chantiers de pédagogie mathématique

Bulletin de la Régionale Parisienne – Décembre 1975 – CAHIER 35

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

Sommaire

1 : Vie de la Régionale.

1 : — Rapport de la Commission « Examens et Docimologie ».
— Compte rendu de la Commission « Étude critique de manuels ».
— Lettre au Comité International des Mathématiciens.
— Lettre au Recteur de l'Académie de Versailles.
— Compte rendu de la rencontre du 25 octore sur le travail en équipes.

7 : Les Pb. de la R.P.

8 : Mathématiques — Mystères — Mystification.

13 : Stages sur « l'Analyse dans le Second Cycle ».
— quelques questions à propos d'un stage,
— avis d'une participante au stage national.

16 : Les finalités de l'enseignement des mathématiques — Conférence de M. FREUDENTHAL en avril 1975 à l'Université Paris VII.

Vie de la Régionale

A. — Rapport de la commission « Examens et Docimologie » de la Régionale Parisienne de l'A.P.M.E.P. (octobre 1975)

1. — Historique des circonstances qui ont amené la constitution de cette commission

Après l'écrit du baccalauréat en juin 1975, notre régionale a été saisie par lettre et téléphone d'une plainte du président du Conseil Départemental des parents d'élèves de l'enseignement public de Paris (Fédération Cornec) au nom des sections de 7 établissements à propos du sujet de mathématiques proposé aux élèves de Terminale C.

Le Bureau est immédiatement intervenu auprès de la Commission Recto-

rale du Baccalauréat et nous avons appris que la Commission des barêmes s'était réunie la veille (signalons que, contrairement aux années précédentes, notre association n'y avait pas été conviée).

Nous avons fait part à M. l'Inspecteur BOUEZ de nos critiques concernant ce sujet et, malgré des réserves, nous avons considéré que nous pouvions admettre que le barême établi permettait probablement de réduire les dégâts.

Le Bureau a décidé de constituer une Commission pour définir la politique ultérieure de la Régionale vis-à-vis des épreuves d'examen.

2. — Rapport sur les critiques faites à l'épreuve du bac de Terminale C

La principale critique porte sur la longueur : il est aberrant de proposer au baccalauréat un texte de 5 pages (comme au C.A.P.E.S. ou à l'Agrégation); quelle que soit la difficulté du problème, les élèves seront paniqués et ce ne sont pas les meilleurs (ceux qui, intelligemment, lisent le texte jusqu'au bout avant de commencer) qui auront pu avancer tranquillement à travers la suite de questions.

L'importance (dans la quotation annoncée) relative des exercices et du problème ne faisaient que renforcer ce malaise : d'ordinaire chacun des deux exercices préalables est quoté plus de 3 points.

Les critiques ont également souligné que le texte ne porte que sur une faible partie du programme et que certaines questions sont à la limite de ce programme (la présentation de la fonction du 1er exercice est inhabituelle pour les lycéens). De plus, le 2e exercice, astucieux, est considéré comme un véritable piège pour les élèves un peu étourdis ou troublés et la plupart des candidats n'étaient pas préparés à des questions du type du III. Le barême adopté, certes, n'a pratiquement pas tenu compte de cette partie III (ce qui est d'ailleurs en contradiction avec l'intention apparente des auteurs d'interroger sur les probabilités). Nous apprécions les efforts qui ont été faits dans le choix du barême pour améliorer, statistiquement, le rendement de l'épreuve et nous prenons note que les résultats finaux donnent 68,46 % de reçus à la session de juin 1975 (pour 70,9 % en 1974).

Nous remarquons que l'on est dans la situation où se trouve notée sur 19 une épreuve constituée par les exercices 1 et 2 et les parties I et II du problème (soit les pages 1, 2 et 3 incomplète), mais qu'il n'est pas possible d'assurer que les élèves ayant obtenu la moyenne dans ces conditions soient les mêmes que ceux qui l'auraient obtenue dans une épreuve clairement constituée des parties ci-dessus citées et d'elles seulement. Si certains élèves ont pu peut-être « grappiller » quelques points supplémentaires dans le III, nous pensons que plus nombreux sont ceux que l'impression de longueur aura traumatisés...

Nous ne nions pas l'intérêt de ce sujet en tant que texte de problème (et non d'examen) mais nous tenons à rappeler d'une part qu'un texte d'examen n'est pas une publication signée et que ses auteurs n'ont pas à y rechercher l'originalité, et d'autre part, que s'il s'impose indéniablement que les pouvoirs publics se chargent de fournir aux enseignants des matériaux comme, par exemple, des idées de problèmes et de thèmes à développer, il ne saurait être question, à notre avis, d'utiliser les épreuves d'examen pour remplir cette fonction d'information.

3. — Avenir de la Commission

La Commission a décidé de tenir d'autres réunions pour discuter au fond du problème du baccalauréat et des examens de manière générale ainsi que de la question d'une participation de l'A.P.M.E.P. aux commissions officielles de choix des sujets et des barêmes.

B. — Compte rendu de la commission « Etudes critiques de manuels »

Deux réunions avant l'été : participation faible.
Une réunion après l'été : participation nulle.

Manuels, fiches, littérature sur un sujet pourraient cesser d'être la « bible », ou être démythifiés, si chacun prenait pour ses élèves et pour soi l'habitude d'en utiliser plusieurs; la bibliothèque des élèves, comme celle des professeurs devrait aussi contenir tous les modèles du genre, et les élèves, moins conditionnés que nous, ayant encore un solide esprit d'analyse et de critique, apprendraient à lire un livre de maths et à s'en servir. Pourquoi *un* manuel imposé pour la classe et *un seul?*

C. — Lettre au Comité International des Mathématiciens

A.P.M.E.P.,
Régionale Parisienne
de l'Association des Professeurs
de Mathématiques
de l'Enseignement Public

Paris le 20 octobre 1975

Monsieur Laurent SCHWARTZ,
Comité International des
Mathématiciens

Cher Monsieur,

Le Bureau de la Régionale Parisienne de l'A.P.M.E.P. a décidé d'apporter son soutien au Comité International des Mathématiciens pour la libération de Leonid PLIOUTCH. Nous vous prions de compter sur notre aide en tout ce que vous pourriez entreprendre pour le sauver. Nous n'avons pu, à temps, y appeler tous nos adhérents, mais les membres du Bureau (et tous les collègues qu'ils ont contacté personnellement) assisteront au meeting du 23 octobre dont nous espérons qu'il manifestera la solidarité de très nombreux participants.

Avec toute notre sympathie.

Pour la Régionale Parisienne,
La Présidente: Josette ADDA.

