire que les grandes théories ne courent pas les chemins et que, surtout, elles ne sont que l'aboutissement d'un long effort patient et modeste; ainsi son ambition avait toutes chances d'être vouée à l'échec, ce qu'elle fut. Or, pareil échec aurait peut-être été évité par des contacts et des discussions à cœur ouvert avec des mathématiciens expérimentés.

La variété des styles de recherche mathématiques est grande, mais deux d'entre eux semblent tout particulièrement s'opposer; et ils se sont en fait opposés depuis la naissance des théories axiomatiques : il s'agit des mathématiques « dures », et des mathématiques « molles ».

Le mathématicien « dur » collectionne les problèmes précis, choisis de préférence dans l'Analyse classique, et a une méfiance instinctive des généralisations. Le mathématicien « mou » déteste l'étude de problèmes précis et se complaît dans la fabrication de structures de plus en plus vastes. Chacun de nous connaît des représentants de ces deux tendances; toutes deux sont respectables, bien que pendant longtemps on eut tendance à penser que les mathématiques molles constituaient une prolifération inutile et même néfaste. Actuellement, chacune de ces tendances est représentée par des mathématiciens de premier ordre. Toutefois, je ne peux m'empêcher de penser que dans le cas d'un mathématicien de moindre envergure, il est préférable qu'il s'occupe d'un problème précis; du moins, s'il ne le résout pas, il ne publiera rien, tandis qu'une fabrique de grandes structures peut tourner indéfiniment et encombrer de prose creuse les périodiques mathématiques.

A vrai dire, ma philosophie personnelle ne penche ni d'un côté, ni de l'autre, mais en constitue plutôt une synthèse. Je trouve dommage que le mathématicien dur rate parfois une occasion de fabriquer un bel outil mathématique, faute d'avoir placé son problème particulier dans un cadre plus général où la spécificité du problème serait mieux apparue.

Les mathématiques ont atteint un degré de développement tel que le nombre de nouveaux problèmes, précis, excitants, d'énoncé simple, croît beaucoup plus vite que le nombre des problèmes que l'on peut résoudre. Il est donc difficile de soutenir que l'objectif essentiel du mathématicien doit être la résolution de problèmes. Je pense que les problèmes sont essentiellement un moyen : à la fois un garde-fou contre les théories creuses, et un point d'accrochage et de départ pour une bonne recherche; le but final restant la création d'outils puissants qui conduisent à une simplification et à une unification des mathématiques.

Formation de l'éthique du jeune mathématicien

J'effleurerai seulement cette importante question, tout en constatant l'importance de l'appartenance à une équipe pour l'élaboration d'une telle éthique. Citons seulement quelques aspects de l'éthique du chercheur : honnêteté intellectuelle; désintéressement; publication seulement de travaux mûris dont on est entièrement satisfait; indication des sources, même lointaines, dans la moindre publication; éloignement des intrigues de carrières; efforts constants pour sortir du cadre étroit de sa spécialité, contacts avec des chercheurs de spécialités variées; information sur les problèmes humains liés à l'enseignement et à la recherche.

Conclusion

J'ai cherché, dans cet exposé, à dégager les facteurs favorables à la formation d'un chercheur de mathématiques. Il va sans dire que la meilleure recette échouerait si la matière humaine de départ n'avait pas certaines qualités, dont il est temps de dire quelques mots :

Mémoire, imagination, poésie et fantaisie, hardiesse, un certain goût de la contestation des idées reçues, et un don pour l'association des idées; par contre, je classerai comme inutile et parfois nuisible le brillant (particulièrement néfaste chez le professeur).

Mais j'ai gardé pour la fin les qualités de base, absolument indispensables : l'amour des mathématiques, une grande obstination, et un grand pouvoir de concentration; on peut rappeler ici la réponse de Newton auquel on demandait comment il avait découvert son système du monde : « *En y pensant tout le temps.* »

G. CHOQUET.

Une brochure de l'A.P.M.E.P. à lire et à faire lire :

MUSIQUE « CLASSIQUE »

et

MATHÉMATIQUE « MODERNE »

par B. PARZYSZ

(Envoyer un virement postal à l'A.P.M.E.P. de 3,50 F dans une enveloppe timbrée à l'adresse de la Régionale, 13, rue du Jura, 75013 Paris.)

La réforme en actes

Le conditionnement et ses aspects dans la pédagogie des mathématiques

Partant de l'équation

$$2x = 8$$

l'élève donne la réponse, après quelques hésitations :

$$x = 8 - 2 = 6$$

— « *Comment avez-vous trouvé cela?* »

— « *Parce qu'on m'a dit que, quand on change de côté, il fallait changer de signe.* »

Cette scène s'est passée fréquemment sous mes yeux avec quelques variantes depuis plusieurs années : l'application intempestive d'une « règle » mal comprise est un fait courant. Ceci m'a amené à me poser des questions sur les règles, sur ce qui amène à les utiliser, puis sur le conditionnement des élèves en mathématiques et également dans les autres disciplines. Je suis — et je serai toujours — en recherche sur l'origine du conditionnement, sur ses méfaits, et aussi sur son utilisation judicieuse et sur ses limites d'emploi. Le but du présent article est, en partant des situations que j'ai vécues comme rééducateur d'élèves « nuls en math » (*), de faire le point de mes idées actuelles sur la pédagogie des mathématiques, sur certains aspects de la pédagogie en général et sur l'acheminement vers le raisonnement personnel et vers l'autonomie de l'individu.

Il paraît logique d'utiliser le conditionnement à l'autorité quand il s'agit de jeunes enfants. En effet, le cheminement de la pensée n'est pas le même chez l'adulte et chez l'enfant (mettons jusqu'à 8 ans, sans que cette limite soit précise), il est souvent difficile à l'enfant de comprendre ce que veut lui communiquer l'adulte, car les arguments employés sont ceux des « grandes

(*) Ces élèves ne sont pas représentatifs de la population des élèves de mathématiques; mais l'étude des cas pathologiques a fait avancer la médecine et celle des cas extrêmes les sciences humaines.

personnes » fréquemment inintelligibles aux petits; même si l'adulte s'en rend compte et s'il fait effort pour utiliser des arguments adaptés à l'enfant, l'échec est monnaie courante. La tentation est alors forte de dire : « Tu dois faire ceci, ou tu dois faire cela ou tu dois savoir telle chose parce que je te le dis (sous-entendu : tu n'es pas capable de comprendre) » (*). Nous avons dit plus haut que cette méthode paraît logique; est-ce à dire que nous l'approuvions?

En mathématiques, le résultat est patent : la scène citée au début n'est qu'un échantillon de nombreuses expériences. Comment serait-il possible, à un élève qui a « appris » de cette façon, de construire un raisonnement? Il n'en voit même pas l'utilité, puisque le fondement de la vérité est dans l'affirmation ! Bien plus, certains en arrivent à penser qu'il vaut mieux ne pas comprendre pour parvenir au résultat. J'ai été frappé récemment par la réponse d'une jeune fille de 15 ans à laquelle je demandais si sa meilleure compréhension des mathématiques lui permettait d'améliorer ses notes : « Non, me répondit-elle, je comprends mieux, c'est vrai; mais ce n'est pas tellement utile : les bonnes élèves de ma classe, celles qui ont des bonnes notes, arrivent à des résultats exacts, elles ne comprennent pas ce qu'elles font, elles appliquent les règles et cela suffit. » Que répondre à ce... raisonnement?

Une des nocivités de la règle, du conditionnement à l'application de la règle sans l'avoir comprise, est précisément de permettre d'arriver au résultat ! (**) A première vue cette affirmation peut paraître paradoxale, mais réfléchissons un peu : est-il formateur de donner à un élève un instrument efficace sans lui en expliquer le fonctionnement? Ceci ne risque-t-il pas de l'inciter à trouver des « trucs » qui « marchent » même s'ils n'ont aucun fondement logique? De plus, lorsque le truc ne marche pas, que fera l'élève, que fera plus tard l'adulte? Il risque fort de retourner à l'âge des sorciers...

Sans aller si loin dans l'avenir, quelles sont les conséquences en classe quand le truc ne marche pas? On se fait semoncer, on a une mauvaise note, mais a-t-on compris les raisons de l'échec? Cela est bien rare, car le professeur n'a pas le temps de s'arrêter pour expliquer à tel ou tel élève la raison du mauvais emploi de la règle : il y a belle lurette que le professeur s'est imaginé que la règle avait été comprise, et si l'élève ne l'utilise pas bien, c'est que c'est un mauvais élève. Étonnons-nous que certains se découragent ! Je m'étonne plutôt qu'il n'y ait pas plus de découragement.

Une autre manifestation du conditionnement est visible dans la quête de l'approbation. Lorsque je prends en main un élève, il me regarde toujours après avoir écrit un résultat au tableau; lorsque je lui en demande la raison,

---

(*) La situation est compliquée par l'existence de concepts dont la transmission nécessite l' « autorité » du maître, les définitions, instrument de travail basé sur le concensus universel, et les axiomes, dont l'origine se situe chez les mathématiciens supérieurs qui en ont constaté la nécessité.

(**) En fait le résultat est juste seulement si la règle était applicable dans le cas particulier; mais l'élève ne « savait » pas que l'application était justifiée, et l'exactitude du résultat ne prouve rien, sinon qu'il y a eu un heureux hasard ou que le maître avait choisi l'exercice de façon qu'une règle apprise récemment pouvait être appliquée sans danger.

la réponse est invariablement la même : « C'est pour savoir si le résultat est juste. » Auparavant, cette réponse me faisait bondir; actuellement je m'efforce tranquillement d'expliquer que le critère de la vérité du résultat n'est pas mon opinion personnelle, que le résultat est vrai ou faux indépendamment de ce que j'en pense, et je demande au jeune de ne plus désormais se retourner vers moi lorsqu'il a fini d'écrire au tableau; il m'arrive même, si l'habitude du jeune est trop forte — s'il a été trop conditionné à l'autorité — de me tenir systématiquement derrière lui pour qu'il ne puisse voir mon regard : le but, ne l'oublions pas, est d'obtenir qu'il ait son propre jugement, indépendant du mien, sur ce qu'il énonce.

Le conditionnement est encore manifesté par une autre réaction courante des jeunes que je vois : lorsqu'ils commencent à travailler sur un problème et que je leur demande : « Pourquoi commencez-vous ainsi? » une réponse fréquente est : « C'est la méthode que nous a indiquée le professeur. — Pourquoi vous l'a-t-il indiquée? » Presque toujours la réponse est alors : « Je n'en sais rien. » Ici encore le professeur, presque toujours à juste titre, a jugé qu'il était meilleur de commencer d'une certaine façon, mais il a négligé d'en expliquer les raisons. Quel est le résultat de cette attitude? Tout d'abord, inciter le jeune à ne pas réfléchir : on lui a dit de faire comme cela, il suffit qu'il le fasse et tout ira bien; est-ce formateur? Nous ne le croyons pas. Et ceci d'autant plus qu'à de nombreuses reprises j'ai vu l'élève se fourvoyer, car le problème à traiter était différent du problème-type, tout en ayant les mêmes caractéristiques apparentes, et « la » méthode imposée — ou qu'il croyait imposée — était moins efficace et plus laborieuse qu'une autre facile à imaginer par l'élève si celui-ci avait eu l'habitude de réfléchir. J'ai présent à la mémoire certains problèmes où l'usage classique des discriminants ou celui des dérivées était moins efficace qu'une réflexion de bon sens appliquée aux données du problème proposé.

Ces constatations m'incitent à être méfiant devant une utilisation irraisonnée du conditionnement et de l'argument d'autorité; nous verrons plus loin que mon opinion est plus nuancée quand il s'agit d'autres utilisations localisées et faites dans un but précis. Mais avant de les regarder plus en détail, examinons si les inconvénients constatés en mathématiques ne sont pas la manifestation, dans ce domaine, d'inconvénients plus généraux. Nous partons de l'idée que les buts essentiels de l'institution scolaire se situent sur trois plans : communiquer un certain savoir, favoriser le développement de l'autonomie et permettre l'insertion dans la société (chaque auteur propose les buts qu'il pense être ceux de l'institution scolaire et, sans entrer dans une discussion sur ces finalités, nous adoptons les buts cités plus haut pour faciliter l'exposé). L'usage intempestif du conditionnement paraît néfaste sur les trois plans :

— Si les résultats scolaires à court terme sont parfois meilleurs en cas d'usage des fameuses règles, de trucs variés, il nous paraît certain que le moyen terme et le long terme renversent la situation : il se peut que l'élève utilisant les règles sans les comprendre arrive plus vite à un résultat juste, mais l'assou-

pissement de ses facultés de compréhension et de créativité l'empêchera plus tard de « suivre » la classe lorsque les sujets se compliqueront. Les essais de Mialaret à Caen, ceux de Dienes et de Sawyer aux États-Unis et au Canada ont montré combien l'acquisition de bases véritablement raisonnées et intégrées, si elle se payait par un retard apparent au départ, était profitable peu de temps après.

— Habituer l'enfant à considérer que le critère de la vérité se trouve uniquement dans l'assentiment de l'adulte a pour résultat d'entraver l'acquisition de l'autonomie de la pensée. Qu'en sera-t-il plus tard lorsque le jeune plus âgé et l'adulte seront en contact avec des gens et des milieux variés? Si l'assentiment de l'autre est resté son critère de vérité, ou bien l'individu sera déboussolé devant la variabilité des jugements suivant les interlocuteurs et son équilibre ne se fera jamais, ou bien la situation lui sera insupportable et il aura tendance à restreindre ses contacts à un milieu homogène, donc moins enrichissant, ou même à la limite il souhaitera une dictature des esprits qui le rassurera.

— On peut encore remarquer que dans la vie il existe rarement « une » méthode pour arriver à un résultat; si donc on a habitué l'homme à penser que dans la solution des problèmes mathématiques une seule méthode peut amener au résultat, ou bien si on lui a donné l'autorisation d'en utiliser une seule alors que plusieurs sont possibles, il ne se demandera pas, dans les situations de la vie active et de la vie en société et avant toute action, quelle méthode il est préférable d'utiliser, mais au contraire, croyant qu'il y a une seule méthode, il se précipitera sur la première qui lui viendra à l'esprit.

On pourrait conclure de ces observations que nous sommes opposés à toute forme de conditionnement; à vrai dire nous sommes plus nuancés et estimons que certaines attitudes éducatrices ayant des parentés avec le conditionnement sont acceptables et même recommandables si leur usage est limité et raisonné. Revenons sur la question des règles : contrairement à ce qu'on pourrait déduire des passages antérieurs, je ne suis pas opposé à l'usage des règles et en fais moi-même un certain usage avec mes élèves. Voici comment : partant de l'idée que le résultat de certains raisonnements sont utilisés fréquemment, il ne nous paraît pas utile de le reconstituer chaque fois qu'on en a besoin, ce serait une perte de temps; au contraire et sous la réserve expresse que le raisonnement ait été parfaitement compris et qu'il puisse être reconstitué par l'élève si le besoin s'en fait sentir, il me paraît utile de condenser le résultat en une phrase simple du genre des « règles » classiques; mais nous prenons systématiquement des précautions afin d'éviter les inconvénients cités plus haut : nous ne les énonçons jamais avant que le raisonnement qui y amène ait été bien compris; de plus nous encourageons l'élève à inventer lui-même la formulation : peu importe si celle-ci est moins « élégante » que l'énoncé classique; un énoncé inventé par l'élève — sous réserve qu'il ne soit pas mathématiquement incorrect — est en quelque sorte sa propriété, il saura le retrouver lorsqu'il en aura besoin et, surtout, il aura l'impression d'avoir fait une décou-

verte qui lui est personnelle. Bien entendu, s'il s'agit d'une classe, la méthode à utiliser pour la « découverte » d'une règle doit être légèrement modifiée, le but étant qu'elle devienne dans ce cas la découverte et la propriété collective de la classe.

