CHANTIERS de Pédagogie Mathématique

APMEP Bulletin de la Régionale d'Ile-de-France
Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

Mai 96
n° 91

DEUX POIDS, DEUX MESURES ?

Parisienne habitant souvent la province, ayant expérimenté la double appartenance de *prof de base* et *membre d'un groupe ministériel*, je reçois parfois de curieux échos venant des deux horizons... Ce mois-ci, ils s'entrechoquent et me rendent dubitative.

En haut lieu, on s'inquiètait depuis longtemps des abus de certains enseignants de terminale C de *grands lycées parisiens* anticipant allègrement le programme de classe préparatoire, au mépris des programmes officiels. Il semble que les nouvelles structures de la terminale S, avec un horaire réservé à l'enseignement de spécialité, n'ait pas modifié le cours de ces pratiques et que l'inquiètude soit toujours de mise. Puisque ces abus perdurent, c'est donc qu'il n'y a aucun moyen institutionnel d'y mettre fin ?

En *bas lieu*, en lointaine province dauphinoise, des PEGC viennent de recevoir leur rapport d'inspection. Dire qu'on leur enfonce la tête sous l'eau est peu dire... Un style méchant, peu fait pour encourager des enseignants à modifier leur comportement si vraiment besoin était... En lisant, je sursaute : tiens, on reproche à l'un d'entre eux d'avoir dit une expression hors programme. Scandale des scandales... Ils enseignent depuis longtemps, ils auraient pu espérer devenir hors classe, la sanction se profile : ils pourront toujours attendre...

Là j'avoue que la curiosité me démange : y a-t-il déjà eu des rapports aussi durs vis-à-vis des enseignants qui abusent en terminale scientifique de *certains grands lycées parisiens* ? Et quelles retombées réelles ont-ils ? Merci d'avance aux lecteurs qui pourront satisfaire ma vilaine curiosité.

Humiliation pour les uns, *hors classe* donnant droit au *hors programme* pour les autres ? J'ose encore espérer qu'il n'en est rien... Car oui, il est grave que les lycéens de province risquent d'être désavantagés, voire handicapés, dans certaines classes préparatoires parce que, pour eux, le programme de prépa est nouveau. Mais il serait tout aussi grave que des enseignants du service public ne soient pas traités de la même façon par l'institution.

Sylviane GASQUET

SOMMAIRE

Le qualitatif s'oppose-t-il au quantitif ? 2
Les angles en sixième 5
Entre le dire et l'entendre..... 6
A propos du sens des opérations, des nombres, des aires et de l'enseignement des mathématique en France 7
Exercice sur les ellipses 8
Note de lecture 9
Histoire des rats-porteurs .. 10
A propos de l'écart-type 11
Maths et médias ..... 12 et 16
Journée régionale 13
Billet de P. Dolain..... 15

Le Comité de la Régionale rappelle que, sauf mention contraire, les articles publiés dans les *Chantiers de Pédagogie Mathématique* représentent l'opinion de leurs auteurs et ne sont pas une prise de position de la Régionale.

Les *Chantiers* sont un lieu d'échange et de débats dans lequel il n'existe pas de pensée unique.

Prix du numéro : 10 F. Abonnement : 30 F (1 an, 4 numéros par an)
Directrice de la publication : Sylviane GASQUET
Rédaction : Hervé HAMON et Francis SLAWNY
A.P.M.E.P. 26, rue Duméril, 75013 PARIS - ☎ 45 35 43 05
Imprimé par A.F.G.L. 7, rue Euryal-Dehaynin, 75019 PARIS - ☎ 42 03 88 07

DÉBAT

Le qualitatif s'oppose-t-il au quantitatif ?

Nous publions ci-dessous deux nouvelles contributions au débat que nous avons lancé dans le numéro 88 des *Chantiers*, comme suite à la journée régionale de 95, ainsi qu'une réaction à celle publiée dans le précédent numéro. Nous pensons mettre maintenant un terme à cette rubrique et remercions les collègues qui ont répondu à notre appel.

Isabelle VOLTAIRE
77390 Fouju

QUALITÉ – QUANTITÉ

Le titre – et l'idéologie dominante – nous enferment dans deux associations : qualité pour peu d'élèves, ou médiocrité pour beaucoup, qui seraient les seules possibles, et antagoniques. La loi actuelle (du 10 juillet 89), accentuée par le volontarisme du rectorat de l'académie de Créteil, ayant choisi la massification, le Ministère cherche à nous culpabiliser si nous tentons de conserver la qualité de l'enseignement (des mathématiques entre autres), nous accusant d'élitisme : nous refuserions du même coup la démocratisation.

Or, l'objectif idéal de l'école républicaine est que de très nombreux élèves reçoivent un enseignement de qualité, et avec succès. On peut donc s'étonner de l'alternative précédente, et de l'accusation.

Il faut examiner plusieurs points :

– si les deux associations sont les seules possibles, c'est-à-dire si un vrai enseignement de math n'est accessible qu'à un petit nombre d'élèves ;

– si elles sont exclusives l'une de l'autre ;

– si le jugement moral porté à leur sujet est fondé, et juste.

1) Les mathématiques demandent un effort particulier, auquel on ne consent pas spontanément, et qui est très loin du consumérisme et de l'utilitarisme dominants ; que l'on relise par exemple les très belles pages que Platon y consacre dans la République (livre VII, 526-527), et qui sont toujours vraies : c'est la démonstration qui est formatrice de l'esprit. Mais il est indéniable que les réactions des individus devant cette difficulté sont inégales ; elles l'ont toujours été.

On peut s'y résigner, explicitement ou non ; le Ministère, par exemple, pratique l'omission, par manque de courage politique, et économie. L'égalitarisme de façade, appelé démocratisation par abus de langage, qui consiste à fuir la difficulté au lieu de l'affronter (ce qui demande du temps), est un mensonge méprisant. La fausse égalité se traduit par exemple par la liberté, inscrite dans les commentaires de programmes, laissée au professeur, de faire ou non les démonstrations : bel aveu, implicite, de deux choses au moins : la démonstration est la vraie marque des mathématiques ; aux incultes non vigilants, un ersatz utilitaire suffirait.

Les instructions officielles ne servent ainsi ni les enfants du peuple, ni les mathématiques : le mot démocratisation est immérité.

Mais, quels que soient les textes, cette médiocrité pour la plupart est-elle inéluctable ?

Dans l'état actuel de la société, et des recherches des didacticiens et des sociologues, pour ceux qui ne veulent pas (ou ne peuvent pas ?) apprendre, que faire ? On pourrait peut-être, déjà, ne pas leur mentir. J'émets l'hypothèse qu'un système scolaire moins démagogique diminuerait les dégâts. Sans garantie. Mais en tout cas la preuve est faite que l'on n'a pas tout tenté.

2) Les deux faces de l'alternative : un enseignement de qualité pour quelques uns, ou l'accueil de toute une classe d'age dans la médiocrité, sont-elles exclusives ?

Dans la difficulté d'enseignement que nous connaissons, et dans la loi du collège unique, elles le sont, la différence portant sur la condition d'entrée, et donc le nombre d'élèves.

Si l'on supprime cette loi (qui n'exprime qu'une fiction), il n'y a plus d'exclusion ; ce serait simplement conforme à la réalité : la reconnaissance officielle de classes de niveaux différents ; c'est cet aveu que le ministère ne fait pas, pour une raison politicienne.

3) La pression idéologique pour nous enfermer dans l'alternative décrite, et nous obliger à n'en admettre qu'un terme (l'enseignement pour tous, tant pis s'il est médiocre) suppose que nous adoptions une hypothèse politique et morale : la démocratie est le seul régime possible, et le bien suprême y est la liberté individuelle.

Supposons que cette hypothèse soit bonne. On pourrait remarquer qu'elle est en contradiction avec l'obligation scolaire et le collège unique, mais ce n'est pas ici la question la plus pressante. Celle qui concerne plus directement les professeurs de mathématiques, c'est la contradiction entre le règne de l'opinion et la construction de la connaissance : la liberté démocratique, en tout cas dans son sens naïf (et vulgaire ?) et la règle de la démonstration mathématique, quoique d'ordres différents, se trouvent, par la volonté politique exprimée par la loi, confrontées dans l'école, et se heurtent. Et nous devrions, pour ne pas chagriner les chers petits, vivant dans l'instant seulement, ne pas les mettre dans la difficulté ; c'est-à-dire ne plus faire de mathématiques.

C'est la vivacité de cet affrontement, dû à la nature profonde des mathématiques, qui fait notre malvivre. Lequel est partagé par nos collègues de philosophie, pour une raison évidente.

Nous sommes pris dans une contradiction : faire des mathéma-

tiques (ce pour quoi l'Etat nous paie) et ne pas vraiment en faire (instructions de la DLC, et réalité du terrain) : c'est que l'hypothèse supposée plus haut est fausse.

Donc il faut la rejeter ; on ne peut garder ensemble l'enseignement des mathématiques, et la liberté au sens démagogique et vulgaire de la loi actuelle. D'où les questions posées dans le numéro 89 des *Chantiers*.

FAUT-IL ENSEIGNER LES MATHS ?