D. — Lettre au Recteur de l'Académie de Versailles

A.P.M.E.P.
Régionale Parisienne
de l'Association des Professeurs
de Mathématiques
de l'Enseignement Public

Paris le 15 octobre 1975

Monsieur le Recteur de l'Académie de
Versailles, 45, av. des États-Unis,
78000 Versailles

Monsieur le Recteur,

Nous avons l'honneur de porter à votre connaissance que nous avons été informés, par des plaintes de parents d'élèves, du fait que plusieurs postes de professeurs de mathématiques de votre Académie ne sont pas encore pourvus à la mi-octobre. Nous sommes d'autant plus surpris que nous savons que de nombreux maîtres auxiliaires de mathématiques n'ont pas retrouvé d'emploi.

Nous nous permettons d'insister auprès de vous pour qu'il soit mis fin rapidement à un état de choses aussi préjudiciable aux élèves.

Veuillez agréer, Monsieur le Recteur, l'expression de ma considération respectueuse.

Pour le Bureau de la Régionale,
La Présidente : Josette ADDA.

P.S. : Vue l'urgence, nous nous permettons de communiquer cette lettre à la presse.

Le Monde : 5, rue des Italiens, 75427 Paris, Cédex 09.
Le Figaro : 14, Rond Point des Champs-Élysées, 75008 Paris.
France-Soir : 100, rue Réaumur, 75002 Paris.
Le Quotidien de Paris : 107, avenue Parmentier, 75011 Paris.
Libération : 27, rue de Lorraine, 75019 Paris.

E. — Compte rendu de la rencontre du 25 octobre 1975 sur le travail en équipes

(Gérard RAPEGNO)

Des enseignants de tous niveaux, s'intéressant au travail en équipes (de maîtres), ont répondu à l'appel de la circulaire du bulletin n° 34 et se sont retrouvés à l'Institut Henri-Poincaré.

Au début, chacun a pu indiquer son secteur géographique et exposer brièvement ce qu'il avait déjà fait et ce qu'il désirait faire. La moitié environ des participants avaient déjà travaillé en équipes. Mais les expériences étaient très diverses, allant du tandem disciplinaire ou bidisciplinaire (ou par niveau à l'école élémentaire) jusqu'au groupe de plus de dix personnes, travaillant le plus souvent dans un cadre institutionnel (I.N.R.D.P., I.R.E.M. (*), etc.).

Nous ne pouvons rendre compte de toutes ces expériences. A titre d'exemple, une de nos collègues à bien voulu rédiger son intervention à cette séance.

Récit d'expérience de travaux d'équipe
(Nicole CHOUCHAN).

A. — Pluridisciplinarité

1) Au sein d'un groupe de coordination français-mathématique de l'I.N.R.D.P., trois équipes, comprenant chacune un professeur de français et un professeur de mathématique, ont travaillé deux ans de suite dans trois Sixièmes, puis trois Cinquièmes; chaque équipe à gardé sa classe deux ans.

Les professeurs de français avaient établi ensemble une progression, les professeurs de mathématique les rejoignaient pour des études de classement, de phrases, de définitions, de déterminants, de mots, et, ou; la 2e année, en cinquième, ma collègue de français et moi avons particulièrement essayé d'étudier les notions d'antériorité, de conséquence.

Le professeur de français s'intéressait au jeu de l'oie. Elle en a discuté avec les élèves, qui ont, avec l'aide du *professeur de dessin*, confectionné leur propre jeu de l'oie, en essayant de respecter les règles de répartition des cases et leur numérotage; c'étaient plutôt des bandes dessinées relatant une histoire, pleine d'aventures et de mésaventures.

Étude ensuite de 2 cases particulières, réflexion à cette occasion sur l'antériorité d'un événement par rapport à un autre, sur « et » indiquant plus souvent dans les phrases des élèves la conséquence que la simultanéité.

Puis, avec le professeur de mathématique, étude de l'ordre entre les cases du jeu, de l'ordre entre les cases correspondant à une partie jouée en classe, où toutes les étapes étaient notées, ainsi que la partie de dés associée nécessairement à ce jeu, et l'intervention de ces dés (jouer 3 peut aussi bien faire avancer de 3 cases, pour un jeu ultérieur, qu'envoyer dans une case où on sera obligé de laisser passer un tour, ...). Antériorité dans la suite des événements, antériorité dans l'ensemble des cases, indiquent ainsi des ordres différents dans des ensembles différents... Ordre au sens mathématique? Nous avons essayé de voir dans chacune des études des élèves si on retrouvait, ou non, toutes les propriétés de la relation d'ordre.

(*) N.D.L.R. : M. REVUZ, directeur de l'I.R.E.M. de Paris qui assistait à cette rencontre, nous a décrit les différents types de groupes fonctionnant à l'I.R.E.M. Nous pensons pouvoir publier plus de détails et les modalités d'inscription pour l'année 1976-77 dans un prochain bulletin.

2) Une autre recherche, toujours en 5e, avec ces élèves que nous connaissions bien depuis un an, en début d'année, nous avons proposé, en guise de révision, et aussi en leur expliquant qu'ils contribuaient à une recherche que nous faisions, dans nos trois classes d'étudier des manuels de Sixième.

Nous avons mis à leur disposition un grand nombre de manuels de Sixième, sur lesquels ils ont travaillé en équipe, plusieurs semaines (en TD), choisissant d'abord sans autre critère, celui qui les attirait le plus, puis le chapitre qu'ils voulaient.

Ils ont étudié ce chapitre, en se référant à leurs souvenirs, ou en essayant de perfectionner leur connaissance, ou en voulant découvrir une notion non étudiée en Sixième (la vitesse, par exemple); certains ont fait ensuite des comparaisons de manuels, utilisant leur sens critique.

Puis nous les avons interviewé, par équipe, et aussi individuellement, nous avons fait des séances de synthèse en classe entière, et nous avons recueilli une étude des manuels de mathématique d'une grande pertinence : les mots non expliqués, les phrases redondantes, les dessins trop chargés, etc. et aussi les explications les plus claires, leur compréhension des exercices; beaucoup ont ressenti le bien d'une révision avec un autre langage que celui de leur professeur. Inutile de dire que notre révision du programme de Sixième s'est faite ainsi sans aucune lassitude; pour tous, cela a été l'occasion d'un approfondissement des notions.

3) Il m'est arrivé aussi d'être témoin en classe de *Sciences Naturelles* d'une recherche des élèves sur le classement des arthropodes, où l'outil mathématique était au service de cette recherche fondée sur un certain nombre de critères (nombre de pattes, etc.).