Nous ne sommes pas non plus opposés à l'usage de moyens mnémotechniques. En voici un exemple : beaucoup d'élèves ont des difficultés à retenir la succession des symboles représentant les ensembles de nombres (naturels, entiers, etc.). Ces symboles paraissent arbitraires et les élèves les embrouillent; ce sont $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$. Nous faciliterons leur mémorisation en citant la phrase : « *N*on, *Z*oé, *q*ue *r*éclame *C*harles? » dont les initiales sont les mêmes; mais ici encore nous faisons réfléchir, nous faisons bien remarquer qu'il s'agit d'un procédé tout à fait artificiel, que l'élève peut en trouver un autre à son goût pourvu qu'il soit aussi efficace ou même plus efficace pour lui : nous ne prétendons pas imposer « notre » vérité.

La mécanisation s'apparente elle aussi au conditionnement. Quand un moniteur explique l'usage du rabot à un apprenti et que celui-ci en a compris le fonctionnement, il faut à l'apprenti de nombreux exercices pour en maîtriser l'emploi. Pour la même raison, les enseignants font exécuter des exercices mettant en œuvre les théorèmes lorsque ceux-ci ont été démontrés. Cette façon de procéder a certains points de ressemblance avec le conditionnement, en particulier la répétition de la manœuvre, mais elle en diffère radicalement — lorsqu'elle est bien mise en œuvre : ces exercices de mécanisation sont profitables seulement si le mécanisme a été bien compris au départ sur le plan intellectuel, son but immédiat est de faire voir l'utilisation pratique et les limites d'emploi, et son but lointain de permettre l'utilisation réflexe avec une économie de pensée et d'effort. Dans la mécanisation, l'enseignant ne fait jamais — ou ne devrait jamais faire — oublier à l'élève qu'il peut à tout moment réaffirmer sa conviction en revenant à la démonstration.

Que conclure de tout ceci? Notre impression est que l'usage immodéré du conditionnement, s'il paraît justifié à un certain âge des élèves (« A quoi bon expliquer? C'est trop subtil pour eux; il suffit qu'il sache s'en servir »), est fréquemment basé sur d'autres raisons du genre de celle-ci : « Je n'ai pas le temps d'expliquer; il faut que je suive le programme » ou encore « A quoi bon rentrer dans tous les détails, les bons élèves me comprennent, les autres sont trop bêtes, ils ne comprendront pas même si j'explique tout. » Et nous rappellerons une évidence : c'est au maître à faire l'effort pour se mettre à la portée des élèves et non à eux à se hausser à son niveau si celui-ci est hors de leur atteinte.

Par ailleurs, je n'ai pas de conclusion positive à formuler. Je me demande simplement si les méthodes que j'utilise dans les séances de mathématiques ont un effet réel sur le développement général de la personnalité des jeunes dont je m'occupe; je m'efforce de déceler si l'évolution qu'ils suivent dans les autres disciplines est visible : à l'heure actuelle je ne suis arrivé à aucune constatation nette sur ce point.

J. P. A.

Alignements rationnels et autres alignements

Remarque préliminaire : l'article qui suit reprend d'abord quelques banalités sur le bon usage pédagogique du papier quadrillé; mais il faut un préambule très ordinaire à des remarques ultérieures qui, à mon avis, ne le sont plus du tout. Il faut dire qu'elles s'inspirent très largement d'une brillante conférence prononcée par notre ami T. J. FLETCHER au congrès de Pâques 1973 de l'Association of Teachers of Mathematics, à Reading (G.-B.); cette conférence a été publiée dans les numéros 63 et 64 de *Mathematics Teaching*. Par conséquent, si la lecture de l'article présenté ici vous intéresse (ce que j'espère) c'est à la profondeur des idées de FLETCHER que ce sera dû. Si vous trouvez des défauts dans la rédaction du texte qui n'est, ni de près ni de loin la traduction de la conférence citée, vous saurez que le responsable unique est le signataire.

1. Une très vieille idée

Pour bien faire saisir les significations distinctes de « nombre rationnel » et de « notation fractionnaire », on connaît le procédé classique suivant. A tout couple $(a, b) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}^*$ on fait correspondre, dans un quadrant de papier quadrillé (cf. fig. 1) le point d'ordonnée a et d'abscisse b (naturel non nul). Aux couples (a, b) et (a', b') tels que $ab' - ba' = 0$ qu'on pourrait bien apprendre tout de suite à écrire $\begin{vmatrix} a & a' \\ b & b' \end{vmatrix} = 0$ correspondent deux points M et M′ alignés avec l'origine A.

Ainsi à chaque point du quadrillage correspond une « fraction » qui se trouve sur un alignement représentatif d'un « rationnel ». Les fractions $\frac{a}{b}$ et $\frac{a'}{b'}$ sont égales si et seulement si $\begin{vmatrix} a & a' \\ b & b' \end{vmatrix} = 0$, c'est-à-dire si les points qui les représentent sont alignés avec A. Ces fractions sont deux notations différentes du même rationnel. Ainsi l'expression bien connue « simplifier la fraction $\frac{56}{42}$ » a-t-elle un sens précis : « remplacer la notation $\frac{56}{42}$ d'un rationnel r par la fraction $\frac{4}{3}$ »; ce qu'on écrira

$$r = \frac{56}{42} = \frac{4}{3}$$

Et sur le quadrillage, on voit que le point R qui représente la fraction $\frac{4}{3}$ est la tête de l'alignement correspondant au rationnel r.

**

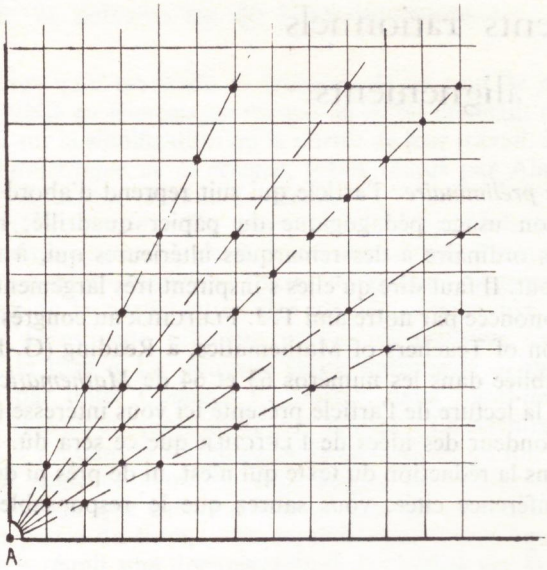

FIG. 1.

Un avantage annexe de cette représentation de l'ensemble $\mathcal{Q}$ par des alignements est de conduire très naturellement à l'ordre; soient $r_1 = \frac{a_1}{b_1}$ et $r_2 = \frac{a_2}{b_2}$ deux rationnels et deux fractions qui permettent de les repérer sur le quadrillage (fractions réductibles ou irréductibles, peu importe); à la relation $r_1 \leqslant r_2$ ou $\frac{a_1}{b_1} \leqslant \frac{a_2}{b_2}$ ou encore $\begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} \leqslant 0$ correspond la constatation simple : la pente $\frac{a_1}{b_1}$ de l'alignement r_1 est inférieure ou égale à la pente $\frac{a_2}{b_2}$ de l'alignement r_2. L'ordre des rationnels, c'est l'ordre des pentes.

Mais attention, si à chaque rationnel correspond une droite passant par A (qui, comme chacun des points de l'axe des ordonnées, ne représente aucune fraction et il n'y a pas de droite de pente infinie), on peut se demander si à chaque droite passant par A correspond un rationnel. Après divers essais graphiques, des élèves de douze ou treize ans m'ont répondu par l'affirmative. « Évidemment, m'ont-ils dit, la tête de série de l'alignement (la fraction irréductible) peut être très loin, en dehors de la feuille de papier; mais si on imagine le quadrillage indéfiniment prolongé, comment voulez-vous qu'un alignement parti de A se faufile dans toutes les mailles de cet immense filet sans rencontrer un nœud du quadrillage? » Il n'est pas facile, en effet, de reconnaître que cette conclusion du « sens commun » est fausse. Et comme il est indispensable, pour la suite de cet article, d'être assuré de l'existence des irration-

nels, je suis contraint de recourir à l'exemple classique : il n'y a pas de couples de naturels (a, b) différents de $(0, 0)$ tels que $2a^2 = b^2$; il y a une droite de pente $\sqrt{2}$ qui ne représente aucun rationnel.

2. L'addition bétasse

Un autre reproche qu'on peut adresser à la représentation adoptée pour l'ensemble des rationnels est de ne pas se prêter simplement à l'interprétation de l'addition et de la multiplication. Pour l'addition de deux rationnels réduits au même dénominateur, la construction, à partir de ces deux points de même abscisse du point d'ordonnée égale à la somme des ordonnées, c'est encore compréhensible mais assez artificiel. Pour la multiplication, on peut imaginer l'application $f : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}$

$$x \mapsto \frac{2}{5}x = f(x)$$

qui se traduit, géométriquement, par la composition de deux affinités de coefficients respectifs 2 et 5; on est en présence d'une application linéaire à directions propres réelles. En ce qui me concerne, je n'ai pas essayé d'en parler à mes élèves de Troisième (j'ai peut-être eu tort).

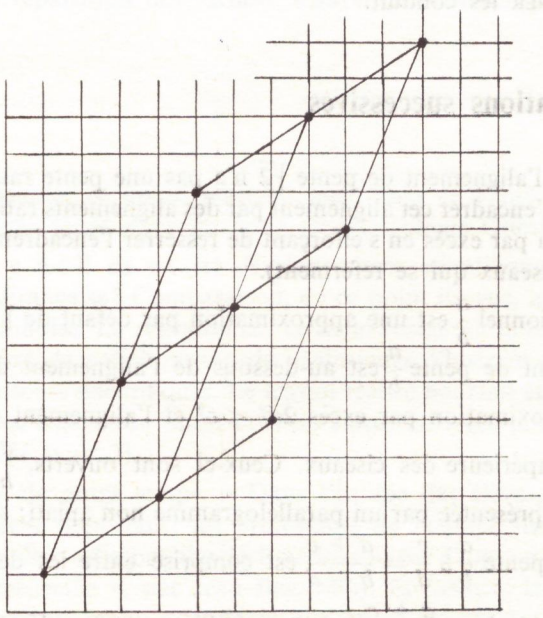

FIG. 2.

Par contre, je n'ai pu résister au plaisir de leur parler de « l'addition bétasse », pour reprendre la dénomination proposée par Jean ITARD. Par définition :

$$\frac{a}{b} \beta \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$$

Sa signification géométrique apparaît immédiatement; dès le deuxième exemple numérique, la construction des parallélogrammes apparaît; nous pensons, nous, à l'addition vectorielle.

Mais attention, s'il est facile de vérifier la commutativité et l'associativité de l'addition bétasse, on doit se persuader très vite que ce n'est pas une loi de composition interne dans $\mathcal{Q}$.

Si $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ et $\frac{5}{2} = \frac{10}{4}$, ne pas en déduire que

$$\frac{2}{3} \beta \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \beta \frac{10}{4}$$

ce qui fait comprendre le caractère bétasse de cette opération. Elle a tout de même un intérêt : la construction du parallélogramme met en évidence

si $\frac{a}{b} \leqslant \frac{c}{d}$ alors $\frac{a}{b} \leqslant \frac{a}{b} \beta \frac{c}{d} \leqslant \frac{c}{d}$

C'est un résultat qui va être exploité dans les calculs approchés tels que T. J. FLETCHER les conduit.

3. Approximations successives

Puisque l'alignement de pente $\sqrt{2}$ n'a pas une pente rationnelle, on peut se proposer d'encadrer cet alignement par des alignements rationnels approchés par défaut ou par excès en s'efforçant de resserrer l'encadrement (ici s'impose l'image de ciseaux qui se referment).

Si le rationnel $\frac{a}{b}$ est une approximation par défaut de $\sqrt{2}$ alors $a^2 < 2b^2$ et l'alignement de pente $\frac{a}{b}$ est au-dessous de l'alignement de pente $\sqrt{2}$. Si $\frac{c}{d}$ est une approximation par excès $2d^2 < c^2$ et l'alignement de pente $\frac{c}{d}$ forme la branche supérieure des ciseaux. Ceux-ci sont ouverts, $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$; l'addition bétasse est représentée par un parallélogramme non aplati; sa diagonale issue de A et de pente $\frac{a}{b} \beta \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$ est comprise entre les deux branches des ciseaux. Conclusion, $\frac{a+c}{b+d}$ est une meilleure approximationde $\sqrt{2}$ que $\frac{a}{b}$

ou $\frac{c}{d}$. Il reste à savoir si c'est une valeur approchée par défaut ou par excès, si $(a+c)^2 < 2(b+d)^2$ ou $2(b+d)^2 < (a+c)^2$.

Supposons $2(b+d)^2 < (a+c)^2$; on poursuivra les calculs à partir de l'encadrement amélioré

$$\frac{a}{b} < \sqrt{2} < \frac{a+c}{b+d}$$

ce qui conduit à la nouvelle valeur approchée $\frac{2a+c}{2b+d}$, etc.

On aura donc une suite de valeurs approchées de la forme

$$\frac{ka+lc}{kb+ld} \quad \text{avec} \quad k \in \mathbb{N}^* \quad \text{et} \quad l \in \mathbb{N}^*$$

Voici, par exemple, pour $\sqrt{2}$:

$$\frac{1}{1} < \sqrt{2} < \frac{2}{1}$$

$$\frac{1}{1} < \sqrt{2} < \frac{3}{2}$$

$$\frac{4}{3} < \sqrt{2} < \frac{3}{2}$$

$$\frac{7}{5} < \sqrt{2} < \frac{3}{2} \text{ soit encore } 1{,}4 < 2 < 1{,}5.$$

On peut évidemment continuer indéfiniment.

De ces encadrements, on déduit les majorations successives des erreurs commises, soit ici $2-1=1, \frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{10}$ ce qui n'est pas sans signification géométrique. Appelons triangle d'approximation le triangle de sommets A,

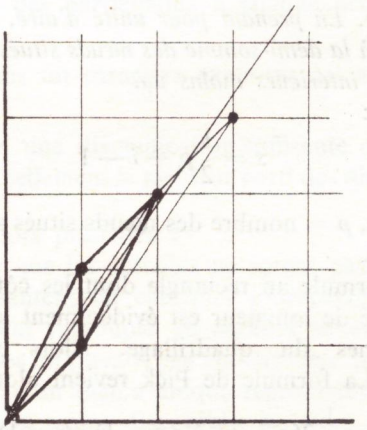

FIG. 3.

