Le printemps à Paris. *Les 11, 12 et 13 juin 1970, la Régionale Parisienne a réuni plus d'une centaine de Collègues pour étudier théoriquement et pratiquement la mise en application de la « première étape ». Nous sommes heureux de publier ci-dessous le texte de la conférence de M. Grize qui avait bien voulu honorer ces journées d'étude de sa présence et, mieux que cela, apporter à tous les présents des informations dans le droit fil des préoccupations de chacun. Nous renouvelons à M. Grize l'expression de notre reconnaissance: il a su avec talent et beaucoup de gentillesse donner le ton à ces journées, des réflexions sérieuses dans un climat de fraternité. Amour de la science et amour de l'enfant, heureuse et nécessaire conjonction.*

Mathématique et genèse de l'intelligence

par Jean-Blaise GRIZE,
professeur à l'Université de Neuchâtel.

0. Introduction.

Je voudrais commencer par rappeler quelques croyances, qui ont encore cours dans certains milieux, mais qu'il est bon, je crois, de dénoncer. L'une est qu'il existe deux sortes d'individus — et en conséquence deux sortes d'élèves — ceux qui ont, comme on dit, la « bosse des mathématiques » et ceux qui ne l'ont pas. Une autre qui est comme un corollaire de la précédente est qu'il faut distinguer deux genres d'esprits : celui de géométrie et celui de finesse. Encore peut-on remarquer que ceux qui font cette distinction estiment presque toujours appartenir aux rares privilégiés qui participent aux deux espèces à la fois. Une troisième croyance enfin a trait à l'intelligence. Elle repose sur la conviction que les psychologues en ont une idée claire et distincte par cela même qu'ils savent la mesurer.

A la réflexion tout ceci apparaît assez superficiel et repose sur un type d'induction assez naïf. Certes, il est facile de constater que certaines personnes se disent allergiques aux mathématiques, qu'elles sont alors sincères et qu'elles en tirent avantage pour se déclarer tout imprégnées d'esprit de finesse. Il existe donc bien des faits qui semblent donner raison à l'idée que les mathématiques seraient réservées à certains. Toutefois, comme je viens de le suggérer, c'est le passage de ces faits, effectivement attestés, aux lois générales qui relève d'une pensée préscientifique ou, pour mieux dire, pré-galiléenne. Je veux dire par là que de telles affirmations, comme la plupart de celles de la vie quotidienne, procèdent par induction amplifiante, sans se soucier de se situer dans un cadre théorique préalable. C'est d'ailleurs par suite d'un manque d'analyse assez semblable que l'on peut soutenir qu'il suffit de pouvoir mesurer un phénomène pour en connaître la nature.

Ainsi, pour pouvoir confronter, comme j'ai l'intention de le faire, mathématique et intelligence, il m'est indispensable de préciser d'abord le cadre où je vais me situer. Cela ne va pas sans danger : à dire clairement les choses on s'expose à la critique. Mais c'est nécessaire, si je veux au moins poser quelques problèmes susceptibles de donner lieu à réflexion. Je poserai donc deux postulats, l'un qui portera sur la nature des mathématiques et l'autre sur celle de l'intelligence.

Postulat 1. — *Les mathématiques, même si elles se présentent extérieurement comme un ensemble de techniques, sont tout autre chose. Elles peuvent être conçues simultanément comme la physique des objets quelconques et comme le langage de la pensée rationnelle.*

Ce postulat précise donc que ce qui va me retenir ne sera pas le fonctionnement de l'outil mathématique, mais son rôle ou sa nature. Il est d'ailleurs double. J'ai dit « physique de l'objet quelconque », expression empruntée à F. GONSETH (1), pour rappeler que les concepts et les règles mathématiques ne sont pas, au moins dans leurs parties élémentaires, sans quelque rapport avec les activités concrètes que développe l'enfant. J'ai ensuite dit « langage de la pensée rationnelle » pour souligner à la fois que toute pensée n'est pas rationnelle mais que, dans la mesure où elle l'est, elle ne peut fondamentalement être que mathématique.

Postulat 2. — *L'intelligence n'est pas une faculté innée mais c'est une forme particulièrement évoluée d'adaptation. Elle se développe à travers les espèces animales et, chez l'homme, du bébé à l'adulte, par le jeu des deux grands mouvements de tout organisme vivant: l'assimilation et l'accommodation.*

Ce postulat vise aussi une double fin. D'une part, il veut éviter de faire de l'intelligence une émergence qu'on ne pourrait que constater sans en rien pouvoir expliquer; d'autre part, il veut marquer la façon dont l'intelligence se construit par une équilibration progressive — et pourquoi ne pas dire dialectique — entre l'assimilation, ou l'effort pour faire rentrer le nouveau dans les cadres déjà construits, et l'accommodation, ou la transformation orientée de ces cadres pour les mieux adapter à leur rôle.

Tout postulat se pose librement. Toutefois, s'il veut être efficace, être donc la base d'un modèle adéquat, il doit avoir pris en charge l'observation des faits. C'est pourquoi la plus grande partie de ce qui va suivre doit servir à rendre compte du contenu de ces deux postulats. Enfin, je dois dire que toutes ces considérations n'ont été rendues possibles, pour les mathématiques que grâce aux travaux de BOURBAKI et, pour l'intelligence, que grâce à ceux de Jean PIAGET.