B. — Echanges Math Math

1) Échanges de ma classe de Sixième avec une classe de Sixième de Rouen. Fiches inventées par mes élèves, qui fournissaient aussi les corrigés (cela me paraît essentiel pour que des questions posées ne soient pas simplement des pièges envoyés à d'autres), et vice-versa. Réponses aux fiches reçues, critiques par les élèves de Rouen des questions mal posées ici, et vice-versa. Même des critiques d'ordre orthographique.

Réflexion entre les deux professeurs de math des deux classes sur les réactions des uns et des autres, les notions données n'étant pas forcément les mêmes. Nos élèves amélioraient considérablement leurs acquisitions par ces questions et ces réponses.

2) Échanges entre deux classes voisines A et B, quelques élèves d'un groupe de la classe A venant remplacer quelques élèves d'un groupe de la classe B, les élèves de A racontant les recherches propres à leur classe, ou posant des exercices aux élèves de B; et inversement. Là aussi les notions étaient introduites différemment par ma collègue et par moi,

nos langages étant différents; cet échange a été fructueux sur le plan des acquisitions, et aussi en permettant à certains élèves de B, trop timides, de se revaloriser chez les élèves de A, et vice-versa.

. . . . . .

Tous ces travaux d'équipe ne sont possibles que dans un établissement où l'administration fait confiance aux enseignants qui les souhaitent. Ils sont impraticables dans le cas où ces « méthodes de travail ne conviennent pas à un établissement aux cloisons légères »...

Comme le laisse entendre la fin de cette intervention, la discussion s'est ensuite orientée vers les difficultés du travail en équipes. Ont été évoquées les contraintes matérielles, institutionnelles et aussi psychologiques qu'il est nécessaire de vaincre pour amorcer et continuer un travail d'équipe.

Un collègue a fait à ce propos la remarque suivante : il connaît des équipes qui ont échoué à cause de la contrainte trop grande que faisaient subir à la minorité des décisions prises par la majorité. Il estime que du travail d'équipe ne doivent pas sortir des contraintes individuelles.

A suivi une discussion sur le soutien que peut apporter la régionale aux équipes constituées ou à constituer et dont il a paru ressortir que les équipes s'organisent à partir de contacts individuels et d'initiatives locales et que le rôle de la régionale doit être modeste : organiser des rencontres, susciter des échanges dans le bulletin (on a parlé de « petites annonces » (**)).

A la fin de la réunion, des petits groupes de deux ou trois personnes se sont formés en fonction d'affinités diverses : niveau d'enseignement, type de travail d'équipe, coïncidences géographiques. Ici et là on a commencé à envisager des actions communes possibles.

Les P.B. de la R.P.

La rubrique des « problèmes de l'A.P.M.E.P. », qui paraît dans le Bulletin National de l'Association, contient des énoncés toujours intéressants, mais souvent difficiles. C'est pourquoi nous ouvrons ici cette nouvelle rubrique : les PB de la RP, ce sont bien sûr les problèmes de la Régionale Parisienne.

Les énoncés que nous publierons devront, eux aussi, présenter « un certain caractère d'originalité », et un certain intérêt, qu'il s'agisse de la méthode à mettre en œuvre pour les résoudre, ou du résultat obtenu. Il conviendrait d'insister sur les descriptions de situations à mathématiser.

Il n'est pas obligatoire que ces problèmes soient absolument inédits. Il

(**) N.D.L.R. : Tout en ne croyant guère à leur efficacité, la rédaction est d'accord pour passer de telles annonces. (Mais attention aux délais.)

suffit qu'ils soient peu connus : le principe inverse est plus facile à énoncer qu'à appliquer.

Enfin, à intérêt égal, on accordera la préférence à l'énoncé le plus élémentaire, sans s'interdire de faire parfois intervenir des connaissances excédant le programme de Terminale C. Certains énoncés devront pouvoir être utilisés dans nos classes.

En attendant vos contributions, critiques et suggestions, j'ouvre le feu :

PB 1. — Soient a et b deux entiers naturels premiers entre eux. Soit S la partie stable de (N, +) engendrée par a et b. Montrer que S contient tous les entiers naturels à partir d'un certain d'entre eux, n_0, que l'on calculera en fonction de a et b.

PB2. — Soit un quadrilatère convexe ABCD. On donne les angles : $\widehat{BAC} = 60^0$, $\widehat{CAD} = 20^0$, $\widehat{ABD} = 50^0$, $\widehat{DBC} = 30^0$. Calculer l'angle $\widehat{ACD}$.

PB3. — Un train parcourt un certain trajet à une vitesse moyenne de 100 km /h. Il peut accélérer, ralentir, s'arrêter, mais on supposera qu'il ne fait jamais marche arrière. La durée du trajet, en heures, est égale à t (nombre réel positif). Pour quelles valeurs de t peut-on être certain qu'il existe durant le trajet un laps de temps de une heure pendant laquelle le train a parcouru exactement 100 km?

Adressez toute correspondance concernant cette rubrique à :

Roger CUCULIÈRE, Lycée d'État Mixte,
205, rue de Brément, 93130 Noisy-le-Sec

Mathématiques — Mystères — Mystification

(Gilbert GRIBONVAL)

En octobre 1974 une émission intitulée « Les nombres et leurs mystères » est passée sur la 1re chaîne de télévision. Un participant a fait part à cette occasion d'une découverte qu'il avait faite étant jeune et qui l'avait émerveillé :

(P) | n étant un entier naturel quelconque, n et n^5 écrits en base 10 ont même chiffre des unités (nous dirons aussi dernier chiffre)

On peut en effet découvrir cette propriété en dressant le tableau suivant donnant les derniers chiffres de n, n^2, n^3, n^4, n^5 :

(T)

n	n^2	n^3	n^4	n^5
0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
2	4	8	6	2
3	9	7	1	3
4	6	4	6	4
5	5	5	5	5
6	6	6	6	6
7	9	3	1	7
8	4	2	6	8
9	1	9	1	9

Doit-on parler de mystère? Un résultat paraît mystérieux lorsqu'il choque la raison ou l'intuition. Pour un mathématicien, un résultat peut paraître mystérieux lorsqu'il voudrait y trouver une raison ou lorsqu'il pressent y trouver une raison, mais que cette raison lui échappe. Il fera alors beaucoup d'efforts pour élucider ce mystère.

Le résultat précédent a de quoi étonner à priori, d'autant plus que la propriété (P) n'est pas vraie pour n et n^2, ni pour n et n^3, ni pour n et n^4.