$\frac{1}{1}$ et $\frac{2}{1}$ (en désignant par $\frac{1}{1}$ le point qui représente cette fraction). En prenant pour unité d'aire celle du carré du quadrillage, le triangle précité a une aire égale à $\frac{1}{2}$. Le parallélogramme A, $\frac{1}{1}, \frac{3}{2}, \frac{2}{1}$ a donc une aire égale à 1 et le deuxième triangle d'approximation A, $\frac{1}{1}, \frac{3}{2}$ a encore une aire égale à $\frac{1}{2}$. Autrement dit, tous les triangles d'approximation successifs ont même aire $\left(\text{ici } \frac{1}{2}\right)$. Le parallélogramme d'approximation construit sur les vecteurs $\frac{e}{f}$ et $\frac{g}{h}$ $\left(\frac{e}{f} < \sqrt{2} < \frac{g}{h}\right)$, soit le parallélogramme A $\frac{e}{f}\frac{e+g}{f+h}\frac{g}{h}$, a une aire égale à 1 donnée par la formule

$$\begin{vmatrix} g & e \\ h & f \end{vmatrix} = gf - he = 1$$

c'est-à-dire qu'une majoration de l'erreur commise par l'encadrement considéré est $\frac{1}{fh}$.

4. Une curiosité qui mérite peut-être le déplacement

Dans sa conférence, FLETCHER signale le calcul précédent de l'aire du triangle d'approximation comme un recours possible à qui ne connaîtrait pas le théorème de Pick. J'étais dans ce cas, c'est pourquoi j'ai présenté le calcul en premier. Mais je ne résiste pas au plaisir de proposer aux lecteurs qui ne le connaîtraient pas ce curieux théorème cité par COXETER dans son *Introduction to Geometry*. En voici l'énoncé :

Sur le quadrillage, considérons un polygone dont les sommets sont des nœuds du quadrillage. *En prenant pour unité d'aire, l'aire du carreau, l'aire du polygone est égale à la demi-somme des nœuds situés sur son bord augmentée du nombre des nœuds intérieurs moins un.*

Soit la formule :

$$s = \frac{1}{2}p + i - 1 \qquad \text{[formule de Pick]}$$

(s = aire du polygone, p = nombre des nœuds situés sur le bord, i = nombre des nœuds intérieurs).

Appliquons la formule au rectangle dont les côtés de longueurs a et b respectivement (l'unité de longueur est évidemment le côté du carreau) sont portés par les lignes du quadrillage. Alors $s = ab$, $p = 2(a + b)$, $i = (a - 1)(b - 1)$. La formule de Pick revient alors à l'identité

$$ab = \frac{1}{2}2(a + b) + (a - 1)(b - 1) + 1$$

Faisons glisser sur sa ligne l'un des côtés de longueur b. L'aire s reste invariante. Dans p, on conserve $2b$; par contre, si aucun nœud n'apparaît plus sur les autres côtés, en dehors des sommets, alors $p = 2(b + 1)$. Mais, du même coup, i est augmenté du nombre $(a - 1)$ de nœuds qui étaient sur le bord du rectangle et sont devenus des nœuds intérieurs au parallélogramme. Si certains nœuds apparaissent sur les côtés du parallélogramme, celui-ci peut être partagé en parallélogrammes connexes sans nœud sur deux côtés (hormis les sommets) comme dans le cas précédent.

De la même façon que nous avons transformé un rectangle dessiné sur les lignes en un parallélogramme ayant deux côtés seulement sur les lignes, nous pouvons transformer le parallélogramme précédent en un parallélogramme n'ayant aucun côté sur les lignes. En vérifiant encore que les unités perdues sur p sont compensées par une augmentation de i.

Il ne reste alors à reconnaître que tout triangle est une moitié de parallélogramme et que tout polygone est une réunion de triangles connexes (en prenant garde que des nœuds comptabilisés dans p deviennent des nœuds à comptabiliser dans i lorsqu'on supprime les traits de partition du polygone à évaluer).

Conclusion fort attrayante pour le calcul d'approximation : si les triangles d'approximation successifs ont des aires égales à 1/2, en dehors de leurs trois sommets qui donnent $p = 3$ ils ne doivent contenir aucun nœud intérieur. $\sqrt{2}$ étant irrationnel la demi-droite de pente $\sqrt{2}$ sera encadrée par les deux branches de ciseaux, valeur rationnelle approchée par défaut, valeur rationnelle approchée par excès, le triangle d'approximation ne contenant jamais aucun nœud intérieur. On retrouve le fait qu'à un irrationnel correspond sur notre représentation une droite ne passant par aucun point du quadrillage.

Autre conclusion d'un autre ordre : comment ne pas utiliser le théorème de Pick à d'autres évaluations d'aires? Ou pour faire constater que l'affinement du quadrillage, par exemple prendre une unité de longueur moitié de la précédente, revient à obtenir une mesure d'aire quadruple de la précédente. Ainsi pour le rectangle de dimensions a, b, on avait avec la formule de Pick

$$ab = \frac{2(a + b)}{2} + (a - 1)\ (b - 1) - 1$$

et pour le même rectangle avec une unité de longueur moitié

$$a = \frac{a'}{2} \qquad b = \frac{b'}{2}$$

$$p' = 2(a' + b') = 4(a + b)$$

$$i' = (a' - 1)\ (b' - 1) = (2a - 1)\ (2b - 1)$$

$$s' = a'b' = (a' + b') + (a' - 1)\ (b' - 1) - 1$$

$$s' = 4s = 2a.2b = 2(a + b) + (2a - 1)\ (2b - 1) - 1.$$

5. Bien d'autres calculs

Dans sa conférence, FLETCHER cite bien d'autres calculs. Celui de la racine cubique de 2; y/x est une valeur approchée par défaut si $y^3 < 2x^3$. Dans le calcul du décibel intervient le nombre d tel que $d^{10} = 10$ donc une valeur approchée par défaut vérifie $y^{10} < 10x^{10}$. La racine douzième de 2 apparaît dans l'intervalle d'un demi-ton en musique; ici une valeur approchée par défaut vérifie $y^{12} < 2x^{12}$.

Autres exemples : calcul du logarithme décimal de 2; valeur rationnelle approchée du rapport de la lunaison (29,530 59 jours) et de l'année tropique (365,2422 jours), soit à peu près 19/235 ce qui explique le cycle de 19 ans dans les variations du nombre d'or de l'épacte utilisé dans le calendrier ecclésiastique. On est prié de ne pas confondre cette période avec le Saros (18 ans 11 jours 8 heures) qui vaut 223 lunaisons; le Saros étant une période relative aux éclipses de Lune, il tient compte de la révolution draconitique de la Lune, période relative à ses passages sur l'écliptique.

Que le bon usage du papier quadrillé nous amène à parler de la Lune, non sans avoir fait allusion à la gamme musicale, cela illustre l'universalité de l'emploi du calcul. Et vous savez bien ce qu'on dit un peu partout : « Avec ces mathématiques modernes, on ne sait plus calculer! »

W. MOUNTEBANK.

Les quatre règles? Non, les trois (suite (*))

La manipulation d'ensembles et de leurs réunions a conduit à l'addition des naturels. La manipulation de réunions d'ensembles ayant tous même cardinal conduit à la *multiplication*. Après de très nombreuses (jamais assez nombreuses) manipulations, on éprouvera un certain soulagement à remplacer

$$13 + 13 + 13 + 13 + 13 \quad \text{ou} \quad 8 + 8 + 8 + 8 + 8$$

par

$$13 \times 5 \quad \text{ou} \quad 8 \times 5$$

Je remarque, en passant, que si les élèves manipulent des réglettes Cuisenaire au lieu de s'en tenir aux classiques tas de haricots, ils font un premier petit pas vers l'abstraction : utiliser un certain assemblage de réglettes pour figurer un ensemble de cardinal 13. Ce qui les aidera à réunir ces 5 tas de 13 : en ligne comme pour l'addition, cela fait bien long sur la table; côte à côte

(*) Voir le début de cet article dans le Cahier n° 25-26 des *Chantiers*.

pour réaliser une sorte de pavage, c'est moins encombrant et cela suggère la notation multiplicative :

$$(13;\ 5) \mapsto 13 \times 5$$

La multiplication est une nouvelle loi de composition interne

$$\times : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \to \mathbb{N}$$

Ce sont encore des manipulations (j'avoue ma préférence, ici, pour les nombres en couleurs de Cuisenaire, mais il est encore préférable de manipuler des matériels très variés) qui nous permettront de vérifier (sur des exemples).

$(x \times y) \times z = x \times (y \times z)$ associativité de la multiplication,

$x \times y = y \times x$ commutativité,

$x \times (y + z) = (x \times y) + (x \times z)$ distributivité de la multiplication par rapport à l'addition,

$x \times 1 = x$ 1 est neutre pour la multiplication,

$x \times 0 = 0$ 0 est absorbant.

De même que l'addition avait permis d'étudier les *translations* de $\mathbb{N}$ dans $\mathbb{N}$, la multiplication introduit naturellement les *homothéties* de $\mathbb{N}$ dans $\mathbb{N}$. L'homothétie notée h_7 ou encore mieux

$$h_7 : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$$
$$x \mapsto h_7(x) = 7 \times x$$

a pour table

x	0	1	2	3	...
$h_7(x)$	0	7	14	21	...

dont vous devinez l'intérêt : c'est en construisant de telles tables qu'on mémorise les tables de multiplication sans s'en apercevoir; d'autre part, on comprend que le problème de la division n'est pas loin. Mais, comme il a été dit plus haut pour la soustraction, il serait prématuré d'examiner maintenant ces problèmes.

Mieux vaut considérer l'ensemble $\mathcal{H}_{\mathbb{N}}$ des homothéties de $\mathbb{N}$ dans $\mathbb{N}$. Celle qui est l'application identique

$$h_1(x) = x \quad \text{ou} \quad x \mapsto h_1(x) = 1 \times x$$

puis la composition de deux homothéties :

$$x \overset{h_7}{\mapsto} 7x \overset{h_3}{\mapsto} 3 \times 7x$$
$$x \xmapsto[h_{21}]{} 21x$$

que nous écrivons $h_3 \circ h_7 = h_{21}$ ou plus généralement

$$h_b \circ h_a = h_{ab}$$

On avait vu, pour la composition des translations

$$t_b \circ t_a = t_{a+b}$$

Nous voilà riches de l'expérience de deux compositions qui se traduisent l'une par une addition d'indices, l'autre par une multiplication. Le moment n'est certes pas venu de chercher des règles générales mais il n'est jamais trop tôt pour mettre en garde contre les généralisations hâtives.

L'associativité de la multiplication se retrouve dans l'associativité de la composition des homothéties :

$$h_5 \circ (h_3 \circ h_7) = (h_5 \circ h_3) \circ h_7 = h_{105}$$

L'image de l'homothétie h_7 est l'ensemble de ses valeurs :

$$\text{im } h_7 = \{0, 7, 14, 21, \ldots\} = 7\ \mathbb{N}$$

est l'ensemble des multiples naturels de 7 comme la dernière notation le suggère bien.

Vous vous rappelez que nous avions trouvé : si $a < b$ alors im $t_b \subset$ im t_a. Existe-t-il une propriété du même genre pour les homothéties? On la découvre en partant de im $h_b \subset$ im h_a ce qui revient à $b\mathbb{N} \subset a\mathbb{N}$; tous les multiples de b sont éléments de $a\mathbb{N}$ si et seulement si b est un multiple de a (ce qui revient à dire « a divise b » ce qu'on écrit $a|b$). Conclusion : si $a|b$ alors $b\mathbb{N} \subset a\mathbb{N}$.

Sans doute sommes-nous déjà très loin de la simple présentation de la multiplication. Faut-il répéter que cet article condense brièvement ce qui, avec de jeunes enfants, demanderait de nombreuses séances. Mais je crois que celles-ci garderont leur attrait pour les élèves s'ils en tirent l'impression de conquérir peu à peu l'univers des nombres.

*
* *

Ainsi, un retour en arrière peut faire comprendre (sans aucune manipulation de matériel concret mais seulement des manipulations de nombres) que la multiplication a été induite par additions itérées grâce au fait que l'addition est associative. Cela ne conduit-il pas à itérer des multiplications?

Il faut alors inventer une notation pour

$$5 \times 5, \quad 5 \times 5 \times 5, \quad 5 \times 5 \times 5 \times 5, \quad \ldots, \quad \underbrace{5 \times 5 \times \ldots \times 5}_{17 \text{ facteurs}}, \quad \ldots$$

On introduit alors la notation exponentielle 5^2, 5^3, ..., 5^{17}, ... et se trouve définie la troisième loi de composition interne, l'*exponentiation :*

$$\begin{aligned} \exp : \quad & \mathbb{N} \times \mathbb{N} \to \mathbb{N} \\ & (5;\ 3) \quad \mapsto 5^3 = 5 \times 5 \times 5 \end{aligned}$$

Il est fort instructif de laisser les élèves jouer avec la loi, faire des tables de carrés, de cubes, ... ou d'étudier les puissances successives d'un même naturel. On sait l'intérêt des puissances de 2 dans le dénombrement des parties d'un ensemble (et dans l'évaluation d'une borne supérieure de l'effectif des ancêtres d'un degré déterminé pour une personne donnée : j'ai eu au plus 2^3 arrière grands parents).

L'exercice réserve quelques surprises : l'exponentiation n'est ni associative, ni commutative.

$$(3^5)^2 = 3^{10} \quad \text{alors que} \quad 3(5^2) = 3^{25}$$

$$3^5 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \qquad 5^3 = 5 \times 5 \times 5$$

1 est neutre à droite, absorbant à gauche : $3^1 = 3$, $\quad 1^3 = 1$.

De même que nous avons composé des translations, puis des homothéties, nous définirons des applications puissances et nous les composerons. Soit

$$p_3 : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$$
$$x \mapsto p_3(x) = x^3.$$

Alors

$$x \overset{p_3}{\mapsto} p_3(x) = x^3 \overset{p_5}{\mapsto} (x^3)^5$$
$$x \underset{p_{15}}{\longmapsto} x^{15}$$

Nous retrouvons une loi de composition des indices semblable à celle de la composition des homothéties :

$$p_5 \circ p_3 = p_{5\times 3}$$

ce qui entraîne la commutativité $(x^3)^5 = (x^5)^3$.

La composition des exponentielles réserve une surprise; soit par exemple

$$\exp_3 : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$$
$$x \mapsto 3^x = \exp_3(x)$$

et la composition $\exp_5 \circ \exp_3$

$$x \overset{\exp_3}{\longmapsto} 3^x \overset{\exp_5}{\longmapsto} 5(3^x)$$

L'exponentiation n'étant pas associative, nous ne pouvons mettre $\exp_5 (\exp_3(x))$ sous la forme $\exp_\alpha(x)$. D'ailleurs, si on pouvait le faire, la composition des applications quelconques étant associative, l'exponentiation le serait. C'est, si l'on veut, un autre moyen de reconnaître ce fait important.

Ne quittons cependant pas l'exponentiation avant d'en exploiter une propriété remarquable. L'exponentielle $\exp_3$ est une bijection de $\mathbb{N}$ sur l'ensemble P_3 des puissances de 3. Le diagramme commutatif suivant parle alors de lui-même.

$$\begin{array}{ccc} \mathbb{N} & \to & P_3 \\ x & \mapsto & 3^x \\ y & \mapsto & 3^y \\ + \downarrow & & \downarrow \times \\ x + y & \mapsto & 3^{x+y} = 3^x \times 3^y \end{array}$$

L'application $\exp_3$ réalise un isomorphisme de la structure additive des naturels sur la structure multiplicative des puissances naturelles de 3 :

$$\exp_3(x + y) = \exp_3(x) \times \exp_3(y)$$

Ce qui rend naturelle la convention $3^0 = 1$ puisque

$$\exp_3(x + 0) = \exp_3(x) = \exp_3(x) \times \exp_3(0)$$

Au lieu de 3 comme base de l'exponentielle nous aurions pu prendre 10 et habituer tôt les élèves au bon maniement des puissances de 10 (sachant que 10^5 est une écriture plus évocatrice que 100 000). D'autre part, avec l'isomorphisme réciproque de P_{10} sur $\mathbb{N}$ nous avons une restriction des logarithmes décimaux :

$$\lg 1 = 0 \qquad \lg 10 = 1 \qquad \lg 10^n = n$$

Sans entrer dans tous les détails, des jeunes élèves trouveraient plaisir à manipuler des règles à calcul.