Si l'on met au-dessus de tout la liberté consumériste de la loi du 10 juillet, un catalogue de recettes peut suffire.

Si l'on pense qu'il faut enseigner les maths, on doit changer la loi. La privation momentanée de liberté dans la contrainte de l'étude, précisément celle des mathématiques, permet de conquérir une liberté bien plus haute, elle est donc d'un intérêt majeur pour les enfants du peuple, c'est une des conditions de la démocratie, dans sa conception élevée.

Le jugement moral porté sur l'enseignement qui devrait être facile (c'est-à-dire vidé de son sens) pour la masse est donc mauvais, et l'accusation d'élitisme dont l'opinion futile veut nous accabler est sans fondement.

Il est évident dans ce cas que c'est à tout le monde qu'il faut enseigner, mais dans la condition de contrainte : avec examens de passage ; corrigés honnêtement, par les temps qui courent il vaut mieux le préciser. Tous doivent pouvoir s'y présenter autant de fois qu'ils veulent.

Robert VALLEE
Professeur honoraire
à l'Université de Paris-Nord

On oppose le plus souvent le qualitatif au quantitatif, on le fait parfois émerger du quantitatif quand ce dernier implique un changement si important qu'il y a modification de sa nature. Le quantitatif serait réservé aux mathématiques et à la "science" ou du moins à certaines sciences, parfois appelées dures, et le qualitatif serait une exclusivité des autres sciences qui toucheraient à l'humain. Parfois c'est le qualitatif qui est vu péjorativement car considéré comme une infirmité de ces sciences en voie de développement qui n'ont pas encore accès à la mesure, dans d'autres cas le qualitatif est considéré comme une prérogative supérieure de ces mêmes sciences réservées aux esprits capables de transcender le vulgaire quantitatif. On oppose alors volontiers l'esprit de géométrie à l'esprit de finesse selon la formulation malheureuse de Pascal qui, bien qu'exacte quant au fond, a laissé croire à certains que la finesse était absente de la géométrie.

S'il existe une opposition entre quantitatif et qualitatif on aurait tort de croire que ces deux aspects des choses ne peuvent pas cohabiter au sein d'une même discipline. En schématisant on peut dire que l'algèbre suggère plus le quantitatif que la topologie que l'on associe au qualitatif et néanmoins, comme on a pu le dire, le démon de l'algèbre et l'ange de la topologie se partagent les mathématiques.

A vrai dire la vision, très simpliste, des mathématiques comme science des nombre (que devient alors la géométrie la plus élémentaire ?) donc quantitative au plus haut point est évidemment réductrice. En effet les concepts qualitatifs sont tellement présents en mathématiques qu'on les oublie. Dire que $x < y$ est une proposition qualitative concernant les nombres x et y, il en est de même du parallélisme de deux droites. La théorie élémentaire des ensembles est de nature qualitative : appartenance, inclusion, complémentation...

L'attribution d'une topologie à un ensemble, encore non structuré, ouvre la voie à des considérations qualitatives telles que celles touchant, par exemple, à la connexité. La continuité d'une application d'un ensemble topologique dans un autre est aussi une notion qualitative, de même que la commutativité ou l'associativité d'opérations concernant des éléments qui ne sont pas nécessairement des nombres. L'équivalence topologique de deux "figures", du plan par exemple, c'est-à-dire leur communauté de forme, est une notion qualitative, de même que la relation de ressemblance qui est réflexive, symétrique mais non transitive. Dans un ordre d'idées différent, le calcul des probabilités, appliqué à du quantitatif, atténue ce dernier par l'incertain des conclusions. Mieux encore, peut-être ; la notion de flou relativise certains concepts quantitatifs : l'ensemble classique des individus dont l'âge est compris entre 40 et 60 ans peut être remplacé par l'ensemble flou des individus d'âge moyen. Par ailleurs l'imprécision des données, même numériques, inévitable dans le monde réel, introduit dés le départ un qualitatif irréductible. Ainsi le qualitatif est-il omniprésent dans les sciences, y compris les mathématiques. Ce n'est pas un traité d'infériorité, c'est un caractère profond riche en conséquences. C'est aussi un gage de robustesse, un résultat qualitatif est moins susceptible d'erreur qu'un résultat quantitatif éminemment fragile, en un certain sens il est plus stable. On pourrait même, sans paradoxe, devant une modélisation, presque nécessairement quantitative, recommander de ne retenir que ses résultats qualitatifs, d'appliquer quelque "foncteur d'oubli du quantitatif", qui ne retiendrait que l'essence, difficile certainement à définir, des conclusions.

Claudie MISSENARD
Collège des AMONTS,
ZEP des Ulis (91)

RÉPONSE À M. BIRATELLE

Notre collègue Hugues Biratelle a pour lui, outre sa jeunesse, le climat sain des lieux où il enseigne. Il a le mérite de nous rappeler une vérité première : pas de mathématiques sans preuve. Démontrer est l'essence même des mathématiques et démontrer, çà s'apprend.

Je le suis totalement sur ce point. Je suis moins catégorique sur l'unicité des méthodes de recherche d'une démonstration. Bien sûr, jeune et plein d'enthousiasme, il ignore que le bon peuple dit qu'il ne faut jamais dire JAMAIS. Mais après tout, s'il a du plaisir à marcher à reculons, c'est

son droit et sans doute n'éprouvera-t-il jamais dans la vie de difficultés à joindre les deux bouts...

Ce qui manque à son exposé, jeunesse toujours, c'est de resituer dans une perspective historique (récente) l'état actuel de l'enseignement des mathématiques. Je me permettrai donc, du haut de mon grand âge, un court rappel.

Dans les années soixante, des gens compétents et bien intentionnés ont pensé (comme notre collègue) que les difficultés des élèves en mathématiques venaient du manque de rigueur des fondements, de ces débuts pas bien propres où on utilisait le papier calque pour *démontrer* les cas d'égalités des triangles.

Ils ont donc postulé que si on déroulait devant les élèves une théorie axiomatique, où tous les chaînons étaient explicites et correctement démontrés à partir d'un choix judicieux d'axiomes, les mathématiques deviendraient faciles et tous les élèves seraient bons.

Forts de cette conclusion, ils ont tenté de vérifier leur hypothèse (ouh, là, là, voilà que moi aussi, je me mets à la marche arrière).

Malheureusement, tout ne s'est pas passé comme espéré. Si quelques bons élèves vivaient effectivement heureux dans ce monde parfaitement axiomatique, la majorité des autres avait beaucoup de mal à comprendre à quel jeu on jouait et passait du coup largement à côté de tout.

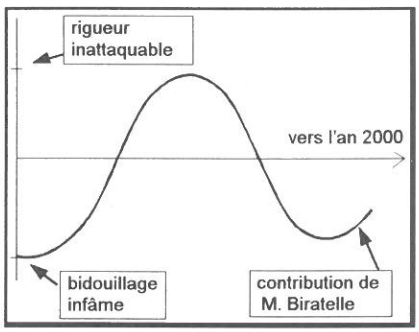
On s'est vite rendu compte de difficultés de plusieurs ordres. J'en soulignerai deux.

La première était liée à la difficulté intrinsèque des choses. Des objets simples à concevoir peuvent être très difficiles à définir (cf. la définition de la droite affine en classe de quatrième : ensemble D muni d'une famille F de bijections avec l'ensemble des nombres réels, telle que, pour tout f et pour tout g de F, il existe deux réels a et b tels que, pour tout M de D, $f(\mathrm{M}) = a\,g(\mathrm{M}) + b$, c'est pourtant simple).

La deuxième était liée aux conditions de mise en application. Malgré des efforts de formation très réels de la part des professeurs, malgré le travail des IREM et de l'APMEP, il était difficile à beaucoup d'enseignants de distinguer l'essentiel de l'accessoire et, en particulier en matière de langage, un rigorisme excessif a achevé de donner à l'ensemble son aura terrifiante de chef sélectionneur de têtes blondes.

On a donc amorcé, lentement d'abord, puis de façon plus marquée, un retour vers des mathématiques moins rigoureuses et plus techniques. On a accepté de sauter des démonstrations trop difficiles, d'élargir un peu le nombre des axiomes. Puis, le mouvement de descente s'accélérant, on a élargi tellement que toute proposition vraie est devenue axiome.

De façon imagée, les professeurs de mathématiques vivent depuis des années sur une sinusoïde que je représenterai ainsi :



Cette constatation est source d'optimisme. D'abord, je suis personnellement persuadée que cette sinusoïde s'amortit et que le système évolue spontanément vers une position d'équilibre raisonnable. Ensuite, la contribution d'Hugues Biratelle prouve clairement que nous sommes à l'amorce de la remontée vers plus de rigueur, et c'est plus que nécessaire.

J'aurais donc pu fermer avec un chaud sentiment de réconfort mon numéro des *Chantiers* si je n'avais pas eu la mauvaise idée de tourner les pages et de tomber sur la calamiteuse vision des angles que notre jeune collègue semble vouloir nous faire partager.