On peut trouver une « raison » au résultat qui peut s'écrire aussi :

(P′) / $\forall n \in \mathbb{N}$, $n^5 \equiv n$ [mod 10].
(P″) / Quel que soit n entier naturel, $n^5 - n$ est divisible par 10.

$n^5 - n$ pouvant se factoriser en $n(n+1)(n-1)(n^2+1)$, on sait que $n(n+1)$ est toujours pair. Il reste alors à remarquer, pour trouver une « raison », que, quel que soit n entier naturel, un des facteurs n, $n+1$, $n-1$, n^2+1 est multiple de 5, ce que le lecteur fera facilement.

Pourquoi cette « raison », qui fait l'objet d'un exercice classique de terminale, n'a-t-elle pas été donnée lors de l'émission? Sans doute parce qu'il fallait entretenir l'idée de mystère. Même sans donner les explications précédentes il était possible de dire qu'elles existaient.

A propos du même exemple, une question vient alors à l'idée. Supposons qu'un exercice demande de démontrer que pour tout entier naturel n, n et n^5 ont même reste dans la division par 10. Le tableau (T) sera-t-il considéré comme une démonstration valable? Il faut espérer que oui, même si certains la trouvent peu élégante.

Dans la même émission il a été question de carrés magiques et un carré fut rempli, avec quelques difficultés d'ailleurs. L'adjectif « magique » évoque

immédiatement le mystère, thème de l'émission. Il ne fallait surtout pas dire que les carrés magiques ont fait couler beaucoup d'encre et sont bien connus actuellement (voir brochure A.P.M.). Le dire aurait été en contradiction avec l'idée de mystère que l'émission voulait entretenir.

Toujours dans la même émission un calculateur prodige a extrait la racine 37e d'un nombre de plus de 200 chiffres et on savait que ce nombre était la puissance 37e d'un entier naturel de 6 chiffres. Il y a de quoi être émerveillé!... ou plutôt mystifié en partie. Jugeons-en :

On sait que $\forall n \in \mathbb{N},\ n \equiv n^5$ [mod 10]. On pourrait alors obtenir aussi :

$$\forall n \in \mathbb{N} : n \equiv n^9 \text{ [mod 10]}$$
$$\vdots$$
$$\forall n \in \mathbb{N} : n \equiv n^{37} \text{ [mod 10] tiens!}$$

Le *seul* dernier chiffre du nombre donné, de plus de 200 chiffres, détermine le dernier chiffre du nombre cherché.

Pourquoi cette remarque levant un peu le voile n'a-t-elle pas été faite? D'autant plus que dans l'émission même on avait l'instrument nécessaire!

Simplifions et proposons-nous de trouver n, n compris entre 10 et 40, connaissant n^5. Soit par exemple $n^5 = 28629151$. D'après la propriété (P) on sait que le chiffre des unités est 1. Il reste à déterminer le chiffre des dizaines. Envisageons alors la suite des puissances 5e des nombres de 10 à 40, mais négligeons les 5 derniers chiffres.

10	1	×××××	20	32	×××××
11	1		21	40	
12	2		22	51	
13	3		23	64	
14	5		24	79	
15	7		25	97	
16	10		26	118	
17	14		27	143	
18	18		28	172	
19	24		29	205	

30	243	×××××
31	286	
32	335	
33	391	
34	454	
35	525	
36	604	
37	693	
38	792	
39	902	
40	1024	

Le nombre de chifftes de n^5 varie de 6 à 9 lorsque n varie de 10 à 40.

(Q) | Il passe de 6 à 7 lorsque n passe de 15 à 16.
Il passe de 7 à 8 lorsque n passe de 25 à 26.
Il passe de 8 à 9 lorsque n passe de 39 à 40.

Le nombre n^5 qu'on s'est donné comporte huit chiffres, n est donc compris entre 26 et 39 — n se terminant par 1, ce ne peut être que *31*.

Mais (Q) ne suffit pas pour déterminer n dans tous les cas. Il y a hésitation pour n^5 ayant huit chiffres lorsque n se termine par 6, 7, 8 ou 9.

Sachant alors que :

(R) | Les puissances 5e de 26, 27, 28, 29 ont leur premier chiffre inférieur à 5.

on est armé pour trouver n, quel que soit n compris entre 10 et 40.

Les règles (P), (Q), (R) donnent une technique fort simple pour déterminer n compris entre 10 et 40, connaissant n^5. Un « calculateur » utilisant cette technique devant un auditoire peu critique fera figure de « prodige ». Il aura mystifié son monde.

Revenons au calculateur de l'émission télévisée. Il a au moins un truc, celui qui permet de trouver le dernier chiffre... sans calcul. Il en a sûrement d'autres, par exemple pour déterminer le premier chiffre :

Pour n ayant six chiffres, le nombre X de chiffres de n^{37} est compris entre 223 et 259. Il peut donc prendre 37 valeurs différentes. Nul doute que la valeur prise par X donne un fort renseignement sur le 1er chiffre du nombre cherché. D'ailleurs notre calculateur a demandé le nombre de chiffres du nombre qu'on lui soumettait; il ne pouvait pas prendre le risque de se tromper en les comptant.

Étudions un peu comment varie X en fonction de p, le premier chiffre de n.

On peut écrire $X = 223 + r$ où $0 \leqslant r < 37$

et

$\log_{10} n^{37} = 222 + \alpha$ où r est la partie entière de α.

Il en réuslte que

$$\boxed{\log_{10} n = 6 + \frac{\alpha}{37}} \qquad (1)$$

p étant le premier chiffre du nombre cherché n,

$$p = 1 \quad \text{signifie que} \quad 10^6 \leqslant n < 2.10^5$$

soit en tenant compte de (1) :

$$\log_{10}{}^1 = 0 \leqslant \frac{\alpha}{37} < \log_{10}{}^2$$

r étant la partie entière de α il en résulte :

$$0 \leqslant r < 37 \log_{10} 2$$

En envisageant alors les différentes valeurs de p on obtient les correspondances suivantes :

p	1	2	3	4	5	6	7	8	9
r	0 1	1 1	7 2	2 2	5 2	8 3	1 3	3 3	5 3 6

Il n'y a alors ambiguité sur p que pour r prenant l'une des valeurs 11, 17 ..., 35.

Cela ne suffit pas bien sûr. Il reste encore quatre chiffres à déterminer après avoir levé les ambiguïtés. Inutile d'entrer dans plus de détails. Je n'ai d'ailleurs pas trouvé le moyen de déterminer les 6 chiffres. Mon objet n'est pas d'enlever du mérite au calculateur qui est sûrement doué d'une formidable mémoire et de grandes possibilités de calcul mental. Il est tout de même dommage qu'il n'ait pas été dit : « y'a des trucs » et qu'il n'en ait été mentionné aucun. Il fallait bien sûr entretenir le mystère.