***

Pour conclure (hâtivement) cet article qui n'est lui-même qu'un survol, il faut dire quelques mots des *problèmes* associés aux trois lois.

A l'addition qui s'écrivait $+(x, y) \mapsto x + y$, correspond le problème de la soustraction : existe-t-il un naturel x tel que $a + x = b$, a et b étant des naturels donnés. Si $b < a$ il n'existe aucun naturel solution; si $a \leqslant b$, il en existe un et un seul noté $b - a$.

A la multiplication qui s'écrivait $\times(x, y) : \mapsto xy$, correspond le problème de la division : existe-t-il un naturel x tel que $ax = b$, a et b étant des naturels donnés ($a \neq 0$). Si b n'est pas un multiple de a (si $b \in a\mathbb{N}$), il n'existe aucun x solution; si $b \in a\mathbb{N}$, il existe un x et un seul noté $\frac{b}{a}$.

A l'exponentiation $\exp(x, y) \mapsto x^y$ correspond le problème... au fait comment allez-vous l'appeler? Existe-t-il un naturel x tel que $x^a = b$ ...

Un dernier mot. « Avec les mathématiques modernes, disent certaines personnes qui sont parfois ministres, on prépare mal les élèves à leurs tâches futures. Ce n'est pas étonnant, on ne leur apprend plus à calculer! » Vous avez tous entendu des phrases de ce genre. Qui nous expliquera pourquoi on profère de telles contre-vérités alors que, justement, tout nous invite, dans l'esprit moderne des mathématiques à calculer, calculer et calculer encore?

Évariste DUPONT.

Les *Chantiers de Pédagogie Mathématique* changent de formule : lisez p. 123,

Contrôle des connaissances et enseignement de formation

N.D.L.R. — *Nous devons à l'obligeance de notre Collègue Duvey la communication de ce compte rendu sur un travail de réflexion mené par des Collègues dans le cadre des rencontres d'été organisées par la fédération des C.R.A.P. Nous tirerons tous profit de ces remarques.*

Dans le cadre de la rencontre C.R.A.P., portant sur la Pédagogie de la Mathématique, et se déroulant à Prades (Pyrénées-Orientales) du 3 au 13 juillet 1972, une équipe, regroupant des enseignants de la Maternelle à l'I.R.E.M., s'est intéressée aux « Contrôles » et bien consciente de n'avoir qu'effleuré le vaste sujet, vous propose néanmoins le fruit de ses réflexions, de ses divergences et aussi quelques modestes conclusions.

Déterminer un plan à cette étude aurait pu être, lors de la première séance, la préoccupation des membres du groupe, mais le soleil et le besoin de prendre contact conduisirent à une conversation à bâtons rompus d'où furent dégagés les axiomes de notre action pédagogique quant aux buts que nous fixons à notre enseignement. Axiomes parce qu'ils éclairent par la suite ce que nous rechercherons dans les contrôles, axiomes parce qu'ils peuvent être rejetés et parce qu'ils sont livrés sans ordre hiérarchique dans le seul souci de ne pas présenter d'ambiguïté quant au sens. Notre enseignement pourrait donc se proposer pour buts de développer chez l'enfant curiosité et créativité, tout en lui faisant prendre conscience de la relativité des connaissances acquises, grâce à l'esprit critique et plus tard par la formation permanente. Du point de vue de l'épanouissement individuel de l'enfant, laisser agir son esprit d'initiative afin néanmoins de le rendre apte aux changements que l'évolution rapide du monde moderne impose. Du point de vue de la vie en groupe, habituer l'enfant au travail d'équipe en s'imprégnant de l'esprit de l'équipe, ce qui nécessite le développement d'un large esprit de tolérance. Et si nous particularisons notre enseignement mathématique, que ce dernier aide à la formation d'un esprit logique et rationnel. Mais entendons-nous bien, cette formation, ce développement, cette recherche doivent ne pas demeurer exercices intellectuels, mais, après analyse d'une situation, imposer une action et une action en accord avec la pensée et le choix sous-jacents.

Ensuite notre groupe connut, durant peu de temps, une traversée par temps calme, en distinguant le contrôle interne, qui n'est lié qu'à la vie de la classe, et le contrôle externe qui est le problème de transposer le précédent dans la vie sociale. Le premier recense des capacités et des connaissances de l'enfant pour un triple objectif : d'abord construire la vie quotidienne de la classe et poursuivre des apprentissages, ensuite pour le maître permettre sa réflexion et l'adaptation éventuelle de ses méthodes, enfin donner à l'élève

— et aussi au maître — l'occasion de se sentir capable de progrès (besoin de sécurité) et l'occasion de déterminer les moyens qui ont permis un progrès, ou qui ont conduit à un échec. Le second contrôle se tourne vers l'extérieur du cours et de la classe, tend à l'information en vue d'un dialogue avec tous ceux qui sont concernés par cette mini société : élèves, autres enseignants, parents, et vise à l'intégration dans le système éducatif et social (orientation, examen...). Le contrôle interne, conçu de la sorte, ne vise qu'à l'épanouissement de la personnalité de l'enfant. Or, il conduit à l'intégration dans la vie sociale qui n'offrira pas à chacun la possibilité de poursuivre cet épanouissement. D'où pour l'enseignant un problème de choix et de responsabilité : reproduire systématiquement la société ou préparer à la création d'une société en évolution?

Lorsque notre navire aborda les moyens que nous utilisons pour contrôler, et surtout lorsque notre pourtant robuste embarcation tenta d'évaluer ces moyens en fonction des buts poursuivis, des écueils nombreux apparurent ou réapparurent. Souhaitant l'esprit de tolérance les membres de l'équipage s'efforcèrent donc de ne pas naviguer à la gaffe ! Aussi les moyens recensés seront-ils présentés avec leur aspect positif et leurs inconvénients, sans recevoir d'étoiles homologuées. Pour faciliter l'exposé ont été distingués les interrogations orales et écrites et les aspecst divers (ou insidieux) des contrôles.

L'interrogation orale se pratique, soit sous forme individuelle, soit sous forme collective. La première forme revêt trois variantes :

1° répondre seul aux questions posées par le professeur qui veut savoir si l'élève a appris et compris, favoriser l'expression orale et éventuellement créer les conditions de l'examen, mais qui sait que l'ensemble complémentaire de ce pauvre singleton tourmenté ne sollicitera pas la participation qui est d'ailleurs par hypothèse refusée;

2° exposer des connaissances ou un travail par appel au volontariat ce qui permet de jauger l'organisation personnelle de l'exposé durant lequel la classe ne participe pas mais reçoit par la suite la possibilité de demander éclaircissements et compléments;

3° informer un élève, un adulte, ou la classe, et là nous songeons particulièrement aux bambins de l'école maternelle, qui ressentent là une motivation profonde.

L'interrogation collective vise :

1° à l'institution d'un dialogue dans la classe, ce qui permet la participation à la découverte et à la construction de la leçon, sous la direction du professeur, qui ne devrait être qu'un meneur de jeu, veillant particulièrement à ce que certains individus mis en valeur ne le soient pas au détriment des autres;

2° à l'exploitation des divergences des élèves, divergences qui mènent à la tolérance, mais qui obligent à justifier rationnellement un choix : le pro-

fesseur devra avoir l'esprit constamment en éveil pour ne pas omettre d'exploiter ces situations si riches mais rares;

3° au compte rendu d'un travail de groupe par l'intermédiaire des rapporteurs. Cette initiative risque de manquer d'efficacité car elle exige beaucoup de maturité de la part des rapporteurs. En effet, ceux-ci s'engagent à la fidélité envers les décisions prises par le groupe, jouissent à leur gré d'initiatives, mais dans le respect de l'esprit du groupe. Situation inconfortable réservée au second cycle. Le rédacteur de ce compte rendu de Prades a-t-il répondu à ces impératifs?

4° au travail de synthèse du groupe ou de la classe. Le retrait du professeur rend les enfants indépendants au sein de leur groupe et libère leur expression. Ainsi en dépit de nos efforts pour faciliter l'expression des élèves, force est de constater que nous sommes souvent un frein;

5° à donner à la classe la direction de l'interrogation qui est alors moins traumatisante. Les questions seront très fréquemment mieux adaptées, mais il faudra veiller à accroître et préciser le vocabulaire des interrogations;

6° à voir si les élèves réinvestissent les connaissances acquises dans d'autres disciplines.

A ces interrogations orales individuelles ou collectives s'ajoutent les contrôles écrits, qui se voudraient individuels, et qui sont une source de notes préparant le contrôle externe. Ces formes écrites de contrôle se matérialisent par :

1° l'interrogation brève vérifiant l'acquisition des connaissances. Elle apporte à l'enfant une sanction de son travail personnel sous la forme d'une « bonne note » et apporte également dans un premier temps le sentiment de la réussite, mais cette interrogation n'a guère sollicité la réflexion de l'élève et entretient la confusion travail note, confusion dans laquelle le travail ne présente un intérêt que pour la note qui sera obtenue;

2° en temps limité, le devoir contrôlant l'assimilation des connaissances. Forme traditionnelle fréquente. Ses mérites ne sont pas négligeables. Ce devoir permet au professeur de faire le point quant à l'acquisition des mécanismes et à l'organisation des connaissances, exploite chez l'enfant le raisonnement logique et doit lui permettre l'auto-critique en cours de devoir ou alors après la fièvre de la recherche de la solution proposée;

3° à la maison, des exercices d'application immédiate ou nécessitant une recherche. Ces exercices consolident les connaissances par leur utilisation et entraînent aux techniques de calculs en particulier. Ces exercices sont évidemment dégagés de la notation stricte, mais là nous devons avouer notre hypocrisie : nous souhaitons que ces exercices soient cherchés, traités, ne soient pas compilés, mais nous refusons d'enregistrer la page blanche!

4° les devoirs à la maison. Sans illusion. Aussi à ces devoirs préférons-nous substituer le devoir uniquement conçu comme un exercice de rédaction

sur un point particulier déjà résolu en classe. Ainsi, l'effort de l'élève ne portera que sur la forme et sur un point délicat mais bref.

Le problème ouvert, autre forme de contrôle, a retenu l'attention des participants. Certes la difficulté d'adapter un problème au niveau de la classe est un écueil, mais nous avons pensé que le domaine mathématique pouvait se prêter à un travail fructueux de la part des élèves en ne leur proposant que les hypothèses, les données de l'énoncé. Ces prémices offertes il y a ensuite phase de recherche individuelle (avec possibilité de sondage ou de contrôle de la part du professeur), puis mise en commun des découvertes ou des voies empruntées et recherche par groupe. Une deuxième phase d'exploitation avec les questions suggérées par les données, confrontation des solutions proposées et choix de la solution la plus élégante, enfin mise en forme des questions possibles. Cette forme de contrôle exige du temps, mais répond à nos souhaits : esprit d'initiative, recherche mathématique, créativité, esprit critique, esprit de tolérance... Quelques exercices de ce type dans l'année ne seraient pas du temps perdu par l'enfant.

Dans les aspects divers de contrôle, partie négligée de notre travail par manque de temps, nous avons néanmoins évoqué la possibilité de l'autocritique d'un raisonnement en redonnant la copie — par exemple quarante-huit heures après — afin que l'élève relise son travail, juge son raisonnement et éventuellement rédige différemment son devoir. Nous avons abordé également le conseil de classe, exemple de contrôle externe, confrontation de tous les membres de l'équipe (élèves, parents, professeurs) en vue de faire le point pour continuer. Mais alors se pose la délicate communication de chacune de nos observations, de chacun des résultats de ces contrôles. Pratiquement, à l'initiative de l'une d'entre nous, un tableau à double entrée ralliait les suffrages : chaque professeur (français, mathématiques, langues, technologie, sciences naturelles, travail manuel, dessin, musique, éducation physique, histoire-géographie, physique, instruction civique...) complèterait, si cela lui était possible, chacune des rubriques dont la liste ne serait pas limitative : expression orale, aptitude à rédiger, raisonnement, imagination, esprit critique, résultats, organisation du travail, sociabilité, acquisition des techniques, mémorisation, rapidité... Certes l'adoption d'un tel tableau conduirait à modifier nombre d'exercices et à proposer certaines activités en vue de déceler telle ou telle aptitude.

Mais après avoir ainsi étudié, certainement de façon non exhaustive, les divers moyens de contrôle pratiqués, avoir tenté de voir en quoi ces moyens répondaient aux finalités proposées de notre enseignement, puis avoir modifié certains d'entre eux afin qu'ils répondent davantage à nos espoirs, nous avons constaté que l'évaluation de certains de ces facteurs est éminemment subjective. Ainsi, lors de l'orientation, ces observations doivent-elles être prises en considération pour l'élaboration de la décision, ou doit-on se limiter à la notation plus ou moins scientifique portant sur l'évaluation des connaissances?

Parvenus à ce point de notre étude, nous avons été requis par les vacances que nous estimions mériter. La difficulté, la gêne ressenties se sont toujours

situées au moment du passage du contrôle interne au contrôle externe. Autant il nous semblait aisé de varier, de multiplier, au cœur de notre classe les contrôles en vue de faciliter l'épanouissement de chaque personnalité, autant il nous semblait délicat de faire état de ces observations lorsque nous sortions du monde clos. D'où ces nombreuses questions posées au long de ce compte rendu, questions auxquelles chacun répondra selon son tempérament, sa conviction, en ayant conscience du problème posé. Mais même au niveau du contrôle interne s'est glissée insidieusement une question : dans notre désir de connaître l'enfant, certes dans le but louable de lui apporter aide, jusqu'où avons-nous le droit de percer son intimité intellectuelle et morale?

Dans notre tâche d'enseignant, nulle réponse n'est aisée!

Problème (dernière minute).

En pénétrant l'autre soir dans le local de la Régionale, notre Président, a constaté que des intrus, curieux de la chose mathématique, avaient laissé des traces. D'après celles de leurs boueuses chaussures, ils étaient au plus quatre, notés provisoirement {a, b, c, d}. D'après les cendres de cigare abandonnées sur place et Sherlock Holmès ayant été consulté, ils auraient été au plus cinq notés {x, y, z, t, u}.

L'enquête a été aussitôt ouverte. Une piste est donnée par les identifications suivantes :

$$a = b = z, \quad c = x = y, \quad d = t = u.$$

Mais beaucoup d'autres pistes s'ouvrent : combien?

Et puis, à quoi bon identifier les intrus? La Régionale Parisienne n'est-elle pas ouverte à toutes les personnes intéressées par l'enseignement mathématique? M. Messmer lui-même? Pourquoi pas!