Je vais d'abord lui expliquer pourquoi les angles sont un des points où la construction correcte qu'il préconise (angle classe d'équivalence de secteurs) est difficile à mettre en place. Les mathématiciens ne sont pas seuls au monde. Les angles servent dans la vie de tous les jours. Et l'usage «commun» des angles les considère comme des ensembles de points. Les exigences du mathématicien apparaissaient donc, ici plus qu'ailleurs, comme des contraintes gratuites. Et tout le monde, élève et professeur, avait bien envie que les angles du triangle aient des côtés et une bissectrice. Nous sautons effectivement au plafond devant des milieux de vecteurs et pas devant des bissectrices d'angles : c'est bien qu'il y a sur la notion d'angle un usage courant qui préexiste à notre définition.

Le choix raisonnable qui s'est alors imposé a été d'accepter l'abus de langage en assimilant angle et secteur, pour pouvoir parler comme tout le monde. Ce n'est pas si grave, surtout si le professeur en a conscience.

Ce point étant éclairci, je félicite notre collègue pour son éblouissante démonstration du fait suivant : les angles sont une notion difficile et je me suis sentie, à le lire, non plus frileuse, mais glacée d'horreur !

J'ai frémi en assistant au génocide des rentrants (angles et secteurs, toutes classes confondues). J'ai blémi en apprenant la disparition de l'angle de 180°, de l'angle de 0° et de leur complice, l'angle de 360° (je suppose que les nombres 0, 180 et π ont été eux aussi rayés de l'ensemble des réels). J'ai tremblé à l'idée que les fonctions trigonométriques allaient perdre leur belle continuité.

Je me suis un peu rassurée en voyant les angles rentrants réapparaître en négatif dans un joli tour de prestidigitation.

Je me suis indignée devant l'accusation perfide et totalement mensongère dont sont victimes les exercices 29 et 31 de l'évaluation sixième 95.

Enfin, atterrée et ne sachant plus à quel saint me vouer, j'ai pris ma plume tout en tentant de modérer mes propos, sachant bien qu'entre collègues, qui plus est militants APM, on se sent quand même tenu d'arrondir les angles.

DANS NOS CLASSES

A propos des angles en sixième

par Jean-Dominique PICCHIOTTINO
Collège Henri Wallon, Aubervilliers

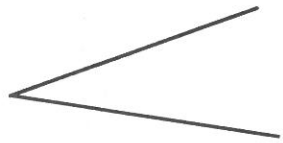
Les angles provoquent parmi nous, professeurs de mathématiques, d'abondants développements écrits et d'inépuisables discussions. Au collège on s'interroge sur l'opportunité d'introduire *secteur angulaire* pour clarifier *angle*; on hésite parfois à dire *bissectrice d'un angle* ; on a scrupule à écrire Â = 60°. L'état particulier dans lequel nous plonge le simple mot *angle* provient sans doute de la multiplicité des formes sous lesquelles apparaît cette notion.

L'introduction du radian, des fonctions circulaires, l'étude des arguments des nombres complexes, des angles de rotations ont sans doute angoissé plus d'un d'entre nous, alors qu'ils étaient encore des élèves. C'est qu'en toile de fond se dessinent le groupe multiplicatif des nombres complexes de module 1, certaines classes d'équivalence, l'amplitude d'un nombre complexe de module 1 et, pour finir, l'exponentielle... angulaire. Ce sont des thèmes non triviaux, qu'il est difficile d'assimiler et malaisé de vulgariser. Certes.

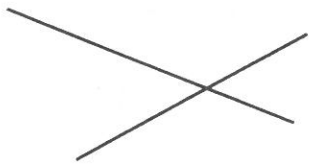
Mais il me semble tout de même que *« les angles suscitent toujours beaucoup d'appréhension, qu'il conviendrait de surmonter une bonne fois... »*[1].

Contentons-nous ici d'examiner rapidement *l'angle de 6e*. Nous nous apercevons que, pour un élève, son étude en est fort simple, et qu'il nous suffit, à nous professeurs, de bien peu d'artifices pour en parler efficacement.

Nos élèves de 6e ont une conception saine de l'angle. Dans une classe, à la *consigne « dessine*[2] *un angle »* il y aura sans doute en écho les questions *« aigu ? »*, *« obtus ? »*, *« droit ? »*, peut-être *« de combien de degrés ? »*; mais nous observerons toujours, sur les dessins, quelque chose s'approchant de cela :



Et même si nous voyons ceci :



il n'est pas difficile de convaincre le dessinateur qu'il y a quatre angles sur son dessin, et de lui faire effacer les demi-droites parasites.

L'angle du *bon sens* que nous dessinent nos élèves nous permet de rendre compréhensibles les reproductions d'angles, car ce qui est reproduit est bien concret, et se *transporte* facilement : ce sont deux demi-droites de même origine, qui sont plus ou moins *écartées*. Il faut alors saisir l'occasion de questionner la classe sur la façon de mesurer l'*écartement* ou, si l'on veut, de mesurer l'angle. Dès lors le terrain est préparé pour la présentation et l'emploi du rapporteur, puis pour le report des angles avec le compas ; ce qui est largement suffisant pour poursuivre l'exploration des angles, dans le cadre du programme.

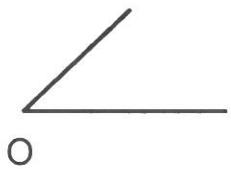
Il s'avère donc que, au début de l'étude des angles, à aucun moment ne ressort la nécessité d'en dire plus. Par exemple il paraît vain de présenter un angle par le biais d'une surface – un secteur angulaire – avec de surcroît l'éternel problème de sa frontière : est-elle dedans ou dehors ? Le secteur angulaire, en ce qu'il focalise l'attention sur les points *à l'intérieur* des deux demi-droites, me paraît d'ailleurs d'un usage dangereux.

[1] Rapports des jurys de concours ; agrégation de mathématiques ; M.E.N., 1985 et 1986.

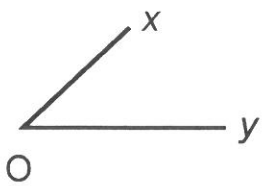
[2] Si *dessine* vous choque, remplacez-le par tout autre impératif qui vous convient.

De la même façon, ergoter sur la valeur sémantique de la consigne *construis un angle de 110°*, sous prétexte qu'il faudrait absolument distinguer un angle de sa mesure, obligerait nos élèves à réfléchir sur un problème qui n'est pas le leur.

Plus généralement, je tends à penser que tout artifice gratuit à propos des angles est à éviter. Je veux parler de ces artifices qui interdiraient de concevoir un angle de 180° (qui existe bel et bien[3] puisque trois points alignés[4] permettent d'en définir un) ; qui empêcheraient de raisonner sur des angles opposés par le sommet ; ou qui nous contraindraient à parler de la bissectrice d'un secteur angulaire au lieu de la bissectrice d'un angle[5]. Restons donc simples pour être compris. Renonçons aux éclairages opaques, sensés clarifier ce qui est limpide ; et si nous avons à commenter la figure suivante :



préférons « $\hat{O} = 45°$ » à « l'angle $\widehat{xOy}$ du secteur saillant [$\widehat{xOy}$] a pour mesure 45° [6] », qui nous amènerait en outre à ajouter les deux lettres x et y[7].



Bien entendu je ne prétends pas que la notion d'angle soit facile à comprendre en 6e. Mais j'affirme que son assimilation nécessite une approche simple, fondée sur des prémices naïves (je ne dis pas niaises), dénuée de tout discours pseudo-savant.

Il reste que la notion d'angle évolue au fil des classes, comme beaucoup d'autres. Il y va du talent de chacun d'entre nous de l'adapter au niveau des élèves, en exploitant au mieux leurs préconceptions, dans le cadre des programmes. Du statut de *coin* elle s'élèvera sans peine au statut de classe d'équivalence, pour peu qu'on lui laisse le temps d'y parvenir sereinement.

[3] Voir le numéro 90 des *Chantiers*.

[4] distincts (note pour les ultras !)

[5] Pour la définition de la bissectrice *d'un angle* voir L. Chambadal, dictionnaire de mathématiques, Hachette.

[6] De grâce, pas de *modulo* ici !

[7] Au passage, on ne peut que regretter qu'il n'existe actuellement aucun dictionnaire de mathématiques élémentaires mathématiquement crédible, pédagogiquement fondé, et utilisable par les élèves. Il pourrait être une référence.

ENTRE LE DIRE ET L'ENTENDRE !

Nul enseignant ne doute qu'il faille se méfier de ce que l'on dit, et de l'interprétation que les élèves peuvent en faire. Néanmoins le décalage peut se faire si discret qu'il peut échapper à notre vigilance. Une anecdote récente en porte sans doute la trace.

Dans un petit article récent d'un numéro de *Sciences et Avenir* (n° 589, Mars 1996), un journaliste évoque les 6.442.450.000 décimales de π que vient de publier le professeur Yasumasa Kanada. Il introduit son propos par la phrase *« $\pi = 3,14116$ apprend-on à l'école, une simplification bien pratique qui ne satisfait pourtant pas tout le monde. »*

Certes tout le monde aura remarqué l'erreur, mais ce qui est plus intéressant c'est de tenter d'en expliquer la cause. En effet on peut penser qu'une frappe intempestive a doublé le 1 de 3,1416 qui est la valeur approchée à 10^{-4} près de π fréquemment apprise à l'école. Mais je n'y crois pas trop et suis persuadé que l'origine de cette erreur remonte à une confusion plus ancienne.