Quittons l'émission télévisée pour consulter un manuel et envisageons l'énoncé d'exercice suivant qu'on y rencontre :

> Montrer que $E = \{(a, b) \mid a \in \mathbb{R}^*, b \in \mathbb{R}\}$, muni de l'opération T définie par $(a, b)\,T\,(a', b') = (aa', b' + a'b)$ est un groupe.

L'auteur de l'énoncé n'a vraisemblablement pas pris une loi au hasard. E muni de la loi T est isomorphe au groupe des homothéties d'une droite affine. L'auteur, connaissant alors la loi de composition sur les homothéties d'une droite affine, l'a transcrite sur les couples de $\mathbb{R}^* \times \mathbb{R}$. L'origine de l'énoncé est masquée, et en ce sens, il y a mystification.

Le seul intérêt qu'on peut attribuer à un tel énoncé est d'obliger les élèves à utiliser la définition d'une structure de groupe. Mais il y a tellement d'exemples où cette définition est à utiliser qu'on peut fort bien se passer de cet exercice. Éloigner l'énoncé précédent du contexte des homothéties est bien dommage, pour ne pas dire malhonnête.

Beaucoup d'exercices ont des défauts semblables. Ils peuvent prendre un caractère tellement miraculeux qu'ils risquent de dégoûter des mathématiques un certain nombre d'élèves.

Mais la mystification n'existe pas que dans les manuels. La démonstration du théorème des accroissements finis utilise une fonction auxiliaire φ à laquelle on applique le théorème de Rolle.

Par exemple :

$$\varphi(x) = f(x) - f(a) + \frac{f(b) - f(a)}{b - a}(x - a).$$

D'où sort donc cette fonction? Sans doute de la tête du génial professeur qui l'avait définie brutalement sans son support géométrique à un élève que

j'interrogeais. Cette attitude est malhonnête et mystifie l'auditoire. Elle ne fait que laisser croire aux élèves qu'ils ne sont pas assez intelligents pour imaginer une telle fonction. Là encore il y a risque de les dégoûter.

Rappelons alors l'exposé fait par Adrien DOUADY pour la Régionale Parisienne de l'A.P.M.E.P. sur le thème « Méthodes inspirées de l'analyse en algèbre et en arithmétique » (*). Il a donné beaucoup d'exemples de démonstrations d'algèbre inspirées de l'analyse et signalée à cette occasion qu'un esprit malhonnête peut paraître génial lorsqu'il présente sa démonstration d'un point de vue purement algébrique, coupée du support analytique dont elle est issue. Cela s'appelle aussi de la mystification.

Gilbert GRIBONVAL.

Remarque de Josette ADDA :

Ces exemples font bien apparaître comment l'émerveillement est, autant que le dégoût, un symptôme de l'*incompréhension*. Je voudrais ajouter une petite remarque sur le 1er exercice : Si l'on avait proposé au lieu du problème (P), le problème (P') suivant :

| Pour tout $n < 10$, le chiffre des unités de n^5 est égal à n.

Il n'y aurait eu aucun effet de « mystère ». Chacun aurait su qu'il pouvait le « vérifier » par le tableau (T). Donc l'incompréhension porte sur l'équivalence entre les problèmes (P) et (P') : il s'agit des mêmes énoncés mais la quantification universelle de (P') se réfère à un sous-ensemble de $\mathbb{N}$ alors que pour (P) elle se réfère à $\mathbb{N}$. On peut montrer aisément bien sûr pourquoi seul le chiffre des unités est à considérer mais c'est ce lemme « évident » qui, en étant escamoté, provoque l'incompréhension et l'émerveillement. Démontrer explicitement ce qui est admis naturellement et escamoter ce qui est surprenant est l'un des meilleurs procédés de *sélection* utilisés dans l'enseignement des mathématiques.

Stages sur « l'analyse dans le second cycle »

1. — Quelques questions à propos d'un stage

Les professeurs de mathématiques de Terminale C ont été convoqués à des stages de deux jours sur « l'Analyse dans le second cycle ».

— Pourquoi le second cycle est-il limité aux terminales C?

— Pourquoi parle-t-on tant de filtres alors qu'ils ne figurent pas aux programmes de l'enseignement secondaire?

(*) Compte rendu dans le n° 29 des Chantiers de Pédagogie Mathématiques.

— En quoi pourraient-ils aider à la présentation des notions du secondaire qui sont toutes relatives à des espaces métriques (et même à $\mathbb{R}^n$)?

— Pourquoi l'Inspection Générale organise-t-elle des stages scientifiques alors que d'une part les I.R.E.M. sont chargés du recyclage des maîtres et que d'autre part toutes les Universités, qui ont la charge officielle de la formation des maîtres, offrent des enseignements suivis de topologie avec cours et travaux dirigés?

— Que pense-t-on que peuvent tirer de stages groupés de deux jours et que peuvent comprendre les professeurs qui n'ont pas étudié ces notions auparavant?

— A quoi cela peut-il servir aux jeunes professeurs qui viennent de passer à l'Université des certificats de topologie?

— Pourquoi ces stages?

La Présidente de la Régionale Parisienne de l'A.P.M.E.P. avait écrit au Doyen de l'Inspection Générale pour connaître la liste des professeurs convoqués pour animer ces stages et pour demander la permission d'envoyer à la séance de « formation des formateurs » un observateur muet représentant la Régionale « afin de rendre compte à ses adhérents de son déroulement ». Monsieur le Doyen de l'Inspection Générale a répondu qu'il ne possédait pas la liste des professeurs convoqués et qu'ils ne souhaitaient pas la présence d'observateur muet. Pourquoi?

Pour le Bureau de la Régionale,
Josette ADDA.

Nous avons transmis ces questions à notre collègue C. MARTY qui avait été convoquée au « stage national » et a été animatrice de 2 stages départementaux à Paris. Nous publions ci-après son avis.

2. — Avec ou sans filtre

Un stage national de mathématique a eu lieu les 5 et 6 novembre 1975 à Paris. Il était organisé par l'inspection générale de mathématique; les participants étaient les inspecteurs généraux et les inspecteurs pédagogiques régionaux de mathématique, des professeurs de terminale convoqués à raison d'un ou deux par académie, et quelques représentants des I.R.E.M. Le thème était :

« *l'analyse mathématique dans le second cycle* »

L'inspection générale semble avoir pour but de pousser les professeurs de mathématique du second cycle à repenser les notions d'analyse qu'ils enseignent. C'est pourquoi, lors de ce stage national, ont été exposées les notions

de continuité et de limite, dans le cadre de la topologie générale enseignée depuis plusieurs années dans le supérieur.