La tribune des dix pour cent

Ainsi que nous le proposons en tête de ce *Chantier*, nous ouvrons ici une tribune des dix pour cent afin que nos Collègues expriment ce qu'ils pensent de cette mesure et qu'ils échangent leurs idées sur des réalisations possibles. En premier lieu, nous laissons la parole au Ministre, en quelque sorte, en reproduisant des extraits des documents officiels,

La proposition des « Sages »

C'est la troisième des onze propositions relatives aux établissements scolaires et à l'enseignement; la première est « Aucun établissement scolaire ne doit dépasser un effectif de 700 à 800 élèves »; la deuxième, « Chaque établissement reçoit liberté d'initiative dans le cadre d'objectifs pédagogiques nationaux ». Voici le texte complet de la troisième proposition :

« *Les établissements organisent librement leurs horaires hebdomadaires dans le cadre d'allocations annuelles par discipline.* Cette mesure a notamment pour but de favoriser :

— les travaux interdisciplinaires et la participation des professeurs aux activités socio-éducatives (1),

— l'autoformation assistée, et l'aide aux élèves qui ne trouvent pas à leur foyer les conditions matérielles et morales nécessaires à leurs études,

— ainsi que tout regroupement d'heures nécessaires (par exemple une période consacrée à l'étude intensive d'une langue vivante, dans l'établissement ou à l'extérieur de l'établissement).

Afin de permettre aux établissements d'exercer leur initiative pédagogique, 10 % de l'horaire annuel total resterait à leur disposition et ne ferait pas l'objet d'une définition nationale.

En vue d'établir des contacts enrichissants avec la nature, la vie sociale et l'activité professionnelle, chaque établissement est habilité à organiser pour ses élèves, notamment pendant les heures de loisir et les petites et grandes vacances, des stages et autres activités éducatives externes.

Il peut, d'autre part, instituer en son sein des formations pour adultes. Il passe à ce double titre des conventions avec des organismes culturels, sociaux et des entreprises publiques ou privées.

Dans le cadre de règles nationales ou régionales, chaque établissement a la responsabilité de prendre les mesures nécessaires à la formation permanente et au perfectionnement de ses membres; il reçoit à cet effet une dotation annuelle proportionnelle à l'effectif de son personnel. »

---

(1) Un contingent horaire spécial devrait être prévu à cet effet.

La décision ministérielle

Elle est formulée dans la circulaire nº 73-162 du 27 mars 1973 publiée au B.O.E.N. mais annoncée dès le 24 janvier dans les « Informations rapides » du Ministère. Une note du 6 juin, publiée dans ces mêmes « Informations rapides » rappelle le principe (voir, dans le texte des Sages, LE paragraphe sur les 10 %), quels sont les établissements secondaires concernés (tous sauf les enseignements à caractère professionnel ou technique et les classes de Sixième III et Cinquième III; l'application est partielle dans les C.E.T., dans les C.P.P.N. et les C.P.A.).

Cette note précise ensuite :

« Pour élaborer les dispositions à prendre les chefs d'établissement organisent, à leur convenance, les consultations nécessaires et veilleront à y associer tous les membres de la communauté scolaire : professeurs, administrateurs, parents et élèves...

... Les mesures destinées à être appliquées dès la rentrée 1973 seront présentées pour avis au conseil d'administration de chaque établissement, autant qu'il est possible, avant la fin de la présente année scolaire.

Les mesures envisagées pourront faire l'objet d'un réexamen à la rentrée scolaire afin qu'il puisse être tenu compte des conditions dans lesquelles elles seront appliquées...

Les dispositions nouvelles ne doivent pas...

... entraîner une modification des maxima de service des professeurs qui pourront cependant être modulés différemment selon les périodes;

donner le moyen d'allonger les vacances en regroupant le temps libéré pendant les semaines de fin d'année ou les jours qui précèdent ou suivent immédiatement les congés... »

Citons encore, dans la rubrique « Comment utiliser le temps libéré? » :

« ... Les dispositions prises doivent :

— préciser le rôle des participants à chaque activité et l'objectif qui leur est fixé;

— garder néanmoins un caractère expérimental afin de rester flexibles et sujettes à révision;

— prévoir toujours une diversification suffisante des activités pour que chaque élève tire individuellement le meilleur parti des dispositions nouvelles. »

Trois vœux sont alors présentés :

« Il est *souhaitable* que les activités ne soient pas organisées par discipline séparée mais présentent un caractère pluridisciplinaire; *très désirable* que les professeurs soient regroupés en équipes selon les convergences de programmes ou de thèmes de travail; *peu envisageable* que les activités puissent être rassemblées autour d'un thème unique regroupant toutes les disciplines et occupant la totalité du temps disponible. »

Reconnaissant qu'on n'innove pas sur commande, cette note estime

que « le professeur pourra : envisager, après consultation avec ses collègues, le remaniement de son enseignement pour l'adapter à la réduction des programmes; passer à des actions menées en commun dans le cadre de la discipline et parvenir ultérieurement à des actions pluridisciplinaires. »

Citons enfin, dans les conclusions, deux phrases qui, si elles signifient ce qu'elles disent, assurent la plus grande liberté aux initiatives locales :

« Il faut, pour appliquer la réforme, que toutes les communautés scolaires s'efforcent de définir clairement leurs propres problèmes et choisissent ou imaginent des solutions appropriées.

Il s'agit là d'une responsabilité directe et précise qui donne l'occasion d'une réflexion pédagogique sans complaisance et oblige à s'interroger sur les problèmes scolaires d'aujourd'hui. »

Si tu t'imagines...,

Ministre, qu'on a attendu les 10 % pour s'interroger sur les problèmes scolaires, ce que tu te gourres (comme aurait dit QUENEAU). Mais toutes les occasions sont bonnes pour se ré-interroger, car on n'y verra jamais assez clair. Soyons cependant sans illusion : dans son vigoureux pamphlet « La Mafia Polytechnicienne », J.-A. KOSCIUSKO-MORIZET remarque fort justement qu'on ne peut réformer une école sans réformer tout le système d'enseignement et que cette réforme-là équivaut à celle de la société toute entière, autrement dit une véritable révolution (une révolution pas seulement de palais mais dans toutes les chaumières). Si quelqu'un vous dit que ces 10 %, c'est une goutte d'eau distillée pour dessaler la mer, reconnaissez que c'est vrai mais que ça vaut encore mieux que d'y renverser une salière. Et puis, ne sommes-nous pas ici, comme en d'autres domaines, dans la situation du Sisyphe dont CAMUS écrivait : « ... aveugle qui désire voir et qui sait que la nuit n'a pas de fin, il est toujours en marche. »

Par conséquent marchons; et même si c'est dans la nuit, les yeux ouverts.

Sachant combien les disciplines sont séparées dans le second degré, la note ministérielle du 6 juin est très prudente : une coordination interne à chaque discipline peut précéder une coordination interdisciplinaire. Je ne crois pas que ce soit une étape obligatoire. En particulier, dans les cas où les collègues d'une même discipline ne parviendraient pas à coordonner leurs enseignements, je crois préférable de passer outre; faire tout ce qui est possible.

Questions d'organisation

Qu'il faut bien examiner indépendamment de celles du contenu de ces activités libres tout en sachant très bien que les conditions de l'organisation se répercuteront sur ces activités elles-mêmes.

Certains ont proposé la suspension de l'emploi du temps normal dans tout l'établissement pendant une semaine toutes les dix semaines (pratiquement, une semaine par trimestre). D'autres une demi-semaine toutes les cinq semaines en alternant début et fin de semaine. D'autres encore une journée par quinzaine avec roulement, d'une quinzaine à l'autre, du lundi au mardi, et ainsi de suite. D'autres enfin, une demi-journée par semaine avec roulement du même genre.

Chaque système présente des avantages et des inconvénients. Il faudrait pouvoir les combiner avec souplesse : adopter la fréquence courte de la demi-journée hebdomadaire pour les travaux qui demandent une certaine continuité et aussi des interruptions (par exemple pour rechercher une documentation); adopter des sessions plus longues pour des voyages et visites bien coordonnés. Mais peut-on, dans un même établissement, organiser simultanément des activités selon deux fréquences différentes? Oui si les équipes d'élèves et de maîtres sont les mêmes pour les activités 10 % que pour les classes normales; non dans tous les autres cas, c'est-à-dire celui des équipes pluridisciplinaires réunissant des élèves provenant de divisions différentes.

Réflexion d'un proviseur d'un lycée de 1 500 élèves : ce serait beaucoup plus facile à organiser s'il n'y avait que 800 élèves. Ce qui nous ramène à la première recommandation de la Commission Joxe.

En attendant, les 1 500 élèves sont là. On peut suggérer de commencer par la journée tous les quinze jours (par exemple au 1er trimestre). Lorsque les équipes seront constituées, que chacune aura pris ses habitudes (en particulier quant à la répartition des tâches), essayer la demi-semaine.

Que faire?

Il reste à imaginer ce qu'on pourrait faire dans ce temps libre. Voici quelques suggestions faites dans un lycée de la banlieue Ouest.

1° Pourquoi y a-t-il eu un tel développement scientifique à l'époque de la Révolution Française? Comparaison, de ce point de vue, avec les révolutions russe ou chinoise. La réflexion sur ce thème exigerait la réunion d'une vaste documentation, la collaboration de professeurs d'histoire ou de philosophie et de professeurs scientifiques. Le travail réalisé pourrait être concrétisé sous la forme d'une exposition (dont tous les élèves du lycée pourraient profiter) ou être publié (voir 3).

2° « Lectures de notre temps. » Dans l'équipe des élèves, trois élèves lisent un livre récent important; les professeurs de l'équipe lisent le même ouvrage (par exemple : « La bataille de Bouvines », par DUBY, « Grandeur et tentations de la médecine », par Jean BERNARD). En séance, les trois élèves lecteurs font un compte rendu, répondent aux questions des autres membres de l'équipe, animent la discussion sur le sujet. D'autres membres de l'équipe,

après la réunion plénière, rédigent une synthèse des analyses et des débats. Ces « conclusions » alimentent aussi le journal cité plus loin (3). La participation de professeurs de diverses disciplines à ces séances de lecture et critique devrait éviter une trop grande technicité dans les conclusions.

3° Publier un *journal du lycée*, largement alimenté par les travaux des diverses équipes. La réalisation du journal, y compris son impression, exigera des élèves beaucoup de recherches et d'application; elle permettra des *échanges* avec d'autres établissements (la réalisation du journal comporte rédaction, fabrication, diffusion). On a vu en 1 et 2 des exemples de travaux devant aboutir à des publications.

4° *Voyages occasionnels.* Premier exemple : un jour à Chartres comportant la visite de la Cathédrale, un pèlerinage à Illiers-Combray, la visite d'une ferme en Beauce. Deuxième exemple : deux jours à Dunkerque comportant la visite des plages (« un week-end à Zuydcote »), la visite du port et de l'aciérie, Dans chaque cas, le voyage est précédé d'une préparation dirigée par les professeurs intéressés et suivi de la rédaction d'un large compte rendu (voir 3).

5° *Visites aux environs* en observant les mêmes principes de préparation et de conclusions. Exemples : le Soleil à Meudon, l'Institut Pasteur à Garches, les étangs de Ville-d'Avray et leur représentation, Renault à Billancourt, etc.

6° *Astronomie et civilisation :* le rôle de l'astronomie dans les civilisations anciennes ou modernes. L'équipe qui se consacrerait à ce sujet devrait préparer l'observation du passage de Mercure devant le Soleil le 10 novembre 1973.

7° *Les nombres dans la société actuelle.* Analyse du rôle des nombres dans les activités générales du monde contemporain; pourquoi éprouve-t-on le besoin de dénombrer? On serait conduit à une étude des méthodes statistiques dans des domaines variés : l'économie, la médecine, la démographie, la pollution, etc.

Un faux obstacle

Des professeurs objectent : « Je ne demande pas mieux que de tenter ces expériences où nous avons tout à inventer et Flaubert l'a dit, *Tout ce qu'on invente est vrai.* Mais il y a les Collègues qui ne veulent pas essayer et préfèrent continuer à diriger leurs classes pendant ces 10 % comme ils le font pendant les 90 % du temps. »

Les contraindre à faire ce qu'ils ne souhaitent pas faire serait une erreur aussi grande que se laisser intimider par leur exemple. Pourquoi ne pas essayer d'innover — ceux qui le veulent — pourquoi essayer d'innover — ceux qui ne le veulent pas?

G. W.

Mauvaises lectures et autres

Enseigner les mathématiques ou les faire aimer

Dans sa délicieuse « Histoire de mes idées » (que l'on vient heureusement de rééditer en un joli petit volume à faire lire aux jeunes élèves, édition Flammarion), Edgar QUINET raconte la forte impression que lui fit l'un de ses professeurs de mathématiques, M. CHACHUAT. Cet homme avait deux grandes passions : le calcul intégral et les contes de fées. Il était remarquable, dit QUINET, « non pour son extérieur, qui était celui de l'astronome tombé au fond du puits, mais pour sa candeur, pour son ingénuité et aussi pour sa science, qui était profonde ». Mais écoutons cet Edgar là :

« J'avais, entre mille autres, un préjugé qui m'était commun avec la plupart des hommes. A force d'entendre répéter que les mathématiques tarissent l'imagination, me défiant à outrance de mes forces, je ne craignais rien tant que de les appauvrir encore. Je l'avouai à mon maître dès la première heure; je lui marquai toute ma répugnance à m'engager dans une science qui devait étouffer les voix confuses que je sentais s'éveiller.

« Cet aveu fit bondir M. CHACHUAT. Il me démontra que les hautes mathématiques ont leur imagination ample et même démesurée; pour le prouver il eût pu citer son propre exemple; il ajouta que pour résoudre telle équation qu'il me cita, il fallait une inspiration aussi spontanée que pour composer une olympique de Pindare. J'en restai persuadé. Il fit mieux que de m'enseigner les mathématiques, il me les fit aimer. »

Raison pure et univers matériel

« L'interaction constante de ces deux disciplines (raison pure et univers matériel) est un fait dont il n'y a pas lieu de s'étonner, et il est vain de porter sur celui-ci des jugements de valeur. L'unité de l'esprit humain et de la nature nous paraît une hypothèse surabondamment justifiée par ses conséquences, et infiniment plus acceptable que celle d'un quelconque lieu des esprits, d'apparence quelque peu indéterminée, d'où Minerve, portant le principe du tiers exclu en bandoulière, descendrait périodiquement pour administrer la bombe atomique à des humains stupéfaits. Nous croyons au contraire que l'esprit humain est un « météore » au même titre que l'arc-en-ciel — un phénomène de la nature; et que HILBERT réalisant la « décomposition spectrale » des opérateurs linéaires, PERRIN analysant le bleu du ciel, MONET, DEBUSSY et PROUST recréant, pour notre émerveillement, le scintillement de la lumière sur la mer, travaillaient tous dans le même but. qui sera aussi celui de l'avenir : la connaissance de l'univers total.

Roger GODEMENT.

(« Les méthodes modernes et l'avenir des mathématiques concrètes » dans *Les Grands Courants de la Pensée Mathématique*.)

Des critiques de la science ou de l'enseignement

Vous me direz qu'il est facile de critiquer. Il est tout de même nouveau que puisse être publié en français un recueil de textes émanant de scientifiques qui s'interrogent sur la signification ou la portée de leur travail. Je vous recommande donc [*Auto*]*critique de la science*, textes réunis par Alain JAUBERT et Jean-Marc LÉVY-LEBLOND (édition Le Seuil).

Dans la première partie, « Du pouvoir de la science à la science du pouvoir... », on trouvera des textes de Roger GODEMENT (« Pourquoi faites-vous des sciences? », « Mathématiciens (purs) ou putains (respectueuses) » qui pose le problème de la participation des mathématiciens aux recherches sur les armements). Dans cette première partie, on retrouve une critique du scientisme sous le titre « La nouvelle église universelle » qui reprend une analyse publiée par notre Collègue P. SAMUEL dans *Après-demain* (numéro spécial sûr « La science en question ») sous le titre « Le scientisme et ses dogmes »; bien sûr, il y a dans la formulation de ces articles un ton polémique qui est une réaction saine et peut-être utile contre un conformisme ambiant. Je ne suis pas certain que cela n'affaiblisse pas les critiques très justifiées.

