chantiers de pédagogie mathématique

Bulletin de la Régionale Parisienne — Avril 1985

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

n° 61

# SOMMAIRE

p. **2** - Editorial

p. **3** - Programmes de 6e et 5e : propositions de la COPREM

p. **6** - Formation continue

p. **8** - Courrier reçu :
- A propos des dix problématiques
- Epreuve commune en 3e

p. **10** - Vie des classes :
- Utilisation d'une base de connaissances
- L'étude de texte : un exercice de maths ?
- Les Fiches-cuisine de tonton Lulu : les nombres premiers

p. **14** - Communiqués

p. **15** - Un exercice illustré
A propos des programmes

p. **16** - Appel aux lecteurs

**Prix au numéro : 10 F Abonnement : 30 F (1 an, 4 nos par an)**

# EDITORIAL

*Beaucoup de nouvelles fraîches cette fois-ci dont nous devons faire bénéficier nos lecteurs.*

*Tout d'abord* ***le plan informatique Fabius.*** *A l'heure où vous lirez ce bulletin, la première phase de la formation pendant les vacances de Pâques sera terminée.*

*Gageons qu'avec les moyens mis en place, elle ne se sera pas si mal déroulée. Un certain nombre de nos collègues auront pu profiter de la mise en route ; nous sommes intéressés par leurs remarques du point de vue pédagogique. En effet, ce qui caractérise le contenu de cette semaine de formation, c'est que pour la première fois on ne propose pas une formation centrée sur l'apprentissage d'un langage, mais une formation centrée sur l'outil ordinateur à l'intérieur du contexte d'apprentissage.*

*Je dois avouer que, comme beaucoup, j'étais sceptique sur ce plan informatique. En écoutant, le samedi 16 mars, deux des responsables du projet invités par l'APM, je me suis laissé gagner à une vision optimiste sur le déroulement de l'opération proprement dit. Mais après ?... Quid des vols de matériels, des pannes des serveurs, des nanos réseaux ?*

*Le deuxième volet de l'actualité, c'est bien entendu la* ***réforme des programmes ;*** *nous avons pensé que nos lecteurs seraient heureux de disposer avant les autres de la version 1.1 de la copie remise par la COPREM à l'Inspection Générale. Comme dans les westerns, on attend la réplique de l'Inspection Générale et la version 2.0 qui, rappelons-le, doit être mise en application à la rentrée. Ça fait un peu précipité... mais nos lecteurs sont majeurs et pourront juger par eux-mêmes !*

*Le troisième volet, c'est la* ***formation continue,*** *malheureusement limitée à l'académie de Créteil dont nous donnons quelques informations en invitant nos lecteurs à consulter sans plus tarder leurs PAF locaux (date limite d'inscription sur Versailles : 30 avril).*

*Nous* ***invitons par là même*** *tous les collègues intéressés de la région Ile-de-France à envoyer à leur Mission une demande de stage pour nos actions APM — demande assortie d'un vœu pour que cette formation soit dispensée dans votre propre académie. Cela encouragera peut-être les Missions de Paris et de Versailles à nous inviter dans des délais raisonnables à leurs réunions.*

*Le quatrième volet de ce bulletin, c'est* ***la vie dans nos classes et la correspondance*** *avec nos lecteurs que nous souhaitons toujours plus fructueuse.*

*Nous devons, pour finir, signaler que le changement d'imprimeur ne nous a pas permis de faire parvenir chez vous à temps le précédent bulletin pour que vous puissiez vous inscrire au* ***week-end*** *que nous avions envisagé. Il a fallu l'annuler. Une opération de ce type-là étant délicate à réaliser, nous envisageons, au début de l'automne prochain, un nouveau week-end, à condition que nous recevions suffisamment de lettres de personnes intéressées sur le principe* ***dès maintenant.*** *Des ateliers micros sont envisagés pour mieux cerner ce qui se fait. Mais on y parlera surtout de ce qui se fait dans les classes.*

*Antoine Valabrègue*

# NOUVEAUX PROGRAMMES 6e-5e

Les moyens nous manquent pour tout publier. Nous proposons à nos lecteurs le texte qu'a remis la COPREM à l'échelon supérieur pour les programmes.

En effet, les dispositions prises par le ministre stipulent : la COPREM réfléchit, l'Inspection Générale donne son avis et rectifie, le Ministre dispose.

A titre d'information, le CEGT se réunira : en avril pour le programme de la 1re S, en mai pour le programme de 6e-5e, et en juin pour le programme de terminale.

Nous invitons tous nos lecteurs à suivre le feuilleton dans les suppléments nationaux ainsi que dans le bulletin national.

## PROGRAMMES DE MATHÉMATIQUES DES COLLÈGES

### Généralités

Les propositions qui suivent sont relativement détaillées pour les classes de 6e et de 5e. Pour les classes de 4e et de 3e, les idées avancées ici seront détaillées au cours des trois prochains mois.

Plusieurs principes ont guidé la réflexion de la COPREM.

1. Donner une plus grande place que par le passé aux activités mathématiques : aux activités de construction, de dessin, de résolution de problèmes, d'organisation des données, de calcul...

Cela devrait permettre aux élèves de mieux prendre en compte le caractère **outil** des mathématiques.

2. Assurer une meilleure continuité et une meilleure progressivité des acquisitions, tout en choisissant pour chaque niveau quelques thèmes dominants distincts, de la 6e à la 3e. Ce souci de continuité concerne aussi bien la transition école-collège et la transition collège-lycée, que les quatre années du collège.

3. Favoriser l'utilisation des savoirs et savoir-faire mathématiques dans les autres disciplines et utiliser en retour les problèmes rencontrés dans d'autres disciplines (proportions, pourcentages, échelles, représentations graphiques, etc.) pour améliorer le sens des connaissances mathématiques enseignées.

4. Remédier aux déséquilibres les plus flagrants comme, par exemple, la faiblesse des programmes actuels concernant la géométrie dans l'espace, l'absence totale des fractions non décimales dans les programmes de 6e et de 5e, le formalisme excessif du langage utilisé.

A partir de ces principes, la COPREM propose de donner une place importante, au niveau des collèges comme au niveau des écoles, aux **situations-problèmes.** Ces situations peuvent avoir pour finalité l'introduction de concepts nouveaux, mais peuvent aussi constituer l'occasion de synthèses intéressantes ou servir d'instruments pour éprouver le caractère opératoire des connaissances des élèves.

Comme les situations-problèmes complexes se prêtent cependant mal à l'évaluation, la COPREM considère qu'il est souhaitable d'élaborer des **référentiels d'évaluation** dans lesquels il serait possible de cerner non seulement les savoirs et savoir-faire minima acquis à chaque niveau, mais aussi les savoirs et savoir-faire plus complexes que peuvent acquérir les élèves au cours de leurs activités mathématiques.

Pour éviter toute ambiguïté des textes et pour tempérer la confusion des rôles d'enseignant et d'évaluateur chez la même personne, la COPREM estime utile de distinguer :

— les programmes et instructions,
— les référentiels d'évaluation dont le statut devrait rester celui de documents-ressources évolutifs.

Il convient également de distinguer, dans les programmes et dans les référentiels, entre :

— les apprentissages mathématiques fondamentaux
— et les moyens de représentation et de traitement.

Il est en effet essentiel que l'enseignement des mathématiques permette aux élèves de comprendre et d'utiliser les concepts fondamentaux, les différentes catégories de nombres et d'opérations numériques, le calcul littéral, les propriétés, relations et transformations géométriques... Mais il est nécessaire également qu'ils apprennent à lire et à utiliser les différents moyens de représentation et de traitement que sont les diagrammes, les tableaux, les graphiques, les figures dans le plan, les langages symboliques et les différents vocabulaires.