Mais pourquoi faut-il repenser ces notions de continuité et de limite! La réponse d'un enseignant du secondaire risquerait fort d'être : « parce que ces notions sont délicates, et surtout parce que nous avons bien du mal à les faire assimiler par nos élèves ». A mon grand étonnement, la motivation que j'ai cru déceler durant ce stage était toute autre : « regardez comme les notions de filtre permettent une définition élégante et générale de la limite! ».

Nous avons vu apparaître deux écoles : celle des « filtrophiles » et celle des « filtrophobes », pour employer la terminologie proposée par M. REVUZ. Je dois dire que j'ai constaté une grande offensive des « filtrophiles » (menée par M. RICHE), les « filtrophobes », discrets, se contentant d'obtenir de leurs collègues l'adhésion à la consigne donnée par l'inspection générale aux professeurs du secondaire : « les filtres, étudiez cette question, pensez-y très fort quand vous faites une leçon d'analyse, mais n'en parlez pas! ».

Et les programmes? La question, bien sûr, a été posée : les programmes d'analyse vont-ils changer, se « moderniser » et inclure des notions de topologie? « Sûrement pas dans l'immédiat », répond l'inspection générale. Les programmes ne changent pas; tout au plus peut-on s'attendre à voir apparaître des rectificatifs aux commentaires officiels de ceux-ci.

Ce stage a comporté des exposés extrêmement théoriques, sur un rythme très rapide. J'en ai retiré l'impression d'un grand souci, du côté des organisateurs, de consolider les connaissances en analyse des enseignants. Mais la difficulté majeure à laquelle se heurtent ceux-ci est malheureusement restée dans l'ombre; ils sont amenés à aborder l'étude des fonctions et tracés de courbes le plus tôt possible dans l'enseignement des mathématiques; ils ont donc besoin d'introduire la notion de limite dès la classe de Première, avec des élèves qui sont trop jeunes pour comprendre et manipuler, quelle que soit la présentation choisie, la définition de cette notion.

Je pense que le problème du professeur enseignant l'analyse dans le secondaire, n'est pas de savoir s'il est filtrophile ou filtrophobe, mais plutôt s'il lui est possible d'expliquer à ses élèves de Première, quelle que soit la section, d'une part le lien entre une éventuelle idée intuitive de la limite et une définition correcte, d'autre part la technique pour traiter un problème d'existence (étant donné ε, peut-on trouver α tel que...).

Ce stage national, suivi de stages dans toutes les académies, aura présenté un intérêt théorique certain; il aura favorisé aussi la rencontre et les échanges entre les inspecteurs et les enseignants de terminale. Mais il était destiné aux professeurs de terminales C et E, que l'on a eu d'ailleurs quelquefois tendance à confondre avec des professeurs d'hypotaupe ou de taupe... Peut-on espérer voir organiser des stages qui s'adressent à tous les professeurs qui enseignent l'analyse dans le second cycle, avec étude des difficultés d'ordre pédagogique et théorique qu'ils rencontrent, en relation avec la section concernée?

Je regrette que l'on mette toujours en vedette les classes de C (ces sections nobles) et leurs professeurs, et que l'on semble oublier que d'autres sections existent, dans lesquelles on enseigne aussi les mathématiques... et même la notion de limite.

C. MARTY,
professeur au lycée Bergson (Paris 19e).

Les finalités de l'enseignement des mathématiques

Conférence prononcée par M. FREUDENTHAL (*) en avril 1975 à l'Université Paris VII (**).

Ne croyez pas que je vais vous révéler les finalités de l'enseignement des mathématiques mais je veux parler des moyens et des conditions pour expliciter ces finalités, des difficultés que cela représente, de ce qu'on entend par « explicitation des finalités de l'enseignement des mathématiques ».

Dans l'enseignement américain, c'est la mode de parler de « accountability », c'est-à-dire « devoir de rendre compte » de ce qu'on fait dans l'enseignement, ce qu'on enseigne et de quelle manière on le fait et les résultats que l'on obtient. Il y a un autre mot en anglais, c'est « accountancy », c'est-à-dire la « comptabilité » et, en général, on essaie de réaliser cette « accountability » par « accountancy », on réalise ce devoir de rendre compte, comme dans les affaires, en évaluant de manière numérique des résultats. Évidemment, ce n'est pas la bonne méthode pour rendre compte des résultats de l'enseignement.

Pour rendre compte des résultats de l'enseignement, on doit d'une manière ou d'une autre connaître la finalité, les buts, les objectifs de l'enseignement. Dans un certain sens on connaît les buts mais implicitement; on ne peut pas les expliciter, les formuler, on cherche des méthodes pour le faire et c'est aussi une mode de développer des méthodes pour formuler les objectifs de l'enseignement et de l'enseignement des mathématiques en particulier. C'est une mode développée en Amérique, très imitée avec beaucoup de finesse en Allemagne et aussi en Hollande. Je ne sais dans quelle mesure cette mode a frappé aussi la France. Il y a des systèmes pour développer et valider ces objectifs de l'enseignement. Je veux d'abord parler de ces systèmes car je crois que ce ne sont pas de bonnes méthodes pour trouver les objectifs de l'enseignement, mais elles sont acceptées par la littérature et je pense que l'on doit bien les critiquer et dire pourquoi elles ne fonctionnent pas. Je pourrais dire, d'après tous les exemples développés, qu'on peut déjà affirmer que cela ne fonctionne pas.

Quelles sont les méthodes d'explicitation des objectifs de l'enseignement? On a tout d'abord un système formel (Hiérarchie des objectifs) très développé dans la recherche des « curriculum » en Allemagne : on part d'un but général de l'enseignement, c'est un but social en général (les développements en Alle-

---

(*) N.D.R.L. : Ce texte est la transcription de l'enregistrement de la conférence de M. FREUDENTHAL. Nous espérons ne pas avoir trop déformé sa pensée dans notre rédaction et nous excusons auprès de lui de n'avoir pu lui soumettre le texte avant publication, pour des raisons techniques.