Le nombre 3,1416 peut en effet s'énoncer de trois façons (en omettant de dire *dix millièmes*) :

- on peut dire *« trois virgule mille quatre cent seize »*, mais c'est un peu lourd ;
- ou *« trois virgule quatorze-seize »*, mais ce n'est pas correct ;
- ou encore *« trois virgule quatorze cent seize »*, ce qui est à la fois correct et élégant.

Mais ce *quatorze cent seize*, peu utilisé (mais on dit quand même *« Marignan quinze cent quinze »*), a dû être interprêté comme signifiant *« quatorze – cent seize »* (14116) par l'auteur de l'article lorsqu'il était élève. Et l'erreur a perduré.

Ce constat me semble une excellente et plaisante illustration de l'écart qu'il peut y avoir entre ce que dit l'enseignant et ce qu'enregistre l'élève, sans que ni l'un ni l'autre ne puissent en douter.

Pierre AIRE

DIALOGUE

A propos du sens des opérations, des nombres, des aires et de l'enseignement des mathématiques en France

par Christine CHAMBRIS, Le Kremlin-Bicêtre

Quelques passages de l'article « *A propos des nouveaux programmes de l'élémentaire et de sixième* » paru dans le numéro 90 des *Chantiers de Pédagogie Mathématique* m'ont laissée extrêmement perplexe. Ils sont malheureusement, je crois, particulièrement significatifs de l'enseignement des mathématiques en France.

Ainsi, que veut-on dire par *«la multiplication n'est perçue que comme une suite d'additions réitérées et donc cette opération n'est pas mobilisable pour le calcul d'une aire, encore moins pour un dénombrement...»* ?

D'une part, pour toutes les multiplications par un nombre entier, je ne vois pas en quoi cette perception *« ne permet pas de mobiliser cette opération pour un calcul d'aire ou un dénombrement »*. D'autre part, une fois construites les multiplications par les fractions unitaires, toutes les multiplications de nombres rationnels ne sont rien d'autre que des additions réitérées, ce qui devrait être suffisant pour aborder toutes les mathématiques du collège (exceptées les racines carrées, pour lesquelles il faut prolonger les opérations sur les rationnels).

MULTIPLICATION DES RATIONNELS

Je crois que l'enseignement de la multiplication des décimaux ou des rationnels doit montrer que cette opération est le prolongement naturel de la multiplication des nombres entiers : 3 *fois* 5 étant 5 + 5 + 5, il s'agit de comprendre ce que doit signifier 0,1 *fois* 0,1.

Les étapes suivantes me semblent être des passages obligés pour y arriver.

Etape 1 : utilisation de locutions telles que *la moitié de ..., un demi de ..., un tiers de ..., un dixième de quelque chose*, ce *quelque chose* n'étant pas *a priori* un nombre.

Etape 2 : utilisation et explicitation de *une fois et demie*, et *la moitié d'une fois* et identification avec *une fois et une moitié de* et *la moitié de*.

Etape 3 : utilisation d'expressions plus complexes telles que *une demi-fois, le tiers d'une fois, un dixième de fois* et leur identification avec *un demi de, le tiers de, un dixième de*.

La multiplication par un nombre non entier peut alors prendre un sens, cette multiplication prolongeant la multiplication des nombres entiers, les *fois* n'étant plus entières mais tronquées. Et 0,1 *fois* 0,1 peut alors être pensé comme *le dixième d'une fois un dixième, soit, (grâce à un dénombrement élémentaire) un centième*. Puis, par addition répétée, on peut comprendre toutes les multiplications de rationnels, *0,3 fois 1,8* étant *1 dixième de 1,8 répété 3 fois*.

CALCUL DES AIRES

Je trouve aussi très choquante la proposition d'utiliser la calculatrice pour *« poser des opérations qu'on ne sait pas encore faire à la main car on n'a pas encore appris »* afin de pouvoir *« calculer l'aire d'un rectangle dans tous les cas »*.

Cette proposition me semble en effet contraire à la démarche généralement utilisée dans les sciences expérimentales et en mathématiques (avec quelques variations mineures), qui peut grossièrement être décrite comme suit :

Etape 1 : réalisation d'expériences.

Etape 2 : établissement d'un modèle cohérent avec les expériences.

Etape 3 : réalisation de nouvelles expériences dans le but de valider le modèle.

Etape 4 : utilisation du modèle jusqu'à ce que l'on trouve une expérience dont le résultat ne peut pas être interprété par le modèle existant.

Etape 5 : établissement d'un nouveau modèle englobant à la fois les résultats des anciennes et des nouvelles expériences.

Alors que, dans l'article en question, les idées suivantes sont sous-jacentes :

– la multiplication des décimaux n'a pas d'existence, mais sa réalisation technique étant possible, on se permet de l'utiliser ;

– le modèle *Aire = Longueur* fois *Largeur*, n'a pas besoin d'être validé par l'expérience ;

– la mesure de l'aire d'un rectangle dans le cas de longueurs non entières ne semble pas pouvoir être déterminée sans ce modèle et donc n'a pas de sens hors de ce modèle, donc pas de sens *physique* ;

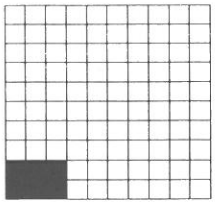
– ce modèle est la Vérité, donc l'élève doit l'utiliser pour calculer l'aire, même si la mesure de la grandeur et l'opération n'ont pas de sens (cas des longueurs décimales). On demande donc à l'élève d'utiliser des outils qui n'ont pas de sens pour lui, pour calculer une mesure qui n'a pas d'existence physique. Les mathématiques deviennent ainsi le monde du non-sens et de l'arbitraire.

ATTITUDE RÉVÉLATRICE

Cette attitude est, à mon avis, parfaitement révélatrice de notre enseignement et c'est peut-être la cause majeure de son échec. Rappelons que les mathématiques se sont développées en modélisant le monde sensible et que ce n'est pas le monde sensible qui s'est adapté au modèle, comme on semble vouloir le faire croire à nos élèves (si toutefois on prend la peine de leur montrer que le modèle coïncide avec la *réalité*).

Malgré l'absence de la multiplication des décimaux et l'absence de modèle pour calculer son aire, on peut très bien déterminer l'aire d'un

rectangle de 2 dixièmes de cm par 3 dixièmes de cm : on l'inscrit dans un carré de 1 cm de côté.



Dans cette expérience, le modèle de multiplication des longueurs (cas des longueurs entières) pour calculer l'aire ne s'applique plus. Mais, un dénombrement élémentaire permet d'affirmer que cette aire vaut 6 centièmes de cm². C'est d'ailleurs un excellent prétexte pour travailler le sens de l'aire et des nombres.

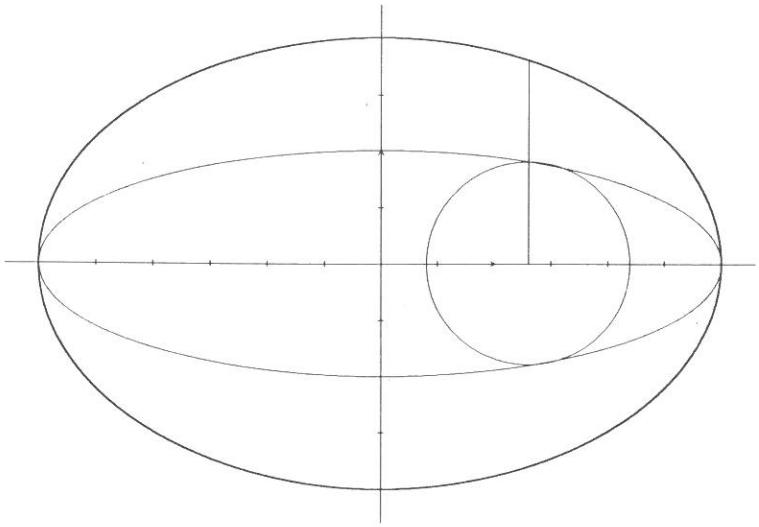
Si la multiplication par un nombre décimal a déjà été introduite, on peut ensuite avoir la démarche suivante : l'aire du rectangle est *3 dixièmes de l'aire d'une bande de 2 dixièmes de cm²*, ce qui peut se traduire par $0{,}3 \times (0{,}2\ \text{cm}^2)$ d'après ce qui a été établi précédemment sur le sens de la multiplication par un décimal. Regardée dans une autre direction, cette aire est aussi *2 dixièmes de l'aire d'une bande de 3 dixièmes de cm²*, soit $0{,}2 \times (0{,}3\ \text{cm}^2)$.

Ce qui montre que la multiplication est commutative et que la mesure de l'aire est égale au produit des mesures des longueurs de 2 côtés du rectangle. On peut alors établir un nouveau modèle du calcul de l'aire, valable pour les longueurs entières et décimales. Ce modèle devra être testé puis utilisé et finalement mis en défaut pour les longueurs irrationnelles où il devra être repensé.

Dans une modélisation, c'est au modèle de s'adapter à la *réalité* et non la réciproque.