Les documents ci-après font apparaître des thèmes dominants à chaque niveau, mais on peut remarquer aussi, dans les tableaux de synthèse, la recherche d'une certaine continuité et d'une certaine progression d'un niveau à l'autre.

Les travaux de longue haleine de la COPREM, qu'elle souhaite pouvoir poursuivre, portent sur des thèmes longitudinaux qu'il faut reprendre et développer, année après année, sur l'ensemble des années du collège et au-delà. Tel est le cas notamment pour la **proportionnalité, le calcul numérique** et **l'utilisation des calculatrices, la démonstration mathématique.**

# PROJET DE LA COPREM

COPREM Février 1985

## MATHEMATIQUES : CONTENUS DES CLASSES DU COLLEGE

| | SIXIEME | CINQUIEME |
|---|---|---|
| **GRANDEURS ET MESURES** | • Périmètre et aire du carré, du rectangle.<br>• Longueur du cercle.<br>• Volume du parallélépipède rectangle.<br>• Unités usuelles : longueur, aire, volume, angle. | • Aire du triangle, du disque.<br>• Aire latérale et volume du cylindre de révolution, des prismes droits.<br>• Unités usuelles : durées. |
| **REPERAGE** | • Repérage sur une droite graduée, avec les nombres relatifs.<br>• Repérage dans un plan quadrillé (coordonnées). | • Déplacement par translation dans le plan. |
| **CONFIGURATIONS CONSTRUCTIONS ET TRANSFORMATIONS** | • Parallélépipède rectangle.<br>• Rectangle, losange.<br>• Triangle, triangle isocèle.<br>• Cercle.<br>• Transformation de figures par symétrie par rapport à une droite. | • Prismes droits, cylindre de révolution.<br>• Parallélogramme.<br>• Triangle : somme des angles ; les médiatrices sont concourantes.<br>• Transformation de figures par symétrie par rapport à un point. |
| **REPRESENTATION ET ORGANISATION DE DONNEES** | • Lecture, interprétation et réalisation de tableaux et de graphiques. | |
| **NOMBRES ET CALCUL** | • Ecriture fractionnaire des nombres décimaux.<br>• Quotient de deux décimaux ; approximations de ce quotient ; égalité ka/kb = a/b.<br>• Carré et cube d'un décimal.<br>• Troncature et arrondi ; rangement de décimaux. | • Comparaison et addition de deux fractions de même dénominateur.<br>• Multiplication de deux fractions.<br>• Egalité k(a+b) = ka + kb pour les décimaux positifs.<br>• Addition et soustraction des nombres relatifs en écriture décimale. |
| **FONCTIONS NUMERIQUES** | • Multiplication par une fraction a/b ; cas particulier : (a/b) × b = a.<br>• Application d'un pourcentage. | • Vitesse moyenne.<br>• Détermination d'un pourcentage, d'une fréquence (ou d'un taux). |
| | • Changements d'unités de longueur, aire, volume.<br>• Echelle d'une carte ; changements d'échelles.<br>• Quatrième proportionnelle. | |

# MATHEMATIQUES : ACTIVITES DE LA CLASSE DE SIXIEME

A propos des diverses situations, on fera fonctionner, et on réinvestira le plus possible, ce qui a fait l'objet d'activités du Cours Moyen.

**1. ACTIVITES GEOMETRIQUES.**

1.1. Reproduction de figures planes simples.
Comparaison d'aires planes.
Parallélépipède rectangle : description, représentation en perspective cavalière, patrons.

1.2. Dans le plan, transformation de figures planes par symétrie par rapport à une droite ou par rotation, en exploitant des situations-problèmes nécessitant des manipulations, des dessins et des mesures :
- image d'un point; mise en évidence et utilisation d'invariants de distance, alignement, angle et aire;
- construction de l'image d'une figure simple;
- constructions :
  d'axes de symétrie (médiatrice, bissectrice...),
  du triangle isocèle,
  de quadrilatères à axes de symétrie, notamment rectangles et losanges,
  de polygones réguliers simples;
- à partir des constructions, dégager et utiliser des propriétés caractéristiques.

**2. ACTIVITES NUMERIQUES**

Il y a introduction, sans plus, des nombres relatifs. Hormis ce cas (§ 2.6), tous les nombres utilisés sont positifs.

2.1. Troncature et arrondi; ordres de grandeur.

2.2. Ecriture fractionnaire de décimaux et opérations +, −, ×.

2.3. Quotient de deux décimaux, écriture a/b; division; multiplication d'un décimal par a/b, avec a et b entiers.

2.4. Rangement de nombres.

2.5. Ecritures littérales et équations (comme 23 x... → 471,5 ou 2,05/ ... = 8,2).

2.6. Coordonnées d'un point du plan, en repère orthogonal; problèmes variés introduisant des nombres négatifs.

**3. ORGANISATION ET GESTION DE DONNEES; FONCTIONS.**

Exemples, avec :
- description ou traduction en tableaux ou par des représentations graphiques,
- reconnaissance, s'il y a lieu, d'une proportionnalité,
- détermination d'une quatrième proportionnelle.

Ces exemples seront notamment issus d'activités :

3.1. à base numérique : application d'un pourcentage à une valeur, relevés statistiques, opérateurs et en particulier usage des opérateurs constants d'une calculatrice,...

3.2. à base géométrique : calcul du périmètre et de l'aire d'un rectangle, du volume d'un parallélépipède rectangle, de la longueur d'un cercle; changements d'unités.

La pratique de diverses activités sera aussi l'occasion :
- d'acquérir ou de parfaire l'usage d'instruments de mesure et de dessin,
- d'initier prudemment au raisonnement déductif,
- d'utiliser rationnellement des calculettes et, conjointement, de développer le calcul mental,
- d'effectuer, dans la mesure du possible, un travail conjugué sur ordinateur.

# MATHEMATIQUES : ACTIVITES DE LA CLASSE DE CINQUIEME

A propos des diverses situations, on fera fonctionner, et on réinvestira le plus possible, les notions antérieurement étudiées.

**1. ACTIVITES GEOMETRIQUES**

1.1. Prismes droits simples et cylindre de révolution; description, représentation en perspective cavalière, patrons; aperçus simples sur parallélisme et orthogonalité dans l'espace.

1.2. Dans le plan, transformation de figures par symétrie centrale ou par translation, en exploitant des situations-problèmes nécessitant des manipulations, des dessins et des mesures :
- image d'un point; mise en évidence et utilisation d'invariants de distance, alignement, angle et aire;
- construction de l'image d'une figure simple;
- caractérisations angulaires du parallélisme;
- constructions et caractérisations du parallélogramme;
- exemples d'autres figures simples à centre(s) de symétrie.

1.3. Translation et coordonnées.

1.4. Triangle : somme des angles; aire; construction du cercle circonscrit.

**2. ACTIVITES NUMERIQUES**

2.1. Nombres positifs :
- conventions de priorités opératoires;
- étude de k(a+b) et k(a−b).

2.2. Nombres relatifs :
- comparaison et rangement;
- addition et soustraction;
- réduction de sommes algébriques.

2.3. Equations ou inéquations élémentaires.

**3. ORGANISATION ET GESTION DE DONNEES, FONCTIONS.**

Exemples avec :
- description ou traduction en tableaux ou par des représentations graphiques,
- reconnaissance, s'il y a lieu, d'une proportionnalité,
- détermination d'une quatrième proportionnelle.

Ces exemples seront notamment issus d'activités :

3.1. à base numérique : calcul d'un pourcentage, relevés statistiques, activités du § 2,...

3.2. à base géométrique : échelles;
calcul de l'aire d'un triangle, du volume d'un prisme droit, de l'aire d'un disque, de l'aire et du volume d'un cylindre de révolution.