La seconde partie du livre, « De la révolution scientifique à la révolte des scientifiques » réunit une documentation d'actualité sur la condition des travailleurs scientifiques, des étudiants ou encore des femmes dans les milieux de la recherche. Enfin une annexe très précieuse signale des organisations, des revues, des livres qui, en France ou dans les autres pays, font écho aux questions que tous les scientifiques peuvent se poser sur leur domaine d'étude. Car ce livre est à compléter : l'actualité du sujet rend très mouvante l'opinion qu'on peut avoir sur le rôle utile ou nuisible des recherches scientifiques.

La « Mafia » polytechnicienne, par Jacques-A. KOSCIUSKO-MORIZET est un ouvrage d'un autre ordre, sociologique et pédagogique. A partir de l'exemple de Polytechnique, c'est le rôle malfaisant des Grandes Écoles dans notre société qui est dénoncé avec arguments à l'appui. Parmi les réformes proposées, il y a celle d'ouvrir le recrutement de ces Grandes Écoles aux étudiants ayant déjà suivi le premier cycle (voire même une partie du deuxième) de l'Université. L'auteur reconnaît que la solution la plus efficace serait de supprimer ces Grandes Écoles; jugeant utopique une mesure aussi radicale, il nous propose une solution qui, selon lui, présenterait l'avantage d'ouvrir le recrutement de ces écoles. Ce serait aussi un remède à l'antagonisme permanent des universités et des classes préparatoires qui, à mon avis, est défavorable aux deux antagonistes. En tout cas, ce livre sur la mafia X fera ou a déjà fait grincer beaucoup de dents (et même de dents en or).

Une œuvre

Je regrette amèrement de ne pas avoir la compétence mathématique suffisante pour rendre compte du livre de René THOM : « Stabilité structurelle et morphogenèse » (Édition W. A. Benjamin). L'auteur avait bien voulu, l'an dernier, redonner à la Régionale Parisienne la conférence qu'il avait prononcée à Exeter sur l'enseignement des mathématiques; je ne partage

aucune de ses vues sur ces questions pédagogiques. Mais le livre cité n'a aucun rapport avec la pédagogie; il s'agit d'une tentative de grande hardiesse : mettre au service de la Biologie et des Sciences humaines l'outil mathématique, et tout spécialement la topologie différentielle, maîtrisé par un mathématicien du plus haut niveau.

L'idée fondamentale est la suivante. La mécanique classique « s'est fondée essentiellement dans le but de lever l'indéterminisme qualitatif rencontré dans de nombreuses situations de corps en mouvement ». Dans les sciences humaines ou la Biologie, le recours à la mathématisation a été plus tardif et beaucoup plus timide puisque l'observation de la vie conduisait à un certain déterminisme, « la déduction qualitative et empirique offrait... un support suffisant aux possibilités de prévision et d'expérience ». Le moment n'est-il pas venu, cependant, d'élaborer *une théorie des modèles?* C'est ce que se propose René THOM dans ce livre difficile et attirant par la profondeur de ses vues.

Pour la formation permanente des maîtres

La collection lancée par CEDIC (qui vend directement aux Collègues à des prix réduits : CEDIC, 93, avenue d'Italie, 75013 Paris; C.C.P. La Source 32687 60) et qui comportait déjà le remarquable FLETCHER « L'algèbre linéaire par ses applications » (16 F) s'est enrichie des titres suivants : *Modèles finis*, par André MYX (14 F), *Géométrie autour d'un carré*, par P. GAGNAIRE (15 F), *Somme de naturels. Addition dans IN*, par M. ROBERT (11,50 F) qui contient une grande quantité de suggestions intéressantes pour l'enseignement élémentaire.

Dans cette collection, il faut souligner l'intérêt particulier des fascicules du *Livre du Problème* réalisé par l'I.R.E.M. de Strasbourg pour venir en aide aux Collègues du Second degré. Trois fascicules ont paru (d'autres suivront) sur 1° des généralités pédagogiques (10,50 F), 2° la géométrie affine (10 F), 3° la parité (8,50 F).

Le dernier livre paru, P. J. HILTON, présente sous une forme très accessible *Le Langage des Catégories* (19 F) qui peut avoir sur les modalités de notre enseignement une influence aussi grande que l'introduction du langage de la théorie des ensembles.

Les Collègues trouveront dans tous ces livres plus de suggestions pour rénover leur enseignement qu'à suivre ponctuellement les nouvelles instructions ainsi que prétend le faire un nouveau manuel de Seconde; comme s'il ne suffisait pas de s'afficher respectueux à la lettre des programmes, voilà donc qu'on annonce sa fidélité aux instructions. Encore un effort, et nous aurons le manuel unique qui parlera comme le Ministre ou mieux encore comme le Premier Ministre.

***

Je termine cette revue rapide d'ouvrages qui tous mériteraient de plus amples commentaires par trois citations pêchées au hasard de lectures estivales.

« Je vois que je ne considère comme acquis que ce que j'ai acquis moi-même par tâtonnements et insuccès.

Paul VALÉRY.

« Les hommes se jugent à l'usage qu'ils font de leur puissance. Il est remarquable que les âmes inférieures ont toujours tendance à abuser des parcelles de pouvoir que le hasard ou la bêtise leur a confiées. »

SUÉTONE.

« L'ambition fait souvent accepter les tâches les plus basses; c'est ainsi que l'on grimpe dans la même posture que l'on grimpe. »

SWIFT.

G. W.

Le charme de plus en plus discret de la vie universitaire

Cette rubrique n'est malheureusement pas close.

☐ Mme Françoise RUFFIER, directrice du C.E.S.-Claude-Bernard au Grand-Quevilly (Seine-Maritime), a été mutée « dans l'intérêt du service » à Valence (Drôme). Les fautes de Mme RUFFIER étaient en effet très graves : elle avait une activité syndicale et elle faisait partie d'un groupe d'action contre les modalités actuelles de l'inspection. En particulier, ce groupe avait demandé aux inspecteurs d'annoncer leur visite quarante-huit heures à l'avance et de participer avant l'inspection à un débat avec les enseignants. Choses qui ne se font pas!

☐ A propos de l'organisation du concours d'entrée à l'École Polytechnique, depuis plus de vingt ans, le règlement interdisait de se présenter plus de trois ans après le baccalauréat; en fait deux candidatures seulement étaient possibles. « Pour des raisons incompréhensibles (d'aucuns disent inavouables) et en tout cas jamais explicitées, un décret du 30-9-1970 marque un grave retour en arrière car il supprime les deux garde-fous à la multiplication des taupes : l'obligation d'avoir réussi le baccalauréat moins de trois ans avant le 1er janvier de l'année du concours et l'interdiction de se présenter plus de deux fois » (note. p. 32, dans le livre *La Mafia polytechnicienne*). Il est non moins remarquable que cette mesure n'ait fait l'objet d'aucune protestation de la part de l'Éducation Nationale; c'est donc que celle-ci aurait été consultée et aurait approuvé cette mesure absurde (absurde ou de faveur mais alors pour qui?).

□ A la suite d'un refus d'inspection, M. Michel HIRTZLER, professeur de mathématiques à Roussillon (Isère) a été exclu jusqu'à septembre 1974. On dément formellement que les inspecteurs dont les traitements sont aux indices lettres se soient cotisés pour indemniser les collègues qui, avec M. HIRTZLER, sont suspendus sans traitement.

□ Dans une interview au directeur de l'A.F.P. à Moscou, le Pr SAKHAROV confirme le cas du mathématicien ukrainien Léonide PLOUTCH, interné dans un asile psychiatrique après une enquête menée hors de sa présence. En même temps, à Moscou, le mathématicien Youri CHIKANOVITCH était reconnu malade mental.

□ Dans une *lettre ouverte aux Universitaires*, notre Collègue J. M. SOURIAU, professeur à l'Université de Provence, dénonce l'arbitraire qui a présidé à la création de l'Université Marseille-III. Ce qui était reconnaître un état de fait, la coupure en deux d'Aix-Marseille-II entre juristes et médecins, devait-il entraîner l'amputation de l'Université de Provence? Violation ouverte du principe de l'autonomie des universités qui entraîne pour le personnel des mutations d'office préjudiciables au bon fonctionnement de l'Université.

□ Le 1er septembre 1973. M. MESSMER, Premier Ministre, présidait la séance de clôture de la semaine pédagogique de l'enseignement catholique. Ses déclarations étaient donc faites en privé puisque cet enseignement n'est pas public. Elles ont pourtant été abondamment reproduites dans la presse; « il a fait de grandes réserves sur l'expérience de pédagogie moderne que l'on appelle, à tort, les mathématiques modernes » écrit *Le Monde* qui le cite ensuite : « Si on s'est trompé, il y aura eu des générations d'enfants à qui on aura mis dans les mains un instrument qui se révélera inadéquat dans leur vie. »

Sollicité par R.T.L. de donner mon avis sur cette déclaration, j'avais rédigé le texte suivant dont une partie a été diffusée.

« Si j'en crois ce que j'ai pu lire dans les journaux à propos des déclarations de M. MESSMER à Phalsbourg le 01-09-73, M. le Premier Ministre a été entraîné à parler de ce qu'il connaît mal ou pas du tout. La réforme de l'enseignement mathématique a été entreprise en Sixième et en Seconde de lycée en 1969. Cette mise en route faisait suite à des années de recherches, de discussions et d'expérimentations. Au moins pour les Sixièmes et Cinquièmes, la mise en application généralisée succédait à deux années au moins d'expérimentation dans plus de 150 classes sous la direction de la Commission Ministérielle compétente.

Le but de la réforme est double. D'une part, par une refonte des programmes, diminuer l'écart entre la mathématique vivante, celle qui se développe tous les jours, et la mathématique enseignée. De l'autre, réformer les méthodes d'enseignement pour donner aux élèves un rôle actif dans leur formation.

Des programmes nouveaux mis au point par la Commission Ministérielle compétente sont maintenant mis en application dans toutes les classes secondaires. Ces programmes devront être périodiquement retouchés; rien n'est

définitif et la science vit vite ! Cela pour répondre à la première préoccupation : que l'enseignement pense à l'avenir des élèves. Pour répondre à l'autre préoccupation, très immédiate, un effort de renouvellement pédagogique se développe; il signifie qu'un énorme travail en équipe de ceux qui enseignent est indispensable et l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public joue ici un rôle moteur.

Ou bien ce mouvement de réforme sera encouragé, d'abord compris et ensuite aidé; alors l'enseignement français restera sur ce sujet comparable à celui de Grande-Bretagne, de Belgique, de Pologne, pour ne citer que certains pays particulièrement exemplaires. Ou bien le Gouvernement cherchera à ruiner l'effort de rénovation qui représente plus de quinze ans de travail souvent obscur et bénévole (à ceci près que les maîtres qui s'y sont adonnés l'ont fait par amour de leur métier) et alors les élèves français seront moins bien formés pour affronter le monde de 1984 qui les attend.

Encore deux remarques :

— Expérimentation pédagogique ne signifie pas « prendre les élèves comme cobayes ». Dans les classes expérimentales, les élèves n'ont pas été défavorisés mais favorisés : ils ont bénéficié d'un enseignement de qualité par des maîtres spécialement compétents et attentifs à ne pas troubler leurs jeunes cervelles.

— C'est l'enseignement traditionnel, non touché par les réformes, avec ses anciens programmes et ses méthodes traditionnelles qui mettait dans les mains des élèves un instrument inadéquat. Tous les Citoyens, même M. le Premier Ministre, doivent se faire à cette idée : l'enseignement ne peut demeurer ce qu'il était, les éducateurs comme les élèves sont *des habitants de l'avenir* comme disait admirablement PASTERNAK. »

G. W.

Le livre LA MATHÉMATIQUE A L'ÉCOLE ÉLÉMENTAIRE par ceux qui enseignent manque-t-il à votre bibliothèque ? Ça ne peut durer.

Adressez un virement de 18 F à la Régionale Parisienne sous enveloppe timbrée à : Régionale Parisienne, de l'A.P.M.E.P., 13, rue du Jura, 75013 PARIS.

La vie de la Régionale Parisienne de l'A.P.M.E.P.

L'assemblée générale du 19 mai 1973

Elle s'est tenue, ce jeudi à 14 h 30, dans l'amphithéâtre Hermitte de l'Institut Henri-Poincaré, sous la présidence de Gilbert GRIBONVAL.

Rapport du secrétaire général.

G. WALUSINSKI rappelle quels sont les services que les membres de l'A.P.M.E.P. sont en droit d'attendre de leur Régionale :

a) que celle-ci fournisse un cadre à l'activité de ses membres (travaux de commissions, conférences, circulaires d'information et bulletins);

b) représenter les membres parisiens de l'A.P.M.E.P. au sein des commissions nationales de l'association;

c) représenter les intérêts des professeurs de mathématiques auprès des autorités rectorales (*en particulier pour l'organisation des examens*);

d) développer les liaisons entre l'A.P.M.E.P. et ses membres d'une part, les associations ou institutions pédagogiques voisines de l'autre.

Les effectifs de l'A.P.M.E.P. ont connu une forte progression depuis quelques années; il en est résulté un accroissement des services à assurer et, malheureusement, la croissance correspondante de l'effectif des militants ne s'est pas réalisée. C'est pourquoi le détail du rapport met en évidence certaines déficiences auxquelles il faudrait remédier.

Disons tout de suite que cela souligne l'importance que devrait revêtir la désignation d'un Comité très représentatif de la Régionale Parisienne, Comité au sein duquel il sera facile de désigner des responsables pour les nombreuses tâches à assurer.

*
* *

Après l'Assemblée générale de 1972 (le 27 avril) ont été organisées :

— ***Une journée du livre,*** le 4 mai 1972, dans le local de l'A.P.M., 13, rue du Jura, ce qui constituait une invite à le fréquenter.

— ***Les journées d'étude des 15, 16, 17 juin,*** qui se tinrent au Lycée Rodin, avec le concours de D. LACOMBE et de Emma CASTELNUOVO, en tant que conférenciers et une centaine de participants. Le thème en était : « Enseignement mathématique et communication ». A signaler l'accord des recteurs des académies de la région pour engager les Collègues à participer à nos travaux dont les *Chantiers 25-26* donnent un aperçu.

Depuis la rentrée de septembre 1972, le Bureau s'est réuni plus de sept fois, le Comité de la Régionale deux fois. Ont été ainsi organisés :

1° **Une série de conférences** (responsable de l'organisation Josette ADDA) avec alternance de sujets généraux :

— 21 octobre : *l'école en France en 1972*, par Mme CITRON et MM. BAUDELOT et ESTABLET.

— 27 janvier : *le métier de professeur de mathématique*, par J. BOLON.

— 31 mars : *sur l'enseignement mathématique en Hongrie*, par M. VARGA, suppléé en dernière minute par deux de ses collègues.

Et de sujets plus particuliers :

— 25 novembre : mathématiques modernes et mathématiques de toujours; enseignement de toujours *ou* enseignement moderne, par MM. THOM et LACOMBE.

— 3 mars : nouvel enseignement mathématique et créativité à l'école primaire, par Nicole PICARD et F. COLMEZ.

— Enfin, aujourd'hui 19 mai, les problèmes posés par la rénovation de l'enseignement des langues, par M. GAUTHIER.