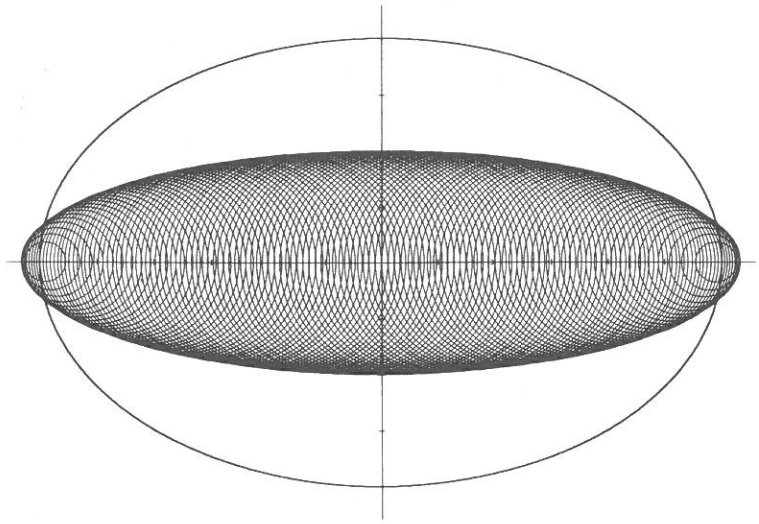
J'ai le sentiment que tant que notre enseignement n'adoptera pas ce type de démarche, il demeurera perçu comme parfaitement arbitraire par l'immense majorité de nos élèves. De plus, notre rôle est aussi d'apprendre à nos élèves à analyser le monde qui les entoure pour qu'ils en deviennent des acteurs responsables, c'est-à-dire capables de prendre des décisions et d'en prévoir les conséquences. Et je crois que l'utilisation, dans notre enseignement, de la démarche expérimentale peut aider à réaliser cet objectif. L'enjeu est de taille.

En fabriquant un modèle de sphère, il est question de découper des fentes, perpendiculairement au diamètre d'un demi-disque et de longueur la moitié de la corde : ces points sont sur une demi-ellipse.



Laissant aller mon compas, en vue de reporter ces longueurs, j'ai tracé des cercles centrés sur le diamètre et passant par ces points.
La question que je me suis posée est : quelle est l'enveloppe de tous ces cercles lorsque M décrit le diamètre ?
Qui pourrait me donner la réponse ?

Michel SUQUET



LECTURES

Le mirage et la nécessité de Michel HULIN

Presses de l'Ecole Normale Supérieure, rue d'ULM

En général, le petit rat-porteur écrit sa rubrique avec l'intention , avouée ici, de vous donner envie de lire le texte intégral. Par honnêteté, je dirai qu'il n'en est pas de même aujourd'hui. En effet ce livre, écrit après le décès brutal de son auteur, est un recueil d'articles et de textes divers, une matière brute qu'il n'a pu affiner. La forme, les répétitions, la difficulté d'alléger quand l'auteur n'est plus là pour approuver les *coupes*, en font un livre de lecture difficile. Et cela m'est un regret constant de voir le risque d'oubli de la pensée de Michel Hulin.

Michel Hulin était un physicien particulièrement intéressé par les problèmes de l'enseignement de sa discipline, mais sa pensée dépasse largement ce cadre strict. C'est une pensée d'avenir sur les sciences, la société et son école.

Décédé alors qu'il présidait aux destinées du Palais de la découverte, Michel Hulin s'est bien sûr posé la question des rapports entre la science et la société. Les réponses qu'il propose restent non seulement d'actualité, mais sans doute encore trop visionnaires... *« Ce que la science apporte de plus précieux peut-être, c'est une capacité à définir ses limites, à un moment donné, dans un contexte donné. En regard, l'idéologie n'a pas de mesure, pas de contrainte, pas d'aune non plus à quoi mesurer ses succès et ses insuccès*, nous dit-il. *La première condition d'un progrès nous semble être la prise de conscience qu'un partage étendu d'un savoir organisé est inaccessible: la grande majorité des citoyens sera ignorante comme est ignorante la grande majorité des scientifiques sortis de leur champ de compétences.* (...) *Que nous le voulions ou non, nous vivons entourés de "boites noires" et il est exclu de vouloir rendre notre environnement totalement transparent. »*

Cela peut sembler résignation, pessimisme ou réalisme forcé ! Mais ce serait mal connaître Michel Hulin ! Au contraire, au fil des articles, on le voit chercher à cerner ce qu'il nomme une *« ignorance de qualité »*, expression dont l'école devrait se saisir absolument... *« Nous sommes voués à l'ignorance. Mais nous pouvons – nous devons – encore lutter pour que ce soit une ignorance "de qualité", celle d'un esprit qui reste curieux, ouvert critique, actif.* (...) *La question n'est pas de savoir toute la médecine, mais que faut-il savoir pour recourir judicieusement au médecin et comprendre ce qu'il me dit ?* (...) *Il faut créer le "consumérisme" de la connaissance, aider à développer une hygiène de pensée .»*

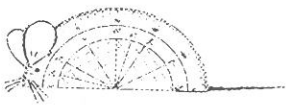
Et l'école dans tout cela ? *« Il faut repenser l'organisation sociale du système éducatif, et les objectifs qu'on lui assigne dans le domaine scientifique. »* L'école doit apprendre à chacun *« à utiliser les compétences locales des spécialistes »*. Les compétences locales... Ce serait à graver aux frontons des écoles de journalisme, pour éviter d'entendre un médecin *spécialiste* ou un juriste éminent parler du haut de leur *spécialité*, des problèmes internes de l'éducation nationale. Si les regards extérieurs sont indispensables pour réfléchir au rôle de l'école dans une société en mutation, les *solutions* assénées sans connaissance des réalités humaines et des contraintes matérielles qui sont aussi l'école au quotidien, restent de l'ordre du discours pour le discours. *« L'enseignement de la physique (dans le secondaire) doit viser non pas à former des physiciens ou des chimistes mais apporter un élément de culture générale à des élèves très divers »*. Tiens, Paul Langevin disait déjà cela, il y a plus de 50 ans ! N'en est-il pas de même pour les mathématiques ?

« Bâtir l'enseignement secondaire en suivant à rebours la cascade terminales, classes préparatoires, grandes écoles ou universités, c'est ériger en impératifs des "besoins", des "niveaux nécessaires de connaissances" qui ne sont en fait bien souvent, que le reflet des habitudes de pensées des tenants de la science en archives ! » Cependant, mes moustaches de rat-porteur se hérissent un peu en lisant : *« Il*

serait intéressant, bien sûr, de détecter rapidement ces élèves particulièrement doués, comme on le fait de futurs tennismen, et de leur assurer l'enseignement aménagé que justifient leurs aptitudes. » Et j'aurais aimer pouvoir questionner Michel Hulin à ce sujet. Songe-t-il à un parcours plus rapide ou spécialisé plus tôt ? Sa comparaison, de toutes façons, me fait peur, car les futurs champions de tennis, eux, ne seront pas les futurs décideurs de notre devenir, les cadres de demain ! N'est-il pas fondamental qu'eux aussi aient une ouverture générale entre 16 et 18 ans, et même au delà ?

« Ce que l'on doit considérer comme essentiel, ce n'est pas la connaissance scientifique elle-même, largement inaccessible – sinon "par morceaux" – mais la capacité pour les citoyens de profiter du savoir des scientifiques en étant des auditeurs actifs et critiques de leur discours. (...) Mais deux problèmes demeurent : quelle est la "dose" de savoir scientifique ou technique qui est éventuellement nécessaire (à tous) et comment on peut attirer les gens vers le débat à composantes scientifiques. » Car il est essentiel de ne pas renoncer *« à impliquer l'ensemble de la Cité dans les débats où interviennent des considérations scientifiques ou techniques : il y va de l'avenir même du principe démocratique. »*

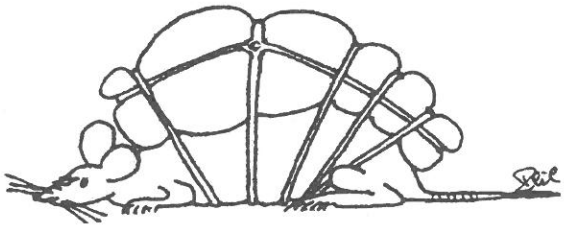
Une condition nécessaire est déjà, peut-être, de ne pas donner à l'école une fausse image rebutante des disciplines scientifiques, et en ce qui nous concerne plus précisément, des mathématiques. Devenir actif et critique, cela se prépare tôt et cela demande du temps. Cela demande de songer plus aux capacités que l'on souhaite développer qu'à la liste des contenus à transmettre. Cela impose aussi une exigence de sens pour l'élève... Sinon, comment être actif, curieux, critique, si on ne sait même pas se dire avec ses propres mots, l'enjeu du travail que l'on vous fait faire ? Peut-être faut-il oser étendre à tous ce que Michel Hulin propose à certains : *« Pour les "non scientifiques" il semble essentiel d'exprimer les résultats fondamentaux avec des mots et non des formules, en multipliant les comparaisons, des analogies, des images, quitte à être taxé d'anthropomorphisme, ou, tout bêtement d'une incongrue naïveté. »*



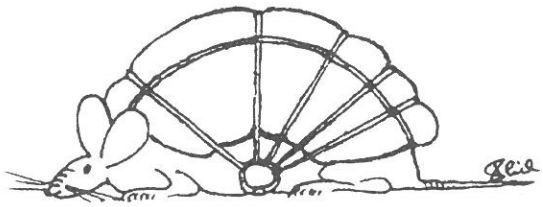
Le petit rat-porteur

Un éminent *ratologue* ayant découvert l'existence du rat-porteur lors des journées de Grenoble, nous avons reçu de Bretagne ce bref résumé évolutif.