La pratique de diverses activités sera aussi l'occasion :
- d'acquérir ou de parfaire l'usage d'instruments de mesure et de dessin,
- d'initier prudemment au raisonnement déductif,
- d'utiliser rationnellement des calculettes et, conjointement, de développer le calcul mental,
- d'effectuer, dans la mesure du possible, un travail conjugué sur ordinateur.

Les trois missions académiques de la région parisienne n'ont pas encore réussi à se coordonner et à bâtir un PAF unique inter-académique, aussi nous conseillons aux collègues de notre régionale de prendre connaissance des trois plans d'action de formation de la région. En effet, la plupart des formateurs sont d'accord pour accueillir dans leurs modules des enseignants d'autres académies que celles qui ont admis ces modules dans leur PAF.

De plus, pour les mêmes actions, on peut trouver une présentation plus explicite dans un PAF que dans un autre (par exemple à Paris, le nombre de pages a été limité a priori; ainsi certains formateurs proposant plusieurs actions n'avaient droit qu'à une seule feuille de papier — à moins d'utiliser un pseudonyme ? ? ?).

## ATTENTION PEGC :

### Formation en didactique des disciplines

Pour 1985-1986, les PEGC ont droit à une formation de quatre semaines en didactique de leur discipline. En raison du manque de suppléants en mathématiques, ceci est remplacé par le droit à une indemnité d'une heure supplémentaire annuelle pour les PEGC choisissant dans le PAF une action de formation en didactique des mathématiques d'une demi-journée par semaine (pas nécessairement parmi celles qui seraient organisées spécifiquement par les PEGC) (1).

(1) Note de la rédaction : cette formation est indépendante du DEUG-PEGC mis en place; nous n'avons pas à ce jour d'autres informations sur ce sujet.

## FORMATION CONTINUE ACADÉMIE DE CRÉTEIL (1)

### Déjà des dates pour cocher dans votre calendrier

Les mardis 9 et 23 octobre après-midi, ainsi que les 14 janvier et 4 février : quatre débats sur les méthodes de travail des enseignants, les problèmes d'évaluation, les mathématiques dans les PAE, l'utilité des maths; débats animés par notre collègue J. Lubczanski, plus à destination des enseignants du second cycle.

Les jeudis après-midi, 3 et 7 octobre, 14 novembre, 9 et 23 janvier, 6 février : pédagogie différenciée en collège. Première séance examen, débat comparatif des différentes méthodes. Puis quatre séances centrées sur chacun des niveaux du collège. Une dernière séance non fixée... Animation : A. Valabrègue.

A date non fixée, en octobre et janvier : séances sur activités géométriques et langage animées par M. J. Houssin.

**Inscrivez-vous donc dès réception du PAF.** Selon accord avec la mission, nous dédoublerons les séances s'il y a trop d'inscrits. (Les dates seraient décalées d'une semaine.)

En plus de ces formations, il y a toujours les nombreuses actions proposées par les universités et IREM (2) dont nous donnons la trame. Elles concernent bien souvent toutes les académies.

(1) Voir Editorial pour autres académies.
(2) Nous n'avons pas pu nous procurer toutes les actions de l'IREM.

## ACADÉMIE DE CRÉTEIL
## Formations proposées par l'université Paris VII, UER de maths.

**Titre de la formation :** Eléments de didactique des mathématiques.

**Objectifs, contenus et thèmes de la formation :** Etude des principaux problèmes didactiques auxquels les professeurs de mathématiques sont confrontés. Compréhension : principales difficultés inhérentes aux mathématiques et principales causes d'échec. Eléments d'éducation comparée relatifs aux mathématiques.

**Titre de la formation :** Les échecs scolaires en mathématiques. Module I : les mathématiques dans l'institution scolaire.

**Objectifs, contenus et thèmes de la formation :** Lutter contre l'échec scolaire en mathématiques en faisant connaître les études quantitatives et qualitatives sur les aspects institutionnels, historiques et sociologiques de l'enseignement des maths. Etude critique de l'état actuel de cet enseignement en France dans le cadre d'une analyse de l'évolution des mouvements dits « maths-modernes » puis « back to basics » dans le monde.

**Titre de la formation :** Les échecs scolaires en mathématiques. Module R : les représentations dans l'enseignement des mathématiques.

**Objectifs, contenus et thèmes de la formation :** Etude des difficultés inhérentes aux différents modes de représentations des mathématiques (notations symboliques, graphiques, matériels, métaphores par des situations, etc.).

**Titre de la formation :** Les échecs scolaires en mathématiques. Module S : le soutien aux élèves en grandes difficultés en mathématiques.

**Objectifs, contenus et thèmes de la formation :** Chercher les moyens et les méthodes pour rattraper les élèves en situation d'échec en maths (dans les classes « normales » ou en CPPN, SES, etc.). Présentation et élaboration d'activités et de questionnements pour la classe et les « études surveillées » permettant de provoquer un réel comportement mathématique et un « déblocage » des élèves qui **semblent** « irrécupérables » en mathématiques.

**Titre de la formation :** Les échecs scolaires en mathématiques. Module Q : les questionnements scolaires en mathématiques.

**Objectifs, contenus et thèmes de la formation :** Analyse des difficultés des questionnements scolaires. Parasites et biais des contrôles de connaissances et d'aptitudes. Etude du rôle des « habillages » des questions. La résolution de problèmes. Docimologie et application à l'évolution et à l'élaboration de diagnostics pour l'interprétation des « comportements de réponses » d'élèves.

**Titre de la formation :** Etude des principales difficultés de l'enseignement des mathématiques.

**Objectifs, contenus et thèmes de la formation :** Initiation à la recherche en didactique des mathématiques.
Etude des problèmes posés par la pratique dans les classes en vue de l'élaboration d'une théorie de cette pratique.

**Titre de la formation :** Eléments de logique.

**Objectifs, contenus et thèmes de la formation :**
*Objectifs :* Analyser l'aspect « logique » du langage et du raisonnement mathématiques. Etudier les difficultés pédagogiques d'origine « logique ».
*Contenu :* Notion de variable (parlante ou muette), connecteurs, quantificateurs. Notions ensemblistes (cardinalité, etc.). Exercices d'écriture (compréhension, production, traduction) sur des thèmes empruntés aux programmes de mathématiques du Second Deré.

**Titre de la formation :** Questionnements programmés de Mathématiques.

**Objectifs, contenus et thèmes de la formation :**
*Objectifs :* Favoriser la formation d'enseignants ou d'équipes capables de définir (et éventuellement de satisfaire) certains besoins de l'enseignement mathématique en matière de questionnements programmés, assistés ou non par ordinateurs, principalement dans le cadre du « soutien ».
*Contenus :* Repérage, analyse et correction d'erreurs, avec ou sans l'aide d'ordinateurs. Confection d'organigrammes questions-réponses-explications.

**Titre de la formation :** Enseignement de mathématiques assisté par ordinateur.

**Objectifs, contenus et thèmes de la formation :**
*Objectif :* Favoriser la formation d'enseignants et d'équipes capables de créer des didacticiels de mathématiques.
*Contenu :* Connaissances mathématiques, pédagogiques et informatiques nécessaires à la confection d'un didacticiel (quelques connaissances informatiques préalables sont exigées).

**Titre de la formation :** Méthodes comparées de modélisation en mathématiques.

**Objectifs, contenus et thèmes de la formation :** En approfondissant certaines connaissances mathématiques de base, on s'attachera à montrer comment des difficultés dites pédagogiques ont souvent pour origine des problèmes mathématiques mal cernés. Diverses approches des principales théories de géométrie, d'algèbre et d'analyse, conduisant aux problèmes centraux de la formalisation.

**Titre de la formation :** Français et Mathématiques. *Option 1 :* Interdisciplinarité - Expérimentation en classe (chaque stagiaire peut suivre une ou plusieurs des trois options proposées).