Choix délibéré des sujets pour bien montrer notre souci de développer les réformes de l'enseignement des mathématiques en coordination avec les autres enseignements ou avec les réalisations d'autres pays. Toutes ces conférences ont eu lieu le samedi après-midi à l'Institut Henri-Poincaré; l'importance des auditoires réunis a confirmé le bon ou mauvais choix des dates et la qualité des conférenciers à qui nous devons des remerciements.

2° **Une série de réunions de commissions,** généralement le mardi à 20 h 30, rue du Jura. Les plus réussies, le 7 novembre et le 9 janvier, ont concerné les C.E.T., le 21 novembre et le 13 février, la recherche de programmes du premier cycle par noyaux et thèmes, la formation permanente des maîtres par les écoles normales le 19 janvier.

Une équipe de la Régionale a participé à l'élaboration d'un lexique pour l'enseignement élémentaire (travail en bonne voie sur le plan national).

Ces réunions du mardi soir ont connu une fréquentation inégale. Le 13 mars, sur la recherche pédagogique, un de nous s'y est trouvé seul. Même mésaventure pour notre Président qui a assuré des permanences le 25 octobre, les 24 janvier et 14 mars, mais qui n'y a rencontré qu'un très petit nombre de collègues.

Commissions et permanences ont cependant permis ou auraient dû permettre à tous ceux qui désirant des informations ou, mieux, qui veulent participer à l'action de l'A.P.M.E.P. de faire entendre leur avis.

***

Cette année 1972-73 a vu naître et s'organiser une sous-régionale, une section départementale, celle de la Seine-Saint-Denis qui a organisé des réunions particulièrement réussies à Aubervilliers pour l'enseignement élémentaire et assuré des liaisons avec l'Université de Saint-Denis et l'amorce d'I.R.E.M. qui s'y dessine.

Cette réussite souligne l'insuffisance des liaisons dans les autres départements. La Régionale compte plus de 2 500 membres (plus que toute l'A.P.M. en 1958) dans une région où les communications sont difficiles. Ce devrait être un des objectifs de la Régionale d'organiser toutes les sections départementales, de mieux assurer toutes les liaisons avec l'I.R.E.M., les associations pédagogiques, les autres Régionales de l'A.P.M., etc.

Rien de tout cela ne se fait par miracle : il faut des militants patients et persévérants.

De la patience, il en faut aussi pour obtenir des autorités administratives de l'Éducation Nationale un minimum d'attention compréhensive à l'égard de notre travail. Ici nous avons échoué; l'an dernier à pareille époque, l'Inspection Générale prétendait sanctionner des Collègues déclarés coupables de ne pouvoir achever l'étude du programme en classe de Quatrième. Nous avons protesté; nous n'avons pas été entendus. Il faudra trouver des moyens d'action pour obtenir enfin entre l'Administration et les maîtres un véritable dialogue.

En tout cas, c'est grâce à ces réunions, fort nombreuses pour ceux qui y furent assidus, que la Régionale Parisienne a pu assurer la représentation des quelques 2 500 membres que nous sommes dans les réunions de Commission organisées par le Bureau National et qui ont occupé un nombre respectable de dimanches matin ou même après-midi.

Ajouter à cela, pour le Bureau Régional, répondre autant que possible à des demandes de conférences de la part d'associations de parents ou de groupes de Collègues; appuyer les actions nationales comme celle de la pétition pour les Quatrième et Troisième, dont on sait le succès.

Enfin, nous avons poursuivi la publication des *Chantiers de Pédagogie Mathématique*, malheureusement avec un retard tel que la diffusion et le renouvellement des abonnements en ont souffert.

Étant personnellement responsable de ce retard et de ces défauts, je me permets de fournir, non une excuse (il n'y en a pas), mais une explication et de proposer un remède évident. Il y a plus de 18 ans que, soit sur le plan national, soit sur le plan régional, j'assure des fonctions au sein de notre association; c'est trop et mon rendement baisse. J'avais, l'an dernier, accepté le secrétariat pour ménager une transition. Il y a, au sein du Bureau sortant des Collègues jeunes, actifs et compétents à qui je suis heureux de « passer le témoin » comme disent les coureurs de relais. Puissent-ils trouver dans leurs activités A.P.M.E.P. autant de satisfactions que j'y ai récoltées.

G. W.

Bilan financier : Période du 1 mai 1972 au 30 avril 1973.

DÉPENSES

Impression, expédition, Cahiers 22, 23, 24	13 270
Frais de secrétariat	4 360,72
Conférences et Journées de 72 de la Régionale	2 437,80
Affranchissement des circulaires	2 716,78
Participation à l'achat du local	10 000
Total des dépenses	32 785,30

RECETTES

Vente « Initiation » 68-69 (394 exemplaires).	
Abonnements au Ch. P.M. 69-70 : 61 exemplaires.	
70-71 : 64 exemplaires.	
71-72 : 202 exemplaires.	
72-73 : 597 exemplaires	11 541,73
Math. à l'École Élémentaire (588 exemplaires)	9 364
Cotisations volontaires (381 cotisations)	3 810
Journées 72 de la Régionale	2 385
Total des recettes	27 100,73

Déficit pour l'année 1972-73 :

32 785,30 — 27 100,73 = 5 684,57 F

Solde au 30 avril 1973

Compte chèques postaux	7 037,63
Crédit Lyonnais	1 154,09
Placement au Crédit Lyonnais	80 000
Total	88 191,72

Non, le bilan 1972-73 n'est pas meilleur que celui des deux années précédentes. Si le déficit semble moins important, cela tient à deux retards de paiement, l'imprimeur pour les Chantiers et le National pour les M.E.E., soit un total de plus de 30 000 F.

Si le nombre des cotisations volontaires a augmenté sensiblement cette année, il reste très faible : 400 sur 2 500 et ne permet pas d'éviter un déficit dangereux.

Combien de temps pourrons-nous tenir? Trois ans, au maximum. Si vous souhaitez que les *Chantiers* continuent, remplissez la feuille bleue que vous avez trouvée dans le dernier numéro, mettez-la dans une enveloppe avec un C.C.P. de 10 F et envoyez le tout à

Régionale de la R.P.
13, rue du Jura, 75013 PARIS

Le Trésorier : J. VETTICOZ.

La discussion ouverte sur les rapports précédents montre l'accord général sur les conclusions, mais ne permet pas d'envisager dans l'immédiat une réforme des méthodes de travail dans la Régionale. Le Comité sortant, enrichi de quelques Collègues de bonne volonté est chargé, à la rentrée, d'organiser l'équipe militante.

La parole est donnée ensuite à M. GAUTHIER, maître-assistant à Paris-VII, qui parle sur l'enseignement des langues. Nous publions ci-dessous le témoignage d'un professeur de langue qui assistait à notre assemblée.

Un témoignage

Le 19 mai, nos collègues de mathématiques tenaient leur Assemblée générale, suivie d'une conférence par M. GAUTHIER, maître-assistant à l'Université Paris-VII, chercheur en linguistique appliquée à l'enseignement des langues.

Le conférencier fut présenté par G. WALUSINSKI, secrétaire de l'A.P.M.E.P. (R.P.) qui insista sur la nécessité de voir les réformes obtenues dans un domaine accompagnées de réformes similaires dans les autres disciplines. « La réforme de l'enseignement mathématique prendra toute sa signification, atteindra tous ses objectifs, si et seulement si des mouvements de même orientation se dessinent dans tous les domaines de l'enseignement. » Il montra la ligne suivie par la Régionale parisienne qui en 1972, s'était intéressée aux projets de rénovation des Sciences physiques, relevant les points de conjonction et aussi les dissonances. En 1973, l'A.P.M. poursuit son information en demandant le concours d'un linguiste.

M. GAUTHIER chercha son auditoire pendant quelques minutes, hésitant entre l'exposé magistral et la conférence-débat. Il en profita pour expliquer comment des espoirs de rénovation dans l'enseignement des langues avaient pu naître : instructions ministérielles d'abord, mais surtout les efforts accomplis discrètement ici et là, enfin les recherches récentes d'application de la linguistique. Finalement l'assistance opta pour un style débat portant sur trois directions :

1° les moyens audio-visuels (apports et obstacles);

2° expérience d'enseignement de l'anglais à des « vrais » grands commençants, en 150 heures;

3° place de la linguistique appliquée.

Mon propos n'est pas de rendre compte de cette conférence dans son détail, mais plutôt de me faire le rapporteur de l'atmosphère qui l'anima. J'ai été très surpris de la pertinence des questions posées :

— hiérarchie des langues vivantes (dans tel C.E.S. l'espagnol est imposé en 2e langue aux élèves de type II);

— raisons de certains blocages; et de citer ces immigrants qui, après de longues années de pratique, martyrisent toujours le français;

— mise en évidence des différents niveaux de la langue et du rôle qu'y joue, pour sa bonne compréhension, une position intérieure ou extérieure au dialogue;

— utilité (au moins en ce qui concerne la recherche) d'une symbolisation commune, comme par exemple l'usage des parenthèses pour représenter des éléments ordonnés, alors qu'on devrait réserver les accolades pour des ensembles non ordonnés :

(Sujet, aux., Verbe) $\neq$ {Sujet, aux., Verbe}

En conclusion, il faut se féliciter de l'initiative de l'A.P.M. car elle est de nature, outre d'apporter une meilleure compréhension de ce qui se fait dans le cadre des autres disciplines, de susciter une recherche pour utiliser leurs acquis aux fins particulières de chaque enseignement. Par exemple, on connaît les explications données sur l'emploi du relatif THAT en anglais; ne pourrait-on pas partir de l'habitude du langage mathématique des élèves et dire que : « le relatif THAT introduit une proposition qui définit un sous-ensemble dans l'ensemble défini par l'antécédent, alors que les relatifs WHO, WHICH introduisent une proposition qui reprend l'intégralité de l'ensemble». Cette dernière remarque vaudrait, avant d'être tenue pour vraie, une réflexion approfondie tant linguistique que mathématique. Elle n'est donnée que pour indiquer une direction des recherches que pourrait être amenée à faire une commission mixte math-langues, et n'est qu'une réflexion de l'auteur de ce compte rendu.

LAHOUSSE.

La rentrée 73.

Lors de sa première réunion, le 25 septembre, le Comité Régional a élu son Bureau :

Président-Secrétaire général : Gilbert GRIBONVAL.
Trésorier : VETTICOZ.
Secrétaires : Nicole DERETZ-DUBOIS (organisation des réunions), C. HAMEAU, Josette ADDA (organisation des conférences).

Lors de la seconde réunion, le 16 octobre, le programme suivant a été fixé :

1. *Conférences du samedi à 14 h 30* (Institut Henri-Poincaré)

27 octobre : Des textes et circulaires officiels ou officieux se sont référés à plusieurs reprises au « travail indépendant », en quoi peut-il consister? Quels problèmes théoriques ou pratiques soulève-t-il?

Conférence de M. Robert QUINOT suivie d'un débat.

8 décembre : Interprétations du calcul dans les anneaux commutatifs; exposé de M. Adrien DOUADY, qui n'exige pas de connaissances très théoriques pour sa compréhension.

2. *Commissions de la Régionale*

1° Mardi 6 novembre 1973 à 20 h 30 : Structures.
2° Mardi 13 novembre 1973 à 20 h 30 : Contenu de l'enseignement.
3° Mardi 20 novembre 1973 à 20 h 30 : Formation des maîtres.
4° Mardi 27 novembre 1973 à 20 h 30 : C.E.T.

Ces réunions ont lieu dans le local de l'A.P.M.E.P., 13, rue du Jura, Paris-13e (Métro Gobelins). Chaque commission fixera les dates de ses réunions ultérieures.

A propos des *Chantiers de Pédagogie Mathématique*

Les lecteurs de ces *Chantiers* savent l'un de leurs défauts : leur irrégularité, le retard qu'ils ont pris et qui est allé en augmentant. Si bien que des lecteurs trop scrupuleux ont cru être en retard de leurs réabonnements : plusieurs dizaines de Collègues qui avaient déjà versé le réabonnement 1972-73 (Nos 25 à 30) et rempli les étiquettes jaunes, nous ont adressé un nouveau virement : quand nous avons pu vérifier que leur réabonnement était bien enregistré, nous n'avons pas mis leur chèque en recouvrement. Que ces Collègues excusent doublement notre retard; nous n'avons pas voulu qu'ils paient deux fois pour une revue... qui ne paraît pas.

Qui paraît enfin : ce no 27-28, daté automne 73, alors qu'il aurait dû paraître au printemps.

Il reste à savoir si nous pourrons faire paraître le numéro double 29-30. Devant une situation difficile (le faible nombre des abonnements), le Comité Régional envisage de modifier la formule.

Un bulletin réduit de quelques pages paraîtra deux fois par trimestre à partir de janvier et fournira les informations rapides qui faisaient l'objet de circulaires. Des numéros spéciaux sur des sujets choisis selon les circonstances seront plus développés.

Pour les abonnés 1972-73 qui, avec les bulletins 25-26 et 27-28 n'auront pas reçu l'ensemble pour lequel ils avaient souscrit recevront automatiquement les bulletins réduits de l'année 1974. ainsi que le premier numéro spécial dont le thème n'est pas encore fixé.

L'équipe constituée par Evariste DUPONT, K. MIZAR, William MOUNTEBANK et G.W., consciente d'avoir abusé de la patience des lecteurs des **Chantiers,** les remercie de leur indulgence.

Elle les invite à exprimer leurs critiques ou suggestions au Président de la Régionale Parisienne, 13, rue du Jura, 75013 PARIS.

Le bloc-notes de la Régionale où nous réunissons des échos variés sur l'actualité pédagogique et sur les activités propres de notre Régionale.

1. Enseignements de l'UER de didactique des disciplines (Paris VII).

U.V. de 2e Cycle

validables dans les maîtrises après accord des U.E.R. responsables, et ouvertes aux enseignants ou formateurs abordant pour la première fois les thèmes traités :

* DA 421, 422, 423 : Logique appliquée à l'étude des textes mathématiques.
* DA 428 : Problèmes relatifs à la programmation d'un enseignement.
* DA 430 : Problèmes d'évaluation en pédagogie.
* DA 432 : Problèmes institutionnels en pédagogie.
* DA 434 : Problèmes de psychologie en pédagogie.

Séminaires, groupes de travail, colloques, etc., pour le développement de la recherche didactique. Ces activités sont regroupées sous le code :

* DA 501 : *Initiation à la recherche didactique.*

Prévus pour 1973-74 (ouverts en fonction du nombre des inscrits, sans préjuger des activités qui pourraient être mises en place pour répondre à des demandes ultérieures).

Annuel ou semestriel :

* Évaluation de la Formation.
* Organisation du travail « indépendant » de l'élève : théorie et pratique du guidage d'activités autonomes.
* Analyse du comportement de classes de mathématiques.
* Exercices, problèmes et programmation dans l'enseignement des mathématiques.

Regroupés sur quelques jours :

* Problèmes didactiques relevant à la fois de la psychologie, de la linguistique et des mathématiques.
* Les mathématiques comme instrument de sélection.

Compléments de formation pour aider les enseignants, formateurs et éducateurs dans l'exercice de leur fonction, regroupés sous le code :

* DA 910 : *Compléments de formation pour enseignants et éducateurs.*
  * Initiation à la logique mathématique.
  * Logique et langage mathématique.

Voici quelques détails sur ces diverses activités.

1.1. Évaluation de la formation

Enseignant responsable : Janine FREICHE.
Enseignement : 2e semestre, le mardi de 18 h 30 à 20 h 30.