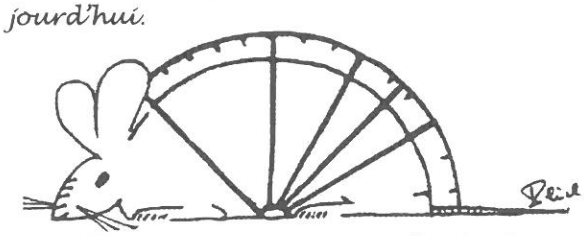
Aussi loin que l'on remonte dans le temps, on trouve trace de l'existence de Rats-Porteurs, domestiqués par l'homme. C'est principalement d'Orient (d'où le terme parfois utilisé d'"Orientés") que ce mode de transport est venu en Europe, importé par les Arabes, habiles calculateurs, qui trouvèrent ainsi la solution pour couvrir un large secteur de leur territoire, sous tous les angles.



D'abord chargé de façon maladroite, l'équipement s'améliora rapidement par un système de s'angles plus rationnel, rayonnant autour d'un anneau. Ainsi la charge s'équilibrait elle-même.



Dans le même temps, l'amélioration de la race des Rats- Porteurs fournissait des animaux plus forts, plus trapus et exclusivement voués à cette tâche. Au fil des ans, les formes se profilèrent, on vit disparaître les appendices inutiles pour donner les Rats-Porteurs que nous connaissons aujourd'hui.



Actuellement quatre races subsistent :
- Le Rat d'Hyan (dont la femelle possède un nombre variable de pis, de 3 à 14) ;
- le Gras d'Eu (répandu en Normandie et en Angle-terre)
- les deux Greys, qui sont les préférés des enfants.

ÉCHANGES

A propos de l'écart-type

Lors d'une récente réunion du comité de la régionale quelqu'un demande : *« pourquoi y a-t-il un σ_n et un σ_{n-1} sur les calculatrices ? »*
Gérard RAPÉGNO nous a alors fourni des explications qui nous ont paru mériter d'être publiées dans les *Chantiers.*

Dans une population définie, on considère un caractère quantitatif X.

On s'intéresse à la dispersion de X autour de sa moyenne μ dans la population.

L'écart-type σ, sur la population, se calculerait ainsi :

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \mu)^2}$$

En fait, on ne connaît pas σ, mais on veut l'estimer par sondage. Pour simplifier on ne s'intéressera ici qu'aux échantillons *simples* : tirage *au hasard* avec remise.

Sur un échantillon de taille n, on calcule σ_n « comme σ », mais en utilisant bien entendu la taille n de l'échantillon et la moyenne de X sur l'échantillon, notée $\bar{x}$:

$$\sigma_n = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$$

Ce n'est pas σ_n qu'on retiendra comme *meilleure* estimation de σ, mais la valeur σ_{n-1} obtenue à partir de σ_n :

$$\sigma_{n-1} = \sqrt{\frac{n}{n-1}} \cdot \sigma_n ,$$

soit, en fait :

$$\sigma_{n-1} = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$$

On voit ici apparaître le fameux dénominateur $n - 1$.

Pourquoi ce choix ?

Si on remplace, dans l'expression d'une estimation, les valeurs observées par les variables aléatoires dont elles sont les *résultats*, suite au tirage effectué pour constituer l'échantillon, et si on remplace la moyenne empirique $\overline{X}$ par la *moyenne d'échantillonnage*

$$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i ,$$

on obtient des *estimateurs* :

$$\hat{\sigma}_n = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2}$$

et

$$\hat{\sigma}_{n-1} = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2}$$

qui sont deux estimateurs (différents) de l'écart-type de X sur la population.

Ils n'ont droit à ce *titre* que parce que, entre autres, ils possèdent la propriété suivante : leur espérance a pour limite σ si n tend vers l'infini. En effet, on peut montrer (voir un bon manuel) que :

$$E(\hat{\sigma}_n) = \sqrt{\frac{n-1}{n}}\sigma$$

(et donc $E(\hat{\sigma}_n) \xrightarrow[n\to\infty]{} \sigma$).

Et, du même coup,

$$E(\hat{\sigma}_{n-1}) = \sqrt{\frac{n}{n-1}}E(\hat{\sigma}_n)$$

$$= \sqrt{\frac{n}{n-1}}\sqrt{\frac{n-1}{n}}\sigma$$

$$= \sigma \text{ pour tout } n$$

(et donc, *a fortiori*, $E(\hat{\sigma}_{n-1}) \xrightarrow[n\to\infty]{} \sigma$).

Le second estimateur, σ_{n-1}, dont l'espérance est égale pour tout n à la valeur estimée, est dit **non biaisé** et considéré comme *meilleur*.

Intuitivement : les écarts-types de tous les échantillons envisageables de même taille n se distribuent *autour* d'une valeur moyenne s, dépendant de n, valeur qui n'est pas σ, mais qui tend seulement vers σ si n tend vers l'infini. Tandis que le *pseudo-écart-type avec dénominateur $n - 1$* se distribue toujours, quelle que

soit la taille n, autour d'une valeur moyenne qui n'est autre que σ. C'est lui qu'on retient, en principe, comme estimation de σ.

Bien noter, au passage, que, dans la quasi-totalité des échantillons envisageables, ni σ_n, ni même σ_{n-1} (pourtant considérée comme la meilleure estimation), ne sont exactement égales à σ.

Sylviane GASQUET, après avoir relu son livre de chevet statistique *Statistiques, une approche nouvelle* (livre québecquois publié chez Mac Grew Hill), nous apporte les explications complémentaires suivantes.

A partir d'une population de N éléments, on peut faire *beaucoup* d'échantillons de taille n. Chaque échantillon a donc sa propre moyenne $\bar{x}$ et son propre écart-type σ_n.

Or si on fait la moyenne des moyennes de tous les échantillons de taille n, elle est égale à la moyenne de la population complète. C'est le théorème central limite. Grâce à cela, la moyenne d'un échantillon est un *estimateur sans biais*. Bien sûr, il reste le risque d'erreur d'échantillonnage, le fait que l'échantillon effectivement prélevé peut être pris parmi les échantillons *loin* de la moyenne de la population... Mais cette erreur, on sait la cerner.

Par contre, jusqu'ici, je n'avais pas encore réalisé que la moyenne des écarts-types de tous les échantillons possibles **n'est pas égale** à l'écart-type de la population totale (elle lui est toujours inférieure !). A cause de cela, si on prend l'écart-type d'un échantillon pour estimer celui de la population totale, il y a un biais systématique. C'est pour lutter contre ce biais que l'on met un terme correctif. Comme dit le livre canadien dont je m'inspire ici : *« De merveilleuses opérations mathématiques ont permis de définir un estimateur sans biais, noté $\hat{\sigma}$, de la façon suivante : $\hat{\sigma} = \sigma_n \sqrt{\frac{n}{n-1}}$ où σ_n est l'écart-type de l'échantillon. »* En arrangeant les calculs, comme le montre Gérard, on arrive donc à

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}\,.$$

C'est ce que Gérard note $\hat{\sigma}_{n-1}$ et les machines aussi, sans doute en souvenir du dénominateur $(n-1)$ qui apparaît, bien que ce soit *l'estimateur sans biais pour des échantillons de taille n*. De plus comme on nous dit que la moyenne de tous les σ_n possibles est inférieure à l'écart-type de la population totale σ, le fait que le terme correctif pousse à augmenter un peu σ_n en divisant par $(n-1)$ au lieu de n convient bien à mon besoin de cohérence !

MATHS ET MEDIA

Lue dans *Télé sept jours* de la semaine du 18 au 23 mars, une interview de François de Closets, avec en titre fort original : *« Notre enseignement fout le camp »*. Tout le monde y passe... En ce qui concerne les maths, à la question du journaliste : *« Les maths modernes, un échec sur toute la ligne ? »* voici sa réponse : *« Ce qui s'est passé avec les maths modernes donne la clé de toutes les autres erreurs pédagogiques. En 1972, les écoles françaises ont été envahies par une nuée d'êtres extraterrestres : les "ensembles", "groupes", "graphes"... dont les moeurs se déclinaient en "inclusion", "projection", "isométrie"... Ces énigmatiques bestioles, confinées dans les centres de recherches et laboratoires, auraient dû y rester »* Le grand maître du savoir tout sur tout a parlé ! Drôle de voir les projections, vieille notion de géométrie archi classique mêlées aux "math modernes" ! Sans parler des isométries... Drôle de voir comme les "math modernes", ce mal qui a répandu la terreur, semblent encore régner dans les esprits ! quand on se veut journaliste, on se tient à jour ! Les "maths modernes" n'ont été enseignées que de 1968 à 1976, soit **neuf** promotions d'élèves... Cela fait vingt ans que les élèves entrant en sixième y échappent !