**Objectifs, contenus et thèmes de la formation :** Etudes des problèmes de lecture et de compréhension dans l'enseignement des Mathématiques et du Français, grâce à des expérimentations dans les classes.

**Titre de la formation :** Français et Mathématiques. *Option 2 :* Logique, langage naturel et langage mathématique (chaque stagiaire peut choisir une ou plusieurs des trois options proposées).

**Objectifs, contenus et thèmes de la formation :**
*Objectifs :* Favoriser la constitution d'équipes pluridisciplinaires français-mathématiques. Améliorer l'enseignement des mathématiques et du français.
*Contenu :* Analyse logique et linguistique des rapports entre le langage naturel et le langage mathématique. Etude des difficultés pédagogiques correspondantes.

**Titre de la formation :** Français et Mathématiques. *Option 3 :* Analyse logico-linguistique des textes mathématiques (chaque stagiaire peut choisir une ou plusieurs des trois options proposées).

**Objectifs, contenus et thèmes de la formation :**
*Objectifs :* Favoriser la constitution d'équipes pluridisciplinaires français-mathématiques. Améliorer l'enseignement des mathématiques.
*Contenu :* Analyse des principaux procédés et des différents niveaux de la langue mathématique. Etude des difficultés pédagogiques résultantes.

## A PROPOS DE DIX PROBLEMATIQUES

Globalement, leur esprit est très intéressant et elles vont vers la mise en œuvre de l'activité mathématique réelle des élèves sans laquelle il ne peut y avoir appropriation de connaissances. Les activités proposées ont déjà été réalisées avec satisfaction. Pourtant, je suis très mal à l'aise tant me semble grand le décalage entre la réalité d'aujourd'hui et les objectifs proposés. Avec l'APM, j'ai « milité » pour les maths-modernes dans les années 1967-1975. Nos critiques des programmes de l'époque étaient exactes. Nous avions des propositions intéressantes, mais nous étions optimistes et n'avions pas mesuré l'ampleur des difficultés. Nos propositions étaient certainement nécessaires, mais pas suffisantes. Ce qui en a été retenu, encore moins!...

Nous recommençons les mêmes erreurs par utopie. Les objectifs minimaux proposés sont-ils suffisamment réduits que l'on puisse être sûr que leur contrôle et leur renforcement ne demandera qu'un temps limité? Certes, ils semblent essentiels. Pour ceux qui touchent à des contenus actuellement au programme, certains sont quand même ceux de nombreux enseignants qui savent qu'ils sont loin d'être atteints...

En algèbre, en particulier, les difficultés sont trop peu analysées. Quel professeur n'a-t-il pas fait jouer dans les deux sens l'égalité : $m(a + b) = ma + mb$? Dans toutes les classes, avec des exemples concrets, numériques, littéraux fait la comparaison avec $m(a \times b)$. En 3e, qui n'a pas fait découvrir, puis dit et redit que : $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$?

Il faut aborder les difficultés liées aux conventions d'écriture et à leur multiplicité : gommage du signe $\times$, de certaines parenthèses, représentation simplifiée des relatifs. Il faut surtout voir que les propriétés formellement semblables : associativité, distributivité dans N, Z, Q, représentent des concepts différents pour le mathématicien, correspondent à des représentations multiples de l'élève et sont liées à la proportionnalité, à la linéarité et à la bilinéarité.

Ce n'est pas un hasard si l'échec est si grand sur ce sujet alors que donner la maîtrise de l'outil algébrique est un objectif prioritaire des enseignants du collège. Le problème est plus complexe que ces propositions ne le laissent supposer.

La démarche proposée peut être une amélioration si elle est suivie dans son esprit et non, une fois de plus, saccagée par la course contre la montre.

On me dira que je n'ai pas compris, qu'il s'agit d'un choix non exhaustif, qu'il ne faut pas tout faire. Mais pour les notions essentielles, toutes les activités me semblent nécessaires, le passage d'un niveau d'approfondissement à l'autre ne doit pas être plus rapide que la progression de l'élève, il faut recommencer plusieurs fois. Cela est vrai pour les activités bien détaillées dans ces propositions et qui reposent sur des travaux de didactique ou des recherches-actions (volumes, aires, démonstrations). Mais cela est vrai aussi pour d'autres activités, en particulier celles concernant les problèmes numériques usuels. La durée du travail est nécessairement longue, il faut :

- permettre à l'élève d'exprimer la représentation du problème (situation);
- l'aider à en trouver la bonne;
- favoriser la multiplicité des procédures de solution;
- arriver, sans la parachuter, à la méthode canonique.

Bien sûr, il faudrait une expérimentation pour être sûr, mais mon sentiment est vraiment qu'il sera impossible de faire tout et donc d'atteindre ces objectifs avec les moyens proposés, chacun me semblant pourtant possible à atteindre, mais pas l'ensemble.

Un autre aspect doit être pris en compte par notre problématique, celui de la diversité des élèves et de leurs acquis. Il faut, en début d'année, évaluer de façon détaillée les connaissances de chacun, pouvoir éventuellement modifier les objectifs si ceux des années antérieures n'ont pas été atteints et pouvoir proposer des stratégies variées, ce qui, compte tenu de nos habitudes et de nos connaissances (ou méconnaissances) est difficile et rare.

Il est donc nécessaire d'intégrer des propositions précises dans les programmes mêmes.

Marie-Noëlle Janiaud

15, allée des Pinsons, 77380 COMBS LA VILLE, Collège A. Chaussy, 77170 Brie Comte Robert.

---

**Nous avons reçu une lettre de Maryvonne Morlet, de Champigny, dont nous publions des extraits :**

« La préparation du deuxième devoir (1) qui devait se dérouler juste après la rentrée de janvier nous a posé beaucoup de problèmes : deux collègues dont les classes sont trop faibles n'ont pas tenu le programme et ont demandé (exigé?) que l'on ajoute les équations du premier degré (le I) et davantage de racines carrés (le II). Le manque de concertation a fait que nous avons proposé un devoir **long,** raison pour laquelle le barême était sur trente-deux. Les moyennes des classes vont de 4,2 à 10,7. (...) Je précise que pour ces deux devoirs, les élèves étaient autorisés à avoir un « aide-mémoire » fabriqué par eux et à utiliser une calculette. (...)

Une question : les relations métriques dans le triangle rectangle ne sont pas explicitement au programme; elles sont aussi un sujet de désaccord entre nous. J'aimerais avoir l'avis de professeurs de maths et de physique du second cycle. »

(1) N.D.L.R. : celui dont le texte est publié page suivante.

Baccalauréat 32 DC n°2 8.01.85

I Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

[8] 1) $7(2x-4)+2(3x+5) = 6(x-4)-1$

2) $\dfrac{5x+3}{8} = \dfrac{3x-2,75}{10}$

II Simplifier l'écriture des nombres suivants (on donnera éventuellement le résultat sous la forme $a\sqrt{b}$, sans radical au dénominateur). a et b réels positifs

6,5 $A=\sqrt{\dfrac{162}{49}}$ $B=\sqrt{32a^2b^2}$ $C=\sqrt{7}\times\sqrt{28}$

[6,5] $D=\sqrt{108}-\sqrt{147}+\sqrt{75}$ (+0,5) $E=2\sqrt{39}-5\sqrt{176}+3\sqrt{11}$ (+0,5)

$F=\sqrt{1,21x}-\sqrt{0,49x}$ $G=\dfrac{3\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$

$H=\dfrac{2\sqrt{3}-1}{2\sqrt{3}+1}$ (+0,5) $I=\dfrac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}}-\dfrac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ (+0,5)

III On donne l'application $f$ dans $\mathbb{R}$ suivante :

$x \longmapsto f(x) = 4x^2-25-(x-2)(2x+5)$

[4,5] 1) Développer, réduire et ordonner $f(x)$

2) Ecrire $f(x)$ sous la forme d'un produit de facteurs du 1er degré.