Organisation :
Première séance : } L'organisation définitive, la première séance et la salle seront indiquées ultérieurement.
Lieu :

Public : Praticiens de la formation : enseignants, formateurs en milieu industriel ou rural : apprentis-chercheurs en éducation.
Effectif : 20 personnes.

Contenu de l'enseignement :

1° Définition de l'évaluation.

2° Dimensions constitutives de l'évaluation.

3° Domaines d'application de l'évaluation en pédagogie.

4° Les modèles d'évaluation :
— évolution historique,
— relation avec les objectifs et les modèles pédagogiques.

5° Méthodologie de l'évaluation « expérimentale » :
— principes,
— méthodes,
— outils.

6° Problèmes liés à l'évaluation :
— de type scientifique,
— de type psychosociologique,
— de type institutionnel.

Organisation de l'enseignement :

Apports théoriques par l'animateur du séminaire et des experts extérieurs (universitaires ou formateurs d'entreprise) combinés à des travaux en petits groupes auto-dirigés.

1.2. Le travail « indépendant » de l'élève : théorie et pratique du guidage d'activités autonomes

Discipline : Intéresse toutes les disciplines mais des exemples d'application sont particulièrement prévus en mathématiques et en biologie.
Enseignant responsable : Robert QUINOT.
Enseignement annuel : Le mercredi de 17 h 30 à 19 h.
Première séance : Le mercredi 14 novembre 1973.
Lieu : Université Paris-VII, 2, place Jussieu, Paris-5e. La salle sera indiquée ultérieurement.
Public souhaité : Professeurs des enseignements secondaires.
Effectif maximum : 20 personnes.
Prérequis : Enseignants en exercice effectuant dans leur classe des expériences de travail indépendant.

Contenu de l'enseignement :

Une part importante du temps de travail de l'élève peut être consacrée à des activités autonomes dont la fécondité est constamment affirmée.

Le guidage de ces activités pose des problèmes liés à la communication de l'information, à son accueil et à son traitement par le sujet, ainsi qu'à la compatibilité entre un modèle d'organisation de l'acquisition des connaissances et les cheminements autonomes du sujet qui matérialisent des processus d'acquisition diversifiés.

Quel serait l'apport méthodologique d'un dispositif didactique qui aurait pour fonction principale de gérer des activités autonomes sur un réseau d'étapes permettant à l'élève d'adapter sa progression en fonction de ses motivations et de ses compétences, de s'auto-évaluer à partir de situations — problèmes types et de recevoir en retour les instructions appropriées à la poursuite de son projet?

Est-il possible et souhaitable de matérialiser un tel dispositif, d'en standardiser les éléments de base (particulièrement supports d'information et aides didactiques), d'y associer des procédés spécifiques (instructions enregistrées sur bande magnétique par exemple), de faire des prévisions sur la nature et la forme de la production des sujets au terme de chaque étape?

Trois directions de recherche seraient entreprises :

— recueil des « bonnes pages » des domaines théoriques concernés;

— étude critique de quelques « Unités de travail autonome » actuellement à l'essai,

— élaboration expérimentale d'un dispositif didactique.

Modalités de l'enseignement :

On utiliserait, entre autres, les méthodes de base de l'enseignement programmé pour cette programmation d'un enseignement en choisissant d'ouvrir de préférence deux ateliers, un en mathématiques, l'autre en biologie.

1.3. Analyse du comportement de classes de Mathématiques

Analyse d'erreurs et réflexions sur les difficultés de communications dans l'enseignement des mathématiques (en particulier à partir de l'observation et la critique de classes filmées).

Enseignant responsable : Josette ADDA.

Enseignement annuel

Organisation : Le jeudi de 17 h 30 à 19 h 30, une semaine sur deux.

Première séance : Jeudi 15 novembre 1973.

Lieu : Université Paris-VII, 2, place Jussieu, Paris-5e. La salle sera indiquée ultérieurement.

Effectif : 30 personnes.

Finalités et limites : Cet enseignement vise à apporter aux enseignants de mathématiques, un complément de formation dans un domaine essentiel professionnellement : celui de l'*animation de la classe.*

Il ne saurait remplacer le stage en responsabilité de l'étudiant qui peut seul remplir le rôle des « travaux pratiques » dans la formation d'un enseignant, mais les conditions du stage, tel qu'il est organisé actuellement, ne permettent pas toujours de connaître suffisamment de modes d'enseignements différents et, surtout, la réflexion sur une séance de cours n'est, en général, pas suffisamment poussée.

Ce ne sera pas un enseignement général sur l'animation des groupes ou sur les méthodes d'enseignement. Il y sera traité des aspects spécifiques des « cours » de *mathématiques.*

Public concerné : Professeurs de mathématiques en exercice, instituteurs ayant suivi une formation continue en mathématiques et s'occupant d'expérimentation pédagogique, étudiants de fin de maîtrise de mathématiques désirant des compléments de formation pédagogique, conseillers d'orientation scolaire ayant suivi des séances de « recyclage » en mathématiques et s'intéressant aux difficultés scolaires en cette matière.

Il est très vivement souhaité que le groupe comprenne effectivement des participants de chacune de ces catégories et que le travail permette des *échanges* réels:

— entre jeunes étudiants n'ayant pas encore enseigné et professeurs de mathématiques ou instituteurs expérimentés,

— entre enseignants et conseillers d'orientation.

Modalités de travail: Le travail consistera, après avoir suivi *une classe de mathématiques*, à faire, en groupe, une *analyse* de la séance observée. Le plus souvent, pour des raisons de commodité, on utilisera des *films*, mais on pourra peut-être aussi, si le nombre des participants n'est pas trop élevé, aller assister quelquefois au cours de l'un d'entre nous.

— On sera amené à observer les différents *modes d'organisation d'un cours* (cours magistraux, travail sur fiches, problèmes ouverts à partir de thèmes, etc.).

— On s'intéressera surtout aux « méthodes actives » et aux différents *modes d'animation de la classe* (animation globale de toute la classe, interrogations d'élèves, travaux individuels, travaux par groupes, etc.).

— On observera la *communication maîtres-élèves* dans des cas d'enseignements « directifs » et « non-directifs » (et on sera d'ailleurs souvent amené à s'interroger sur le comportement effectif de certains maîtres qui se croient « non-directifs »).

— L'analyse des *malentendus* et des *erreurs* est l'un des aspects les plus importants du rôle du maître de mathématiques; on essaiera de réfléchir sur les causes d'incompréhension et sur les possibilités d'exploitation positive des erreurs. Il pourra être nécessaire de préciser certains points d'ordre mathématique ou métamathématique. Dans certains cas, si cela s'avère nécessaire, un bref *rappel théorique* sera fait et une *bibliographie* pourra être indiquée en chaque circonstance.

Note: Les films (bien que très fidèles et conçus comme « témoignages » présentent l'inconvénient de déformer un peu la situation réelle; dans la mesure du possible, nous préciserons, grâce à la collaboration des réalisateurs de ces films, les conditions exactes de tournage (durée réelle du cours complet, chapitres précédents, etc.) et nous essayerons, dans les cas d'expériences pédagogiques particulièrement intéressantes d'obtenir la participation du professeur filmé.

1.4. Exercices, évaluation et programmation dans un enseignement de Mathématiques

Enseignant responsable: Daniel LACOMBE.

Enseignement annuel: Le lundi de 18 h à 20 h (cet horaire pourra éventuellement être modifié si une majorité de participants le demande).

Lieu: Université Paris-VII, 2, place Jussieu, Paris-5e, Tour Centrale, 7e étage, pièce 708.

Première séance: Lundi 12 novembre 1973.

Public: Enseignants (principalement des enseignements secondaires et supérieurs, formateurs, chercheurs en didactique...).

Effectif: 30 personnes.

Prérequis: Expérience d'un enseignement de mathématique. Connaissances de mathématiques correspondant au minimum à une licence (première année de maîtrise de mathématiques. Si possible, connaissances élémentaires en logique mathématique).

Contenu et forme de l'enseignement :

Exposés, comptes rendus, discussions. Tous les problèmes, même généraux, seront traités à l'aide d'exemples particuliers. Le séminaire devrait rapidement aboutir à l'organisation de certaines recherches (confection d'exercices ou de programmes, expériences sur le terrain, etc.).

1.5. Initiation à la logique mathématique

Enseignant responsable : Josette ADDA.

Enseignement annuel

Organisation envisagée : Séances de trois heures un mercredi sur deux de 14 h à 17 h (l'organisation définitive sera arrêtée avec les participants).

Première séance : Mercredi 7 novembre 1973.

Lieu : Université Paris-VII, 2, place Jussieu, Paris-5e, Tour 45, 1er étage, couloir 45-46, salle 07.

Public : Cet enseignement concerne particulièrement les personnes qui s'intéressent soit aux problèmes de la pensée logique, soit au langage mathématique, donc aux enseignants (surtout enseignement élémentaire et premier cycle du secondaire) de mathématiques, aux conseillers d'orientation, aux chercheurs en psychologie, en linguistique, etc.

Effectif : 20 personnes.

Prérequis : On ne suppose aucune connaissance préalable.

Contenu de l'enseignement :

Programme de base envisagé :

— Connecteurs logiques (et comparaison avec le langage usuel et le calcul binaire).

— Formes normales, systèmes d'opérations booléennes (avec, éventuellement, applications à des problèmes de circuits).

— Énoncés quantifiés (et analyse de certaines erreurs de raisonnement).

— Opérations sur les parties d'un ensemble.

— Structures algébriques, morphismes.

Organisation de l'enseignement :

L'enseignement consiste à faire travailler les participants par petits groupes. Le rythme et l'évolution du travail seront fonction du groupe (centre d'intérêts, questions posées, etc.).

1.6. Logique et langage mathématique

Enseignants responsables : Daniel LACOMBE, Jean-Pierre AZRA.

Horaire : En soirée, jour de la semaine, périodicité et durée à déterminer avec les participants.

Lieu : Université Paris-VII, 2, place Jussieu, Paris-5e.

Première séance : Vendredi 30 novembre 1973 à 20 h, Université Paris-VII, 2, place Jussieu, Paris-5e, Tour Centrale, 7e étage, pièce 708, pour arrêter horaire et certains détails du programme.

Public : Enseignants et chercheurs ayant déjà une formation mathématique et désirant compléter leurs connaissances en logique afin de mieux dominer certains problèmes.

Effectif : 30 personnes.

Prérequis : Posséder des connaissances en mathématiques correspondant approximativement au premier cycle de l'enseignement supérieur (orientation mathématique).

Contenu de l'enseignement :

Calcul propositionnel, calcul des prédicats, théories axiomatiques, éléments de la théorie de l'indécidabilité.

U.V. de 2e Cycle

1.7. DA 421, 422, 423, Logique appliquée à l étude de textes mathématiques

Discipline : Mathématiques et linguistique.

Enseignant responsable : Daniel LACOMBE.

Enseignement annuel : T.D. : mercredi de 17 h 30 à 19 h 30. Cours : mercredi de 20 h à 22 h. (On pourra intervertir cours et T.D. si une majorité de participants le demande).

Organisation : La salle et la date du premier cours seront communiquées ultérieurement.

Lieu : Université Paris-VII, 2, place Jussieu, Paris-5e.

Effectif maximum : 30 personnes pour les T.D.

Prérequis : Connaissance mathématique générale du niveau approximatif de la Licence (première année de la maîtrise de mathématiques). Connaissance de logique correspondant à peu près au contenu de l'enseignement « Logique et théories axiomatiques »; un rattrapage en logique pourra éventuellement être organisé pour les étudiants de Formation Permanente. Aucune connaissance préalable en linguistique n'est nécessaire.

Contenu de l'enseignement :

On se propose d'étudier les textes mathématiques réels (manuels scolaires, traités, articles de revues, etc.) en repérant les différents niveaux linguistiques (mathématique, métamathématique, etc.), les différents langages utilisés (langue « usuelle », langues « formalisées », etc.) et les différentes modes d'expression des principales opérations logico-mathématiques.

On essaiera de formuler les questions essentielles, d'ordre syntaxique et sémantique. On insistera chaque fois sur les imprécisions, ambiguïtés, confusions, abus de langage, et erreurs logico-linguistiques en général qui suscitent des difficultés d'ordre pédagogique.

On tentera d'aborder le problème de fond, à savoir le phénomène d'incompréhension dans l'enseignement, sans esquiver son aspect politique.

Modalités d'enseignement :

Le cours magistral revêtira une forme classique (dogmatique et structurée), peut-être agrémentée de discussions. Les Travaux Dirigés seront consacrés à des études de textes mathématiques (de toutes natures et de tous niveaux).

2. Formation permanente à Paris VI.

L'Université Paris-VI organisera pendant l'année scolaire 1973-1974 un cours de perfectionnement de mathématiques destiné aux Professeurs de mathématiques et aux Professeurs de physique des Lycées.

Ce cours comportera des questions d'algèbre et d'analyse, utiles à connaître aussi bien pour une meilleure compréhension des programmes de mathématiques que pour une meilleure utilisation des mathématiques dans l'enseignement des sciences physiques (Compléments d'algèbre linéaire, Espaces vectoriels normés,

Espaces de Hilbert, Éléments de théorie de l'intégration et application aux probabilités).

Il aura lieu le mercredi après-midi à l'Université Paris-VI (entrée place Jussieu). Il débutera en principe le 7 novembre 1973.

A titre d'essai, le nombre de participants est limité à 10 professeurs de mathématiques et 10 professeurs de physique. Les personnes intéressées sont priées de bien vouloir se faire connaître en écrivant à M. le Président de l'Université Paris-VI (à l'attention de M. le Prof. BASS, U.E.R. 47 de Mathématiques).

3. Seminaire " Mathématiques, mathématiciens et société " (Université Paris-Sud).

Le séminaire aura lieu à Orsay, bâtiment 425, salle 121-123 les *mercredis à 16 h 30 à partir du 9 janvier 1974.*

Les exposés seront suivis de discussions. Tous les participants sont invités à *préparer des interventions* sur les sujets traités.

9 et 16 janvier 1974. — « Mathématiques, Latin et sélection des Élites » (P. SAMUEL).

23 et 30 janvier 1974; 6 février. — « Ce que les mathématiciens appellent Mathématiques appliquées » (DACUNHA CASTELLE) + Éventuellement « Mathématiques et Applications » (J.-M. BONY).

20 et 27 février. — « Femmes et mathématiques » (des femmes mathématiciennes).

6 mars. — « La mode en Mathématiques » (BIZE-SENTENAC).

13 et 20 mars. — « Mathématiques et Idéologie » (DUHAMEL-HENRY) + Éventuellement « Idéologie et pratique de la recherche mathématiques » (MISCHLER).

Sujets qui seront traités ultérieurement :

— « Mathématiques et Sciences sociales » (SIBONY).
— « Mathématiques et pays sous-développés » (DACUNHA CASTELLE).

Éventuellement :

— « Connotations idéologiques du vocabulaire mathématique » (P. SAMUEL).
— « Mathématiques et armements ».
— « La résistance aux Mathématiques modernes ».
— « Mathématiques et Économie » (ARDITTI).

Si M. MESSMER lisait les bulletins et les brochures de l'A.P.M.E.P. il y aurait des discours qu'il ne pourrait plus prononcer. Quel dommage !

Supplément au Bulletin de l'A.P.M.E.P. n° décembre 1973

Printed in France *Le Directeur de la publication :* G. WALUSINSKI

FD - Imp. Alençonnaise, B.P. 57, 61002-Alençon - Dépôt légal 1973 : 75.538 - C.P.P.P. 35.996