« Contrairement à l'arrivée des "maths modernes" accompagnée d'un grand fracas médiatique, le "retour au concret" (qui n'est pas un retour aux positions d'avant les maths modernes) s'est opéré dans la discrétion et n'a guère fait courir les foules, à tel point que, parmi les français cultivés de trente et quelques années, beaucoup croient encore que les "maths modernes" qui leur ont été enseignées sont toujours au menu des lycées et collèges » écrivait notre doyen Pierre Legrand en 1989 dans *Audi-Math*. On pourrait peut-être en envoyer un exemplaire à François de Closets !

S.G.

RÉGIONALE

Journée du 23 mars

ASSEMBLÉE GÉNÉRALE

RAPPORT D'ACTIVITÉ

Le comité s'est réuni environ deux fois par trimestre pour préparer les activités et la publication des *Chantiers*.

Le 8 avril 95, lors de la journée de la régionale, une table ronde sur le thème *« Le qualitatif s'oppose-t-il au quantitatif ? »* a lancé un débat qui, sous des formes diverses, a été alimenté toute l'année.

Le 10 mai 1995, à l'occasion des *Rencontres mathématiques à la Cité des Sciences et de l'Industrie*, soixante-dix personnes environ ont visité les départements mathématiques et informatique de la Cité, et une vingtaine ont participé à l'échange qui a suivi.

Le 13 septembre le pot de rentrée n'a attiré que peu de monde.

Le 4 octobre, la régionale tenait le stand APM à la journée des éditeurs qui se déroulait à l'Institut du Monde Arabe. Cette journée a permis de rencontrer des professeurs d'école.

Les *Chantiers* représentent une grande part de l'activité de la régionale. Trois numéros ont été publiés : deux de douze pages et un de seize pages. Les articles sont plus nombreux. Le dialogue s'installe entre les lecteurs. On ne peut que se réjouir de cette nouvelle situation, mais il va falloir la gérer. Jusqu'à présent, les articles étant rares, ils étaient tous publiés et les réactions écrites restant exceptionnelles, le problème du droit de réponse ne se posait pas. Comment faire pour conserver à tous la possibilité de s'exprimer sans ruiner la régionale en frais d'impression ?

Rapport adopté à l'unanimité.

RAPPORT FINANCIER

Les ventes de brochures et la ristourne du nationale enregistrent une baisse que viennent compenser les revenus des produits financiers . Les recettes sont passées de 40 611 Fen 1994 à 45 570,28 F en 1995.

Côté dépenses nous avons faits de grosses économies. Elles passent de 43 502,13 F en 1994 à 30 403,94 F en 1995. Les finances sont saines. On s'active de plus en plus et on dépense de moins en moins !

Rapport adopté à l'unanimité.

Le rapport détaillé peut être adressé à toute personne qui en fera la demande.

ÉLECTION DU COMITÉ

Deux nouvelles collègues présentent leur candidature au comité : Christine CHAMBRIS (collège) et Marinette SOLAIS (lycée).

Le nouveau comité[1] *est élu à l'unanimité moins une abstention.*

ÉCHOS DES ATELIERS

PROBLÈMES POSÉS PAR LA TI 92

La TI 92 est une machine semble-t-il conçue pour le marché français ; elle intègre trois logiciels : *Dérive*, *Cabri* et un tableur (avec intégration entre le tableur et *Dérive*).

Dans l'état actuel des choses, Cabri est peu utilisable à cause de la trop faible résolution de l'écran, et c'est dommage, parce qu'il y aurait plein de choses à faire en classe avec un *CAhier de BRouillon Interactif* par élève. Une version rétroprojetable serait aussi bien utile.

Il y a eu un certain nombre de recherches faites sur l'utilisation de *Dérive* en classe, mais pas encore de retombées concrètes dans les établissements. Peut-être sommes nous trop pressés ? Notons cependant un frémissement dans l'avant-projet des futurs programmes de 4e. Il y apparaît une proposition d'utilisation de tableur dans le corps même du programme. Quand seront modifiés dans le même sens tous les programmes qui se contentent dans leurs bandeaux d'allusions vagues aux calculettes et à l'informatique ?

Le plus grave problème soulevé par l'apparition de la TI 92 (déjà entrevu avec les calculatrices graphiques, puis les HP 48...) c'est celui de l'évaluation, aux examens en général et au bac en particulier. Les épreuves telles qu'elles sont actuellement formulées et la possibilité pour les élèves d'apporter leur logiciel de calcul formel sont incompatibles. Comment sortir de la contradiction ? La plupart des autres pays sont bien plus restrictifs que nous. En prévoyant deux séries d'épreuves, une de sens sans calculs, une faisant appel à la maîtrise de l'outil calculatrice ? L'un

[1] Liste des membres : Catherine BRUNET, Anne CAPDEVIELLE, Rémy COSTE, Françoise CARON, Christine CHAMBRIS, Gisèle DERRIEY-CHAIZE, Sylviane GASQUET, Catherine GUESDON, Monique GUESDON, Martine GUILLOUX, Hervé HAMON, Françoise MAGNA, Gérard RAPEGNO, Michel ROUX, Francis SLAWNY, Marinette SOLAIS, Philippe TCHIBOUKDJIAN, Antoine VALABREGUE.
Lors de sa réunion du 2 avril, le comité a réélu le bureau sortant : *Présidente* : Sylviane GASQUET, *Secrétaire* : Catherine GUESDON, *Trésorière* : Gisèle DERRIEY-CHAIZE.

de nous va plus loin et rêve de diviser l'enseignement des maths en *Mathématiques conceptuelles* d'une part et *Utilisation des techniques modernes de calcul* d'autre part. Pour réduire les inégalités entre candidats, on a donné le formulaire, on donne parfois les courbes ; pourquoi ne pas donner toutes les réponses et demander aux élèves de poser les questions ? On pourrait aussi envisager un TP de maths face à la machine...

Autre problème urgent, celui de la formation des enseignants. Dans trop d'IUFM elle n'est que symbolique. Il faut une compétence culturelle, car si la technique évolue, la culture reste.

Enfin la démocratisation des outils de calcul formel repose le problème des contenus à enseigner : il faut redonner du sens aux concepts.

En guise de conclusion : en France, l'enseignement secondaire est en grande partie conditionné par les sujets du bac et c'est sur ceux-ci qu'il devient urgent de réfléchir et d'agir.

LIAISON TERMINALE – CPGE

(Atelier animé par Philippe TCHIBOUKDJIAN, avec Gilles DEYRIS, professeur de math en PCSI au lycée Saint-Louis)

Les terminales scientifiques

Les élèves sont regroupés par spécialités : math, physique, SVT (sciences de la vie et de la terre). L'enseignement est de 6 heures en tronc commun et de 2 pour la spécialité.

Un élève de terminale suit de 30 à 40 heures de cours selon son choix d'options.

On constate depuis la mise en place de la réforme une diminution du flux d'élèves vers les sections scientifiques.

Le passage de première S en terminale S se faisant *de jure* de nombreux élèves ont beaucoup de mal à suivre (en particulier dans la spécialité SVT lorsqu'elle est couplée à la spécialité math).

Le cours magistral tend à disparaître, remplacé par des activités préparatoires pour introduire une notion nouvelle, suivies par un résumé fait de définitions, de propriétés et de théorèmes presque tous admis.

Le problème ouvert a presque disparu en terminale ; la part d'initiative personnelle est très limitée, le temps des recherches de plus en plus réduit.

Les classes préparatoires scientifiques

Les élèves sont regroupés la première année en MPSI (math, physique et sciences de l'ingénieur) – 8000 élèves – ou PCSI (physique, chimie et sciences de l'ingénieur) – 6000 élèves – ou PTSI (physique, technique et sciences de l'ingénieur).

La spécialité suivie en terminale n'a théoriquement pas d'incidence dans la procédure de recrutement en prépa.

L'enseignement de première année est divisé en deux périodes (la première étant de 15 semaines). L'horaire de math est de 10 + 2 en MPSI et de 7 + 3 en PCSI.

Les problèmes **importants** rencontrés par les élèves : la démonstration, apprendre un cours, être rigoureux, maîtrise du calcul algébrique.

En deuxième année les choix se font entre MP, PC, PSI et PT.

Les écoles d'ingénieurs recrutent à 33% MP, 29% PC, 22% PSI, 13% PT (à part Polytechnique : 50% MP, 50% PC).

CONFÉRENCE DE A. BELLAICHE

Notre collègue André Bellaiche a exposé les grandes lignes des leçons qu'il dispense dans son UV à Paris 7 ; cette UV facultative est destinée à des étudiants en DEUG lettres.

Les thèmes retenus s'écartent volontairement de l'algèbre et de l'analyse classiques. Ils sont issus de la vie contemporaine et permettent de construire une rélexion. A. Bellaiche a constaté que l'épistémologie intéresse moins ces étudiants que les exercices concrets sur lesquels ils peuvent travailler sans prérequis.