3) Calculer $f(-3)$ ; $f(\sqrt{2})$ ; $f(\sqrt{3}-1)$

IV On admet que : a, b réels positifs si $a=b$ alors $a^2=b^2$ (et réciproquement)

[2] Comparer les nombres : $a=\sqrt{7+2\sqrt{10}}$ et $\sqrt{5}+\sqrt{2}$

V 1) Quelle est l'aire d'un carré dont le côté (en cm) mesure : $x=7-\sqrt{3}$

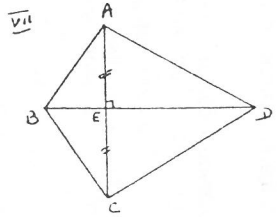
[2] 2) Quelle est l'aire d'un rectangle dont les dimensions (en cm) sont : $L=8+\sqrt{7}$ et $l=8-\sqrt{7}$

VI Dans un triangle ABC, on sait que $AB=x-y$ et $BC=x+y$.

[4] 1) Calculer AC de façon que ABC soit rectangle en A.

1 2) En utilisant le résultat précédent, calculer AC sachant que $AB=96$ et $BC=104$.

VII




[3] Le Cerf-volant ABCD ci-contre a ses deux diagonales perpendiculaires.

On donne : $AE=EC=2$ $AB=\sqrt{5}$ et $ED=4$

1 1) Calculer $AD=x$ et $BE=y$

1 2) Démontrer que $(BA)\perp(AD)$

VIII Soit un cercle de centre O et de ~~rayon~~ diamètre $BC=10$.

A est un point du cercle tel que $AB=8$.

H est le pied de la hauteur issue de A du triangle ABC.

[5] La tangente en A au cercle coupe (BC) en E.

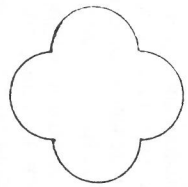
(on rappelle que $(AO)\perp(AE)$)

1 1) Faire la figure

1 2) Calculer : AC ; CH ; OH ; AH ; OE et AE

0,5 0,5 0,5 0,5 1 1

IX



[2] La figure ci-contre est constituée d'un carré sur les côtés duquel sont construits 4 demi-disques. L'aire totale de la figure est 64,25 cm². Quelle est la longueur x du côté du carré ? (On prendra $\pi = 3,14$)

X Un camion qui a partout la même largeur, veut passer sous un pont qui a la forme d'un demi cercle de rayon 4 m.

[2]

Si le camion a 2,20 m de largeur, quelle est sa hauteur maximum ?

## UTILISATION D'UNE BASE DE CONNAISSANCES DANS UNE CLASSE

Il s'agit de l'utilisation du Logiciel Xper de la société Micro application sur un Commodore 64, dans une classe de 6e à titre expérimental, mais cela aurait pu être dans une classe de 4e et avec un système équivalent (le vol des micros au début de l'expérimentation a considérablement gêné le déroulement de l'opération).

Pour rassurer les lecteurs non informaticiens, aucune connaissance d'un langage informatique n'est nécessaire, on rentre petit à petit dans l'ère dite de la cinquième génération d'ordinateur.

L'intérêt du système, c'est qu'il permet, à partir de faits, de connaissances ou de règles, de trouver d'autres faits, connaissances ou règles qui n'étaient pas au départ connus ou apparents pour le questionneur.

- Dans une première phase, les élèves étudient avec leurs instruments de dessins les propriétés observables de divers quadrilatères.

L'observation porte sur les côtés, les diagonales et les angles. L'élève remplit une fiche descriptive pour chaque quadrilatère. Les données recueillies sont alors introduites dans l'ordinateur. L'opération décrite sert à remplir ma base de connaissances de faits.

Tout quadrilatère est ainsi un individu de ma base. Les côtés, diagonales et angles sont les variables. Les modalités d'application d'une variable sont constituées par la liste des propriétés repérées pour un quadrilatère donné.

Ainsi, la machine aura emmagasiné que le trapèze quelconque a deux côtés parallèles et deux angles « consécutifs » supplémentaires.

Dès ce stade, on peut s'amuser à regarder quels sont les quadrilatères faisant partie de famille des parallélogrammes ou des trapèzes ou des rectangles.

Par exemple, la machine regroupe au sein d'une même famille tous les quadrilatères ayant au moins toutes les propriétés du parallélogramme.

- On peut démarrer la deuxième phase de l'opération : on se lance dans la construction à la règle et au compas de quadrilatères divers décrits à partir de propriétés. Par exemple, on va construire un quadrilatère ayant deux diagonales de même longueur, n'étant pas un trapèze isocèle.

A chaque fois qu'on arrive à construire un tel quadrilatère, on le rentre bien entendu dans notre base de connaissances.

La situation est alors mure pour dépasser le stade des familles et découvrir des propriétés.

On examine par exemple ce qui distingue de façon absolue les quadrilatères rangés dans la famille de ceux ayant deux côtés opposés parallèles, des autres. En clair, cela signifie que la machine indique qu'il n'y a pas, dans sa base de connaissances, de quadrilatères ayant deux angles « consécutifs » supplémentaires sans avoir deux côtés opposés parallèles.

L'élève, grâce au support machine, est à même d'énoncer un certain nombre de propriétés qu'on peut essayer ou non de justifier en sixième ou à d'autres moments.

- Il est maintenant possible d'explorer de façon systématique les propriétés caractéristiques des figures connues.

On crée, par exemple, directement dans la base de connaissances un quadrilatère ayant ses diagonales se coupant en leur milieu ; on demande à la machine de déterminer les individus de cette famille, la machine répond les parallélogrammes. De même, le carré est le seul quadrilatère ayant ses diagonales de même longueur, perpendiculaires et se coupant en leur milieu, etc. A chaque fois qu'on étudie un problème de ce type-là, la machine vous donne les raisons de l'élimination de n'importe quel quadrilatère de la base.

Cet aperçu sur quelques-unes des possibilités de ce logiciel montre que l'élève pourra l'utiliser, tant pour découvrir de nouvelles lois, que pour revoir des propriétés oubliées. La logique du et/ou, celle du raisonnement déductif trouve un terrain particulièrement intéressant pour se développer.

Tout se passe comme si la machine nous permettait de conjecturer toutes les situations possibles et par là même de ne pas faire apparaître nos théorèmes comme tombés du ciel.

A. Valabrègue.

# L'ETUDE DE TEXTE : UN EXERCICE DE MATHEMATIQUES ?

« Ils ne savent pas lire un énoncé... »
« Dans certaines copies, il n'y a pas une seule phrase en français... »
« Ils écrivent des énormités, sans même s'en apercevoir ! »
« Ah, celui-là, il m'a fait un raisonnement tellement tordu que je n'ai pas compris comment il était arrivé au résultat ! »

Des phrase banales que vous auriez pu dire, que j'aurais pu dire aussi. Des phrases que j'ai souvent entendues.

Alors, j'ai fait une tentative : faire lire et étudier un texte à mes élèves de 1re S, un texte de mathématiques bien sûr. Et j'ai cherché un extrait utilisable :

— dans les grands auteurs (la langue est difficile d'accès) ;
— dans les textes récents (c'est le niveau mathématique qui est difficile) ;
— dans les livres scolaires (ce n'est vraiment pas excitant) !

Comme en plus je souhaitais un texte comportant quelques erreurs, j'ai fait la seule chose qui me restait à faire : j'ai écrit moi-même le texte à étudier ! J'y ai inclus des erreurs volontaires pour entraîner mes élèves à distinguer le vrai du faux (sinon, comment être sûr de ce qu'on écrit ?)... et aussi une erreur involontaire ! (Mais ça, je ne l'ai su qu'après.)