(**) Signalons qu'il est possible de se procurer à l'U.E.R. de Didactique des Disciplines (Université Paris VII, 2, place Jussieu, Paris, Tour centrale, 7e étage), les textes (brochure « DD 3 »), des conférences suivantes prononcées en avril 1975 :

1) H. FREUDENTHAL. — Des problèmes didactiques liés au langage.
2) A. Z. KRYGOWSKA. — Recherches en didactique des mathématiques.
3) H. FREUDENTHAL. — L'origine de la topologie moderne d'après des papiers inédits de L.E.J. BROUWER.
4) A. Z. KRYGOWSKA. — Généralisation et spécification dans l'enseignement de la mathématique au niveau secondaire.

magne sont dominés par les sociologues), par exemple : mettre l'individu en état de participer aux décisions démocratiques, puis on dérive de ce but suprême vers d'autres buts, par exemple : être en état de maîtriser la mathématique puis on passe de la mathématique au calcul arithmétique et, de dérivation en dérivation, on arrive au calcul des fractions et on finit au sous-sol, par des buts opératoires (ce sont simplement des problèmes comme « $\frac{3}{4} \times \frac{2}{5}$ », etc.). J'ai appelé cette dérivation la « banalisation » des buts c'est-à-dire que l'on passe des buts suprêmes à des buts tout à fait banaux. Cette caractérisation concerne seulement la structure formelle et si l'on regarde ce que l'on fait avec les niveaux de cette hiérarchie des buts on constate que tous les niveaux sont indépendants les uns des autres dans la construction, que l'on aille de haut en bas ou inversement.

De plus les buts spéciaux particuliers à la mathématique par exemple ne sont pas définis à partir de la mathématique ou des applications des mathématiques ou de l'enseignement des mathématiques mais à partir des textes mathématiques. Ce que l'on fait c'est ce que l'on trouve dans les livres américains sur la construction des curriculum : comme méthode, on prend, par exemple, tous les textes disponibles, toutes les collections de problèmes, de problèmes d'examens, on les coupe en tranches et on y ajoute des mots tels que « savoir que », « connaître », etc. et on appelle cela les objectifs de l'enseignement.

On doit formuler obligatoirement tous les buts dans le langage du « behaviour » c'est-à-dire que cela commence toujours par « savoir que... », « connaître que... » ou encore « démontrer par son comportement que l'on sait que... » etc. J'ai vu un de ces catalogues des buts de l'enseignement mathématique fait pour un État d'Allemagne : Il y a 1 500 buts pour l'enseignement mathématique scolaire et c'est seulement le registre des nouveaux textes mathématiques avec les mots « savoir », « connaître »... ajoutés; cela n'a rien à voir avec les objectifs de l'enseignement des mathématiques, cela n'est pas formulé dans les termes de la mathématique, dans les termes d'application mathématique, d'enseignement des mathématiques mais seulement en termes de textes mathématiques. Et ce catalogue, le meilleur peut-être qui existe, a été fait par des pédagogues des mathématiques sous la dictature des sociologues. C'est dangereux car on terrorise avec ce catalogue les professeurs de lycée : ils doivent définir à chaque leçon quel est le but de cette leçon et ce catalogue indique même la manière de répondre aux parents qui demandent ce que les enfants ont appris : « N° tel et tel du catalogue des buts de l'enseignement des mathématiques ». En général ces catalogues sont très mauvais et pas seulement en mathématiques. Dans les autres matières, je l'ai étudié, c'est la même chose. Je connais même un catalogue fait par les représentants des « Sciences Pédagogiques » pour les buts de l'enseignement en didactique pour la formation des maîtres en « didactique générale » (sic!) et à chaque chapitre on a ajouté une liste d'objectifs, on a souligné dans le manuscrit les points les plus saillants et on a collé ces points soulignés au début du chapitre en ajoutant les mots « savoir que... » etc. Chaque chapitre débute par quelques phrases coupées du chapitre lui-même et c'est là l'objectif de l'enseignement du chapitre. C'est l'exemple le plus sérieux d'abus de ce système parce que l'on a pris seulement un texte et formulé ensuite ses buts. Après coup ce

n'est pas mauvais mais ces buts ont été formulés de manière tellement triviale!

Il y a aussi la méthode de validation de ces buts : je connais dans mon pays un grand catalogue pour l'enseignement du calcul arithmétique et de mathématique, jusqu'à l'âge de 14 ans, fait par un psychologue qui n'est pas du tout mathématicien. Après cela il a fait (ce que l'on fait dans les « bibles américaines » de « curriculum development ») une recherche d'opinion : on se procure quelques centaines d'adresses de gens intéressés par l'enseignement, de politiciens, de parents etc., on leur donne cette liste d'objectifs et ils doivent « voter » sur les objectifs. Si l'on regarde cette liste elle est constituée d'éléments dépendants et je ne peux voter sur le point I indépendamment du point II, etc.; à la fin il peut y avoir des lacunes car les votes ne sont pas indépendants les uns des autres c'est comme si l'on prend un choix et si l'on fait voter sur chaque ligne. Ce qui reste après le vote n'est pas cohérent. Vraiment c'est ainsi que se fait ce vote d'après lequel on fait la validation des buts de l'enseignement. Après cela, les gens qui font le curriculum doivent le faire d'après la liste agréée mais ce sont des buts isolés, il n'y a plus de niveaux, de connexions et le curriculum obtenu est en réalité indépendant de cette liste car on ne peut rien en tirer. Je ne connais pas un cas où l'on peut travailler avec cette liste, il faut la corriger après coup pour en faire un curriculum.

L'important est que les niveaux ont disparu. Est-ce que cet objectif est pour la 1re ou la 4e année de scolarité? Dans toutes ces listes les niveaux n'existent plus et on remplace, ceci est fait avant le vote, ces niveaux par exemple par des catégories, de la taxonomie de Bloom; on ajoute quelques niveaux de cette manière. Je ne parlerai pas trop longtemps de cette méthode d'explicitation des buts, des finalités de l'enseignement des mathématiques.

Je crois qu'on ne doit pas être tellement systématique : en tous cas, si l'on veut connaître les buts de l'enseignement on ne doit pas partir des textes existants car on ne peut alors pas faire d'*innovations*. Les textes existants sont basés sur des *préjugés* de ce que l'on doit apprendre à l'école, préjugés peut-être bons mais qui ne peuvent évidemment donner de nouveaux résultats. Ce que nous faisons dans notre développement de « curriculum » c'est offrir aux élèves un sujet riche en thèmes, en projets, avec lequel les élèves peuvent faire beaucoup de choses. Je me rappelle un cas avec des élèves de classes correspondant à vos classes de transition et en première année de l'enseignement secondaire (7e année de scolarité), on leur a donné un thème pour 4 ou 5 leçons : c'était seulement un thème de motivation. Ce sont des élèves mal motivés et leurs maîtres aussi naturellement; les élèves se trouvent dans cette voie car ils ne maîtrisent pas le calcul arithmétique et l'orthographe et sont au niveau de la 4e année de scolarité. Ils n'aiment pas la mathématique ni le calcul arithmétique et savent qu'ils sont « stupides ». Le programme usuel dit que, les élèves ne connaissant pas les fractions, on doit travailler encore deux ou trois ans sur le calcul fractionnel. Je pense qu'on doit faire des choses différentes avec ces élèves et principalement on doit les motiver. Nous avons construit une histoire policière où il y a quelques choses à calculer, des calculs très simples, puis on a observé les élèves et ce qu'ils ont appris. D'abord l'un de nos collaborateurs a dit : « c'est très joli mais le seul but de ce texte c'est de les motiver il n'y a pas un seul but mathématique ». On l'a présenté aux élèves et on a constaté qu'il y avait une vingtaine d'objectifs ma-

thématiques dedans; des objectifs mathématiques dont on ne savait pas qu'ils valaient la peine d'être présentés, et on pensait que tous les élèves de 13 ans les connaissaient.