A. Bellaiche puise essentiellement l'idée de ses leçons dans l'ouvrage *For all Practical Purposes : Introduction to Contemporary Mathematics* de Solomon Garfunkel (éditions Freeman et Cie, New-York , 1991) qu'il adapte au public français, ce qui n'est pas simple lorsqu'il s'agit de base-ball par exemple.

Voici les titres des chapitres abordés.

• **Les graphes** (réseaux routiers, ponts de Konigsberg...). Différentes méthodes sont étudiées. Les étudiants se heurtent à des problèmes sans solution, dégagent des CN ou des CS. Apparaissent aussi des sous-problèmes ou des problèmes voisins, la notion de récurrence. Un peu de dénombrement est fait. Divers algorithmes sont proposés lorsqu'on ne trouve pas la solution par un examen exhaustif.

• **Les probabilités.** Les probabilités conditionnelles sont préférées à la combinatoire. Les arbres ont valeur de méthode.

• **La programmation linéaire à deux variables et les problèmes d'optimisation.**

• **La mathématique des votes et des scrutins.** Plusieurs problèmes sont abordés (la mort de Dexter d'après Pline le Jeune, paradoxe de Condorcet, *théorème* d'Arrow...)

HUMEUR

Liberté, CD-ROM, TI 92

par Pierre DOLAIN

LIBERTÉ

Les programmes officiels de mathématiques sont-ils limitatifs ? Plus précisément, un prof a-t-il le droit, dans la classe, de parler de notions ne figurant pas explicitement dans le programme de mathématiques de cette classe ?

Grave question suscitant des débats aussi violents qu'acharnés. Les uns, au nom de l'égalité de tous les élèves devant l'enseignement, veulent qu'on limite autoritairement ce que l'on a le droit de dire à un niveau donné. Les autres considèrent que les profs sont assez intelligents pour pouvoir discerner eux-mêmes ce qui, au delà des programmes, peut être évoqué devant les élèves. Je fais partie de ceux-là.

Les inégalités scolaires de nos élèves ont des causes autrement plus profondes que celles liées au fonctionnement des classes. Pour ce qui est des classes ou des lycées dits d'*élite*, il existe un consensus des milieux favorisés (incluant en particulier de nombreux profs, IPR, IG, décideurs de l'Education Nationale) qui y mettent leurs enfants en jouant si besoin est sur le choix des langues ou du domicile... On peut être certain qu'une mesure allant à l'encontre de leurs intérêts resterait lettre morte. Mais, même si elle était appliquée, on peut faire confiance aux bénéficiaires du système actuel pour pousser leurs enfants : cours privés, systèmes à la japonaise... les moyens ne manquent pas. Ceux d'entre eux qui tiennent des discours égalitaires font preuve d'une certaine hypocrisie.

Finalement, une décision autoritaire limitant la liberté pédagogique des enseignants jetterait la suspicion sur les profs, sans pour cela atteindre l'objectif proclamé.

Les programmes sont nécessaires pour donner une référence juridique aux compétences exigibles à un moment donné. Tenons-nous en là !

CD-ROM

Un nouveau CD-ROM vient de sortir. Il se nomme *Bac killer*. Il est destiné au élèves de terminale et présente un cours de mathématiques semi interactif.

On peut faire défiler un cours magistral oral de maths exposé par une professeure à la voix très médiatique. On se laisse bercer par cette voix tout en suivant le contenu d'un tableau noir défilant à l'écran. On peut arrêter le cours à tout moment, revenir en arrière autant de fois que l'on veut. La professeure répète sans se lasser. On a la possibilité d'afficher des énoncés d'exercices et de consulter les solutions.

De plus, pour des raisons qui à mon avis relèvent uniquement du marketing, on peut entendre et voir quelques exposés sur l'histoire des maths.

La présentation des mathématiques est extrêmement traditionnelle. Au niveau des exercices, je n'ai pas vu d'analyse de réponse de l'utilisateur.

Le produit est très bien fini sur le plan médiatique et sur le plan esthétique. Sur le plan pédagogique, il est beaucoup plus discutable. Bien qu'il puisse apporter une aide certaine à un élève n'ayant pas très bien compris tel ou tel point du cours, il est beaucoup plus orienté bachotage que formation réelle.

Je ne vois pas très bien en quoi il contribuerait à la mort du Bac. Mais il contribuera certainement, au moins pour un temps, à la diminution du nombre de cours particuliers. Il contribuera aussi à une perte d'attention en classe : pourquoi faire un effort alors qu'on dispose d'un cours à la maison ?

Mais peut-être remplacera-t-il avantageusement le professeur. En voyant ce programme tourner je n'ai pu m'empêcher d'évoquer la réponse d'un Inspecteur d'Académie à une institutrice qui regrettait l'absence de formation en langues pour les enseignants du premier degré : *« Madame, vous savez mettre un téléviseur en marche ! Vous n'aurez donc aucun problème pour initier les enfants aux langues vivantes »*. Je veux croire que cet inspecteur-là était un pince sans rire. Mais je n'en suis pas sûr.

TI 92

La TI 92 est arrivée. Certains collègues en sont catastrophés, d'autres en sont contents. Il est certain que cela pose de nombreux problèmes. Le phénomène n'a pourtant rien de surprenant. On le voit venir depuis plusieurs années, de nombreux articles parus dans les *Chantiers* en témoignent. Et la situation est irréversible. D'autres outils de calcul formel et de géométrie encore plus performants vont voir le jour dans les années qui vont suivre et garniront les cartables, puis les poches de nos élèves. Et cela personne ne l'empêchera. On peut refuser d'admettre ces machines en classe et travailler comme si elles n'existaient pas. Mais ce faisant, on coupe les mathématiques enseignées des possibilités offertes aux élèves accentuant encore plus le fossé entre la vie et l'école.

Le comité régional de l'APMEP vous invite à un

POT DE RENTRÉE

Mercredi 25 septembre

de 16 heures à 18 heures

au local de l'APMEP

26, rue Duméril

PARIS 13e

(Métro Campo Formio)

Vous êtes tous conviés

Venez nous faire part de vos impressions de rentrée, nous dire ce que vous attendez de la régionale

Participez à la vie de l'APMEP et incitez vos collègues, surtout les jeunes, à en faire autant

Annonce à photocopier et afficher en salle des profs à la rentrée

MATHS ET MEDIA (BIS)

Un sujet intitulé *la sélection par les maths* a été diffusé le 17 mars dernier sur *M6* dans l'émission *E = M6*. Le titre a au moins le mérite d'annoncer la couleur !

« Les maths permettent de sélectionner rapidement, notamment si on demande des calculs. Il est facile de voir si un calcul est juste ou faux » dit P. Gérard professeur à Orsay.

Qu'en est-il des calculs astucieux ou alambiqués, rusés ou affreusement lourds, et des tentatives justes et qui pourtant ne débouchent pas ? Mais il est vrai que *« un calcul est juste ou faux »*, si l'énoncé est très directif.

Les maths permettent aussi de sélectionner *« l'esprit de rigueur en regardant les démonstrations proposées ; c'est un test très simple »* nous dit encore ce professeur. Très simple, en effet, s'il s'agit de reproduire du presque déjà vu. Mais s'il faut inventer, trouver le fil directeur d'une démonstration, essayer plusieurs pistes ? Avant la rigueur, ne faut-il pas l'initiative et l'imagination ?

Sans le vouloir sans doute ce mathématicien déroule le tapis rouge devant Claude Allègre qui a alors beau jeu de nous dire : *« En France on croit que les mathématiques sont l'archétype de la science, ce qui est complètement faux. Les difficultés économiques de la France, les difficultés dites de la pensée unique, c'est la croyance à une mécanique et le non développement des qualités d'imagination, d'invention et de confrontation avec le réel, qui sont à la base de la science »*.

Passons ensuite sur une certaine mauvaise foi dans la comparaison des performances scientifiques de divers pays : on ne compare que les prix Nobel en oubliant, comme par hasard, les médailles Fields !

C'est finalement D. Grime, directeur de l'Ecole Centrale, qui m'a semblé dire le plus sensé : *« la sélection par les mathématiques est très particulière »*. Il est vrai qu'elle ne permet guère de déceler toutes les capacités qui feront un bon physicien ou un bon biologiste ! L'Ecole Centrale se préoccupe donc de modifier le contenu du concours afin de *« diversifier les intelligences »* à admettre en son sein. Pas d'anathème, mais une dynamique ouverte.

Après ces diverses interventions, la conclusion du reportage laisse pantois : donc, vous venez de le voir, *« la plupart des enseignants sont d'accord pour diminuer l'horaire de mathématiques »* ! Mais, messieurs, moins on a de temps, moins on peut donner libre cours à l'imagination ! Il faut donc réfléchir à la qualité de l'offre scolaire mathématique et non à en réduire la quantité.

Cependant, pour désagréables qu'ils soient, nous devons entendre les reproches qui nous sont adressés et nous interroger sur l'image des mathématiques que donne leur enseignement, surtout en lycée. Il nous revient de montrer que les mathématiques ne sont pas cette réduction à l'état technique. Un bel objectif pour notre association et une rude tâche pour chacun d'entre nous !

S. G.