J'ai donc préparé le travail : pour chaque élève, un exemplaire du texte à étudier (dactylographié, cela fait « plus vrai ») et une liste de questions (voir en annexe).

Chaque élève devait pour le prochain cours lire le texte et répondre aux questions posées.

La séance suivante fut un cours de maths peu ordinaire : on a beaucoup discuté, réfléchi ; les élèves ont d'abord été choqués par un texte dans lequel ils découvraient des erreurs puis, impatients d'en découvrir d'autres, passaient sans nuances d'une confiance totale à une méfiance absolue ! Mais, au fur et à mesure que le dialogue, la discussion s'installaient dans la classe, le vrai et le faux obtenaient droit de cité à condition de pouvoir les départager. Le besoin de preuves se faisait sentir, les démonstrations devenaient nécessaires. Finalement, on avait traité le chapitre de la logique !

J. Lubczanski

Document 1

## NOMBRES PREMIERS : ENFIN UNE RECETTE SIMPLE !

Il y a une infinité de nombres premiers. La démonstration en est due à Euclide (Eléments, livre IX, prop. 20).

Si l'ensemble E des nombres premiers $p_i$ était fini, il y en aurait un plus grand $p_n$.
Alors le nombre $p_1.p_2...p_n + 1$ n'est divisible par aucun des nombres $p_i$.
Et il est plus grand que chacun des $p_i$.
Ce serait donc un nouveau nombre premier, pas dans E.
Il y a une contradiction : E est donc infini.

Pourtant, malgré cette abondance, il n'est pas toujours facile de construire des nombres premiers. La recette d'aujourd'hui reprend la démonstration d'Euclide : il suffit de construire les nombres :

$$q_n = p_1.p_2....p_n + 1$$

Voici les nombres obtenus :

$q_1 = 2$ ; $q_2 = 3$ ; $q_3 = 7$ ; $q_4 = 31$ ; $q_5 = 211$ ; $q_6 = 2\,311$ ; etc.

Mais, pour obtenir de très grands nombres premiers, ce qui est une des préoccupations constantes de certains chercheurs, cette méthode n'est pas très performante : $q_n$ ne croît pas « très vite » avec n. En tout cas, pas aussi vite que les nombres de Mersenne, qui sont de la forme $2^n - 1$.

Malheureusement, tous les nombres de Mersenne ne sont pas premiers.

Il faut signaler ici la mésaventure de Fermat :
il conjectura que tous les nombres de la forme : $2^{2k} + 1$ sont tous premiers.
Voici ces nombres, d'ailleurs baptisés « nombres de Fermat » :
$F_0 = 3$ ; $F_1 = 5$ ; $F_2 = 17$ ; $F_3 = 257$ ; $F_4 = 65\,537$
et $F_5 = 4\,294\,967\,297$... qui est divisible par 641.

On connaît actuellement 28 nombres de Mersenne premiers : les exposants des deux plus grands sont 44 497 et 86 243. Pour ce dernier, la vérification a nécessité 1 h 3 mn et 22 s de calcul sur le plus gros ordinateur actuel (Cray 1) et le résultat est dû à un chercheur de Stanford, D. Slovinsky (janvier 1983).

Pour terminer, voici une anecdote amusante et facile à vérifier : si A est votre année de naissance, alors :

$N = A^2 - 3\,879\,A + 3\,761\,701$ est un nombre premier !

Document 2

## « A PROPOS DES NOMBRES PREMIERS »

Activité numérique

**Questions préalables :**

1. Rappel ?
Un nombre premier est un nombre entier qui n'est divisible par aucun autre entier, exceptés 1 et lui-même.
Etablir la liste des nombres premiers inférieurs à 60.

2. Un critère économique :
Démontrer que, pour tout entier n, on a :
n n'est divisible par aucun des entiers de l'intervalle $[3, \sqrt{n}]$ (n est premier).

**Questions sur le texte :**
**« Nombres premiers : enfin une recette simple ! »**

3. Etude de la suite $(q_n)$ :
Calculer les dix premiers termes.
$q_7$ est-il premier ?
Commenter la « recette » proposée.

4. Etude de la suite des nombres de Mersenne :
On note $M_n = 2^n - 1$.
Calculer les dix premiers termes. Sont-ils premiers ?

5. Comparaison des suites $(q_n)$ et $(M_n)$ :
Démontrer que ces deux suites sont croissantes :
Démontrer que $\forall\, n \geqslant 4,\ q_n > M_n$ :
Laquelle de ces deux suites croît le plus vite ?

6. La mésaventure de Fermat :
Démontrer que $F_5$ est divisible par 641.

7. Etude de « l'anecdote amusante » :
Le nombre N obtenu avec votre année de naissance A est-il premier ?
Est-il possible de trouver un nombre A tel que N ne soit pas premier ?

8. Généralisation :
Soit P, un polynôme de degré p, à coefficients entiers :
$P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_px^p$
(on suppose $p \geqslant 1$).
Démontrer que $P(a_0)$ n'est pas un nombre premier.
Peut-on trouver d'autres entiers n tels que P(n) ne soit pas premier ?
En déduire qu'il existe aucune formule polynômiale ne donnant que des nombres premiers.
Peut-on trouver un polynôme P tel que P(n) soit premier pour une infinité de valeurs de n ?

## Annexe
# LES FICHES CUISINE DE TONTON LULU

## UN PEU, BEAUCOUP, ENORMEMENT... PAS DU TOUT ?
## Des recettes de nombres premiers à base de polynômes

On a toujours dit qu'il n'existait pas de formule pour trouver des nombres premiers et qu'il était vain d'en chercher. Et puis un jour, je me suis demandé pourquoi et j'ai cherché. Pour commencer par des choses simples, j'ai regardé de plus près les polynômes... à une variable.

**Cinq questions pour tourner autour du problème :**

Soit P un polynômes à une variable ; on s'intéresse aux valeurs P(x) que prend P pour n $\in$ . $\mathbb{Z}$

1. Peut-on trouver P ne donnant aucun nombre premier ?
2. Peut-on trouver P donnant un nombre fini de nombres premiers ?
3. Peut-on trouver P donnant un nombre infini de nombres premiers ?
4. Peut-on trouver P ne donnant que des nombres premiers ?
5. Peut-on trouver P donnant tous les nombres premiers ?

Si vous voulez vous tester, répondez à ces questions, puis comptez quatre points par réponse positive... vous aurez votre total sur 20. En d'autres termes, je prétends que la réponse est « oui » à chacune de ces cinq questions. Etonnant, non ?

Et maintenant, réponse en quatre temps : étudions les polynômes qui donnent un peu, beaucoup, énormément... et pas du tout de nombres premiers.