Par exemple ça commence avec quelqu'un qui s'est échappé de la prison de Groningue, a volé une voiture qui va à 150 km/h. Ça se passe à 6 heures et on demande où il peut se trouver à 7 heures. Ceci c'est la 1re question (le texte de la 1re page). Une grande partie des élèves n'étaient pas en état de répondre à cette question; d'abord ils n'arrivaient pas à découvrir les trois données dans cette page : 6 heures, 7 heures, 150 km/h. Après quelques discussions, les enfants se trouvaient en état de combiner ces trois faits. C'était un premier objectif de l'enseignement des mathématiques et personne n'aurait pu croire cet objectif nécessaire à l'enseignement des mathématiques à l'âge de ces enfants. On suppose qu'un enfant de 7 à 8 ans peut faire cela. On leur a donné une carte géographique et la plupart des élèves ont cherché (il y avait d'autres données : un poste de police, etc.) cet évadé à la distance de 150 km de Groningue exactement. Un deuxième objectif évidemment très important est de savoir comprendre ce genre de situation. Et puis il y avait, ce qui est plutôt traditionnel, les données sur la quantité d'essence : 130 l d'essence et il consomme 1 l pour 100 km. A quelle distance peut-il aller? Naturellement on divise 130 par 10. On écrit ceci sans réfléchir, on fait une division. On peut se demander si c'est un but de l'enseignement de savoir si l'on doit faire une division ou une multiplication. Ça continuait de cette manière sur chaque page, et on a fait ainsi des découvertes d'objectifs mathématiques pour ces élèves qu'on ne connaissait pas. Puis il y avait des buts généraux. Il apparut que si les fiches demandaient la coopération de deux ou quatre élèves pour faire quelque chose, les élèves n'étaient pas en état de collaborer les uns avec les autres. Ils ne savaient pas diviser le travail mais ils pouvaient apprendre à le faire. Ce n'est pas un but spécifique de l'enseignement des mathématiques mais il y a des méthodes spéciales de collaboration dans l'enseignement mathématique. A la fin spontanément quelques élèves ont commencé à faire la critique de cette histoire policière.

Ce fut pour nous un exemple révélateur de ce que l'on peut en matière d'objectifs d'enseignement, prendre une matière riche et attendre les réactions des élèves, nous avons répété d'autres expériences et constaté, quand la matière est riche, des réactions tout à fait différentes de celles que l'on attend.

Il me semble qu'il faudrait une « phénoménologie didactique », une analyse didactique des notions. J'ai fait cela, par exemple avec la notion de proportion (exemple : la notion de « relativement à ». Quand on dit qu'aux Pays-Bas il y a plus de bicyclettes qu'en France, ce n'est pas *absolument*, c'est *relativement*). Savoir ce que les mots « relativement à » et « en relation avec » signifient dans des cas spéciaux et puis expliquer en général ce que les mots « relativement à » et « en relation avec » signifient. Ce sont des niveaux de compréhension de ces mots différents. Je pense que tous les élèves doivent être capables d'employer ces mots mais je peux comprendre que certains élèves ne sont pas en état d'expliquer ce que ces mots, dans des cas spéciaux ou en général, signifient. Je pense que l'on peut envisager beaucoup de choses sur des niveaux différents et que l'on ne peut demander que tous les élèves maîtrisent des notions mathématiques sur tous les niveaux et je pense aussi qu'il doit être possible d'avoir les élèves tous ensemble et de ne pas les séparer

dans l'enseignement jusqu'à un certain âge. Je veux dire laisser les élèves ensemble tant qu'il est possible qu'ils travaillent ensemble (dans des groupes éventuellement) sur des niveaux différents, c'est-à-dire ne pas diviser les élèves d'après leur compréhension, dans des classes différentes, comme c'est le cas actuellement, mais avoir une *école unitaire* depuis l'école primaire jusqu'à à peu près 14 ans où les élèves restent ensemble, divisés en groupes hétérogènes : groupes de travail, d'apprentissage (hétérogènes en ce sens qu'il y a dans ces groupes des enfants qui travaillent par division du travail sur des niveaux différents). C'est-à-dire que l'on ne fait pas de sélection d'après les facultés des enfants, on laisse les enfants dans les mêmes groupes et on leur permet de travailler en mathématiques sur des niveaux différents, c'est avantageux pour les enfants les moins doués mais aussi pour les enfants doués qui peuvent observer les processus d'apprentissage sur les autres, aider les autres et puis apprendre, en aidant les autres, à arriver à un niveau plus élevé dans leurs propres processus d'apprentissage.

Congrès International de Karlsruhe

A tous les adhérents de la Régionale Parisienne de l'A.P.M.E.P. nous rappelons que le **3e Congrès International sur l'enseignement des mathématiques** aura lieu à **KARLSRUHE du 16 au 21 août 1976.** Ceux qui désirent y participer doivent suivre les informations dans le bulletin national de l'A.P.M.E.P.

L'A.P.M.E.P. est chargée de l'organisation de la participation française au groupe de travail sur les « finalités », tous les membres de la Régionale Parisienne qui ont fait des travaux dans ce sens (groupe B_3) ou dans le cadre d'une « analyse critique de la dynamique des programmes » (groupe B_1) sont priés d'en informer H. BAREL ou C. PELÉ pour B_1, M. DE COINTET ou M. CHOUCHAN pour B_3, et de demander à participer à une réunion de synthèse au mois de février 1976.

Supplément au Bulletin de l'A.P.M.E.P. n° de Décembre 1975

Printed in France *Le Directeur de la publication:* G. GRIBONVAL

FD Imp. Alençonnaise - B.P. 57 - 61002 Alençon

Dépôt légal 4e trimestre 1975 : 83.777 - C.P.P.P. 35.996