**Un peu de nombres entiers :**

- Un seul nombre premier : là c'est facile, on peut prendre par exemple $P(x) = 3x$ qui donne un seul nombre premier, 3, pour $x = 1$. On peut d'ailleurs se fixer d'avance pour le nombre p que l'on veut obtenir ; on prend alors $P(x) = px$.
- Deux nombres premiers : un polynôme donnant deux nombres premiers en donne-t-il automatiquement une infinité ? C'est la question qui m'a préoccupé et est restée un problème ouvert (pour moi) un bout de temps. Puis un collègue m'a soufflé :
  $P(x) = (x^2 + 1)[2(x + 1) + 1]$ qui vérifie $P(0) = 3$, $P(-1) = 2$ ; et pour x différent de ces deux valeurs, $x^2 + 1$ et $2(x + 1) + 1$ sont deux facteurs strictement supérieurs à 1 : P(x) est alors composé.
- Un nombre fini de nombres premiers : la généralisation étant un tic bien ancré chez les mathématiciens, passons à trois d'abord... à n ensuite.
  Pour trois, je me suis reposé la question : un polynôme donnant trois nombres premiers en donne-t-il une infinité ? Le même collègue a abrégé mon tourment avec $P(x) = (x^2 + 1)[(x + 6)(x + 2) + 1]$ ; on a $P(0) = 13$, $P(-2) = 5$ et $P(-6) = 37$ ; pour d'autres valeurs de x, on vérifie que les facteurs ne sont ni 1 ni $-1$. Mais les valeurs 13, 5 et 37 sont le fruit du hasard.
  Un peu de persévérance m'a alors conduit à poser :
  $P(x) = x[1 + (x^2 - 1)\Pi(x - p_i)^2]$, où $[p_i, i\varepsilon I]$ est un ensemble fini de nombres premiers donné. Ce polynôme vérifie $P(p_i) = p_i$ et pour $x = p_i$, P(x) est composé (sauf $P(1) = 1$, mais 1 est-il premier ?).
  Cela peut apparaître aux yeux de certains comme du bricolage : il s'agit en effet d'une recette, mais qui a le mérite de répondre à une question a priori pas évidente.

**Beaucoup de nombres premiers :**

Un polynôme peut-il donner une infinité de valeurs premières ? (Sans les donner toutes, ce qui est l'objet du paragraphe suivant.)

- La réponse, pour les polynômes du premier degré, s'appelle le théorème de Dirichlet : « Toute suite arithmétique $(an + b)_{n\varepsilon N}$ où a et b sont premiers entre eux, contient une infinité de nombres premiers. » Il n'est pas question ici d'en donner une démonstration générale ; contentons-nous d'une démonstration élémentaire dans un cas particulier (classique) :
  Soit $P(x) = 4x - 1$ et E l'ensemble des nombres premiers de la forme $4n - 1$ ; supposons E fini, alors construisons le nombre $A = 4\Pi p_i - 1$. Les facteurs premiers de A étant impairs, ils sont de la forme $4k - 1$ ou $4k + 1$. Or le produit de tels nombres est lui-même de la forme $4k \pm 1$, le $\pm 1$ étant donné par le produit des $+ 1$ et des $- 1$ des facteurs : pour A, c'est un $- 1$, il s'en suit que le nombre de facteurs premiers de A de la forme $4k - 1$ est impair : il y en a au moins un ! Celui-ci est alors un des $p_i$ de E, or A n'est divisible par aucun $p_i$. Contradiction : E est infini et $P(x) = 4x - 1$ donne une infinité de nombres premiers.
- Pour les polynômes de degré supérieur à un, on arrive à des problèmes difficiles d'arithmétique dont tous sont loin d'être résolus...

Signalons au passage que le raisonnement par l'absurde ci-dessus reprend l'idée d'Euclide démontrant l'existence d'une infinité de nombres premiers : si les premiers $p_i$ étaient en nombre fini, alors $\Pi p_i + 1$ serait premier car divisible par aucun des $p_i$. Mais il est strictement plus grand que chacun d'eux, d'où une contradiction.

Une erreur facile à commettre (et j'en sais quelque chose!) est de penser que cette démonstration donne un procédé de construction d'une infinité de nombres premiers, par : $\Pi_1 = 2$, $\Pi_2 = 2 + 1 = 3$, $\Pi_3 = 2 \times 3 + 1 = 7$, $\Pi_4 = 2 \times 3 \times 5 + 1 = 31$,...; on obtient $\Pi_5 = 211$, $\Pi_6 = 2\,311$ et $\Pi_7 = 30\,031$... qui est divisible par 59.

Par contre, cette construction permet d'obtenir des nombres composés consécutifs en nombre quelconque : $p_1 \times p_2 \times p_3 \times ... \times p_n + 2$ et les suivants jusqu'à $p_1 \times p_2 \times .... \times p_n + p_n$ sont tous composés, un des $p_i$ étant en facteur.

**Enormément de nombres premiers :**

- Un polynôme peut-il donner tous les nombres premiers?
  En remarquant que tous les premiers sont impairs, il suffit de prendre $P(x) = 2x + 1$.
  Et si on cherche un polynôme de degré supérieur à un? Remarquons d'abord que si un polynôme prend toutes les valeurs impaires, c'est $2x + 1$ ; en effet, un polynôme est monotone à partir d'une certaine valeur z de la variable : supposons-le croissant ; il devra, à partir de $n_0$, prendre les valeurs impaires dans leur ordre naturel ; coïncidant en une infinité de points avec $2x + 1$, il ne pourra qu'être confondu avec celui-ci. Pourtant $P(x) = x$ prend toutes les valeurs impaires et ne coïncide pas avec $2x + 1$. Encore une erreur facile à commettre! D'ailleurs, $P(x) = x$ répond à notre question : il donne bien tous les nombres premiers.
- Un polynôme peut-il ne donner que des nombres premiers?
  Oui, il suffit qu'il soit constant! $P(x)=$ convient parfaitement. Et s'il n'est pas constant? Soit $P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_nx^n$ ; on s'aperçoit rapidement que $P(a_0)$ est divisible par $a_0$. La question semble donc résolue. Et si $a_0 = 1$? ou $-1$? Là, il faut trouver autre chose. C'est ce qu'a fait un collègue (vive le travail en équipe!) : soit n entier ; $P(n + x) - P(n)$ est un polynôme en x admettant la racine 0 ; on peut l'écrire $xQ(x)$, d'où : $P(n + x) = P(n) + xQ(x)$. Supposons P non constant : $\exists$ n : $P(n) = 1$ et $P(n) = -1$ ; alors pour $x = P(n)$, on obtient $P(n + P(n)) = P(n) + P(n)Q(P(n)) = P(n)\,[1 + Q(P(n))]$. Pour la valeur $n + P(n)$ de la variable, le polynôme P donne un nombre composé. Un polynôme non constant ne peut donc donner que des nombres premiers.

**Pas du tout de nombres premiers :**

On revient à des choses très simples. Il faut juste éviter de parler trop vite, en proposant par exemple $P(x) = 2x$ (et oui, il existe un nombre premier pair!). Mais $P(x) = 4x$ ou plus généralement $P(x) = ax$ avec a composé fait tout à fait l'affaire.

Si on veut P de degré deux, $P(x) = (x - a)(x - b)$ convient à condition que ni $1 + a - b$ ni $1 - a + b$ ne soient premiers : ce sont les valeurs de P lorsqu'un des deux facteurs vaut 1 ou $-1$.

Question (entre autres) : un polynôme du second degré ne donnant que des nombres composés admet-il forcément deux racines entières? (Avec des coefficients sans diviseur commun.)

**Pour terminer :**

Arrivés à ce point, on est loin d'avoir effeuillé toute la marguerite : en chemin, de nouvelles questions ont germé, naturelles pour un mathématicien : faire des mathématiques, n'est-ce pas d'abord se poser des questions?

Enfin, je signale, à titre de curiosité, qu'il existe des polynômes à plusieurs variables dont les valeurs positives sont exactement l'ensemble des nombres premiers ; en voici un, à vingt-six variables, cité par Don Zagier dans « The mathematical intelligencet », d'août 1977 :

$$
\begin{aligned}
&F(a,b,c,d,e,f,g,h,i,j,k,l,m,n,o,p,q,r,s,t,u,v,w,x,y,z) = \\
&\quad (k+2)[1 - (wz + h + j - q)^2 - (2n + p + q + z - e)^2 - (a^2y^2 - y^2 + 1 - x^2)^2 \\
&\qquad - [(e^4 + 2e^3)(a+1)^2 + 1 - o^2]^2 - [16(k+1)^3(k+2)(n+1)^2 + 1 - f^2]^2 \\
&\qquad - [((a + u^4 - au^2)^2 - 1)(n + 4dy)^2 + 1 - (x + cu)^2]^2 - (ai + k + 1 - l - i)^2 \\
&\qquad - [(gk + 2g + k + 1)(h + j) + h - z]^2 - [16r^2y^4(a^2 - 1) + 1 - u^2]^2 \\
&\qquad - [p - m + l(a - n - 1) + b(2an + 2a - n^2 - 2n - 2)]^2 \\
&\qquad - [z - pm + pla - p^2l + t(2ap - p^2 - 1)]^2 - [q - x + y(a - p - 1) + s(2ap + 2a - p^2 - 2p - 2)]^2 \\
&\qquad - (a^2l^2 - l^2 + 1 - m^2)^2 - (n + l + v - y)^2]
\end{aligned}
$$

In J.P. Jones, « Diophantine representation of the set of prime numbers », Notices eo the AMS 22 (1975, A-326).

Voilà, j'espère ne pas avoir fait d'erreur en recopiant! (1)

J. Lubczanski

(1) Vous pouvez admirer le travail de la personne qui a tapé cet article et du typographe! Merci pour eux. (N.D.L.R.)

# COMMUNIQUES

## SEMINAIRE « ENSEIGNEMENT & MATHS »

Ça continue l'année prochaine, avec pour thème :

« COMMENT INTEGRER LES NOUVELLES TECHNOLOGIES
A LA PRATIQUE DE L'ENSEIGNEMENT DES MATHS ? »

Projets pour 1985-1986 :

— dessins animés mathématiques sur cassettes vidéo
— manipulations de géométrie dans l'espace avec des lasers
— imagiciels gais et pédagogiques.

**Pour tous renseignements,** écrire à : J. Lubczanski,
Séminaire Enseignement & Maths, ENSET, 61, av. du Pdt Wilson, 94230 CACHAN.

## LIVRES, REVUES

- « Tout ou presque » ce que vous avez toujours voulu savoir sur le théorème de Pythagore sans jamais oser le demander. Irem Paris Nord 1980 (communiqué de nos amis belges du GEM).
- Numéro spécial sciences et techniques : « La révolution de l'intelligence ».

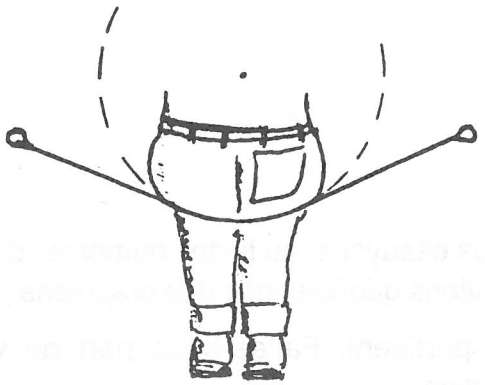
## RECTIFICATIF

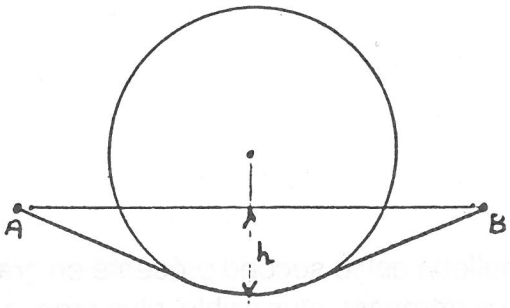
A la suite d'un incident technique, la mention : © DARGAUD EDITEUR PARIS 1975 de Christin et Bilal qui devait accompagner les dessins de l'énoncé « RAPATRIEMENT » a disparu du n° 60 des Chantiers.

Nous adressons toutes nos excuses à nos lecteurs et aux Editions Dargaud, qui nous ont autorisés à reproduire gracieusement ces dessins.

## PROBLEME DE CUL !...

J. Lubczanski






Données : AB = d
longeur de la toile : l

En assimilant le profil de vos fesses à un arc de cercle de rayon R, calculez la flèche h que prend la toile quand vous vous asseyez.

Application numérique : d = 45 cm, l = 50 cm, R est laissé à votre appréciation.

## A PROPOS DES PROGRAMMES

(Extrait du bulletin des anciens élèves de l'Ecole Polytechnique)

### L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES DANS LE SECONDAIRE

On connaît peut-être une anecdote qui se situe à l'Ecole Polytechnique en 1804. Le Professeur de physique, M. Hassenfratz, interrogeant un élève sur la lune, celui-ci prétendit qu'il ne l'avait jamais vue. Et comme le professeur insistait, il ajouta : « *Je vous tromperais si je vous disais que je n'en ai jamais entendu parler, mais je ne l'ai jamais vue.* »

A quatre-vingts ans de distance, une scène analogue s'est produite entre mon petit-fils, élève de troisième, et moi.

— Parle-moi des vecteurs, lui demandai-je. Il resta coi, puis avoua : « *Je ne sais pas ce que c'est!* » Et comme je m'indignai : « *Je te tromperais en te disant que je n'en ai jamais entendu parler, mais je ne sais pas ce que c'est.* » Sur ce, il alla chercher son livre de mathématiques, fruit de la collaboration de cinq professeurs, et l'ouvrit à la page 49. Il pointa le doigt sur une définition et me demanda : « *Qu'est-ce que ça veut dire ?* »

Je lus : Définition : *On appelle vecteur toute classe d'équivalence pour la relation d'équipollence dans l'ensemble des bipoints.*

J'abandonnai précipitamment les Mathématiques pour l'Histoire, mais je connus là une autre humiliation, faute de pouvoir répondre à mon élève lorsqu'il me demanda s'il existait un « programme » pour classer par ordre chronologique les rois de France de prénoms différents. Je demeurai très perturbé par la définition du vecteur qui ne devait pas du tout être ce que j'avais cru jusque-là.

J'eus la chance, le lendemain, de rencontrer le professeur Leprince-Ringuet. Je lui montrai la fameuse définition.

— Pouvez-vous m'expliquer ça? Il lut, puis me répondit : « *Je ne peux rien pour vous. Je ne comprends pas ce que ça veut dire.* »

Cessons de rire : cinq inconscients proposent, à des élèves de troisième, d'un être mathématique élémentaire, une définition que ne comprennent ni un polytechnicien moyen ni un de nos plus éminents savants et académiciens. Ces professeurs préparent l'échec de nos enfants et petits-enfants! Si on ne les met pas hors d'état de nuire, ils prépareront l'échec d'une génération et la ruine de notre pays.

J.P. Callot (31)

# APPEL A NOS LECTEURS

Ce bulletin est le second présenté en grand format. Nous essayons, au fil des numéros, de le rendre plus attrayant, plus lisible, plus proche des préoccupations quotidiennes des praticiens.

Pour l'améliorer, nous avons besoin de votre avis pertinent. Faites-nous part de vos remarques, critiques, suggestions sur les deux derniers bulletins.

Nous souhaitons aussi, bien sûr, que vous nous proposiez des articles : des réflexions, des questions, des comptes rendus d'expériences ratées ou réussies, etc.

Toutes vos contributions seront les bienvenues.

Courrier à adresser à : Antoine VALABREGUE, APMEP régionale Ile-de-France, 13, rue du Jura, 75013 PARIS.

N.B. Si possible, envoyez vos articles dactylographiés. Merci.

**DERNIERE MINUTE**

La régionale de Paris s'est procuré les logiciels du CUEEP (disquettes T070/M05) et des brochures d'accompagnement.

Ces produits avaient été annoncés dans le supplément de janvier 1985.

Les adhérents intéressés peuvent s'adresser à Marie-Hélène PEYRACHE pour se les procurer.

Directeur de la publication : Antoine VALABREGUE
A.P.M.E.P., 13, rue du Jura, 75013 PARIS
Imprimé par UTOPIE
14-16, passage des Soupirs, 75020 Paris ✆ 797.63.51