J'adopterai le plan suivant :

1. Rappel schématique de ce qu'on peut appeler la mathématique.
2. Rappel schématique des grandes lignes du développement de l'intelligence.
3. Mise en évidence de quelques-uns des liens entre mathématique et intelligence.
4. Esquisse des limites de ce qui précède.

---

(1) F. GONSETH, *Qu'est-ce que la logique?* Paris, Hermann, 1937. Dans cet ouvrage, c'est toute la logique qui est considérée comme la physique de l'objet quelconque.

1. La mathématique.

Le Robert définit la mathématique comme l'« ensemble des sciences qui ont pour objet la quantité et l'ordre ». Cette définition peut être entendue en un sens correct encore qu'elle puisse être trompeuse. L'idée de quantité conduit assez naturellement à celle de nombre, d'où la tentation d'identifier mathématique et science des nombres. Il est vrai que les nombres, et plus particulièrement les réels, constituent comme des objets mathématiques paradigmatiques. Encore faut-il comprendre pourquoi il en est ainsi.

Il convient pour cela d'examiner sommairement comment on construit l'édifice mathématique, ce que je ferai en deux étapes, en examinant d'abord la nature des « briques » et les moyens de les assembler et en rappelant ensuite les divers « modules » qui servent à la construction. Pour abandonner le langage de l'architecte, je parlerai donc d'abord des éléments de base puis des structures.

1.1. Les bases.

La première notion au sens logique du terme, c'est-à-dire la notion première, est celle d'ensemble. En tant que telle elle n'est donc pas définie. On peut néanmoins retenir que les éléments d'un même ensemble sont toujours caractérisés par ceci qu'ils possèdent une propriété commune. Ainsi les nombres pairs sont tous divisibles par 2, les primevères ont toutes des feuilles en rosette et les griffons ont tous des ailes, un corps de lion et une tête d'oiseau.

La notion d'ensemble pose sans doute nombre de problèmes épistémologiques et même philosophiques. Le mathématicien peut néanmoins se contenter de savoir comment se servir des ensembles et il le fait essentiellement de deux façons.

a) Un ensemble E étant donné, on peut chercher à y distinguer des parties, c'est-à-dire des sous-ensembles. On voit que si A est un sous-ensemble de E, on est immédiatement conduit à concevoir une relation entre A et E qui est celle d'inclusion : $A \subset E$. Mais, comme il se trouve que, A et B étant deux parties de E, il peut arriver que $A \subset B$ et $B \subset A$, on est naturellement conduit à concevoir une autre relation : celle d'égalité entre ensembles. Il est important de souligner que l'on est ainsi dès le début appelé à faire usage d'une relation d'ordre (ici $\subset$, qui est transitive, réflexive et antisymétrique) et d'une relation d'équivalence (qui est transitive, réflexive et symétrique).

Distinguer une partie A de E, conduit à chercher toutes les parties possibles de E. Prendre *l'ensemble de toutes les parties* d'un ensemble donné E — on note $\mathfrak{P}(E)$ — est une première opération fondamentale de la mathématique.

Exemple :
Si $E = df\{a, b, c\}$, $\mathfrak{P}(E) = df\{\phi. \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, E\}$ où ϕ désigne l'ensemble vide.

b) Considérons maintenant deux ensembles, disons $E = \{a, b, c\}$ et $F = \{1, 2\}$. Il est possible de former un nouvel ensemble en construisant tous les couples (ordonnés) possibles dont le premier terme est élément de E et le second élément de F: $\{(a, 1), (a, 2), (b, 1), (b, 2), (c, 1), (c, 2)\}$. Cet ensemble, noté $E \times F$ est appelé le produit cartésien des ensembles E et F (dans cet ordre). Former le *produit (cartésien) de deux ensembles* est une deuxième opération fondamentale de la mathématique.

En réitérant et en combinant ces deux opérations, on obtient une échelle d'ensembles de plus en plus complexes qui peuvent être considérés comme les matériaux de base des mathématiques.

1.2. Les structures.

On peut dire, dans une perspective qui date peut-être un peu mais qui reste très éclairante, qu'il existe trois types de structures élémentaires.

a) Les *structures algébriques* qui sont caractérisées par la donnée d'un ensemble et d'au moins une opération. Il est entendu de plus que l'on sait exprimer que deux éléments de l'ensemble sont égaux, donc que l'on dispose d'une relation d'équivalence. Ainsi l'ensemble $\mathbb{N}$ des nombres naturels, muni de l'opération d'addition et de la relation d'égalité $=$, soit le triple $(\mathbb{N}, +, =)$ est un exemple d'une structure algébrique. Les groupes constituent aussi des exemples caractéristiques et importants (2).

Exemple : le groupe $\{I, N, R, C\}$,.

.	I	N	R	C
I	I	N	R	C
N	N	I	C	R
R	R	C	I	N
C	C	R	N	I

Appelons I la transformation *identique* qui fait passer d'une proposition à elle-même. Ainsi si $p \wedge q$ représente la proposition « p et q », on aura $I(p \wedge q) = p \wedge q$. Appelons N la transformation qui fait passer d'une proposition à sa *négation*. Ainsi $N(p \wedge q) = \sim p \vee \sim q$ soit « non-p ou non-q ». Appelons R la transformation qui fait passer d'une proposition à sa *réciproque*. Ainsi $R(p \wedge q) = \sim p \wedge \sim q$. Appelons enfin C la transformation qui fait passer d'une proposition à sa *corrélative*. Ainsi $C(p \wedge q) = p \vee q$. La table ci-dessus définit une opération . sur l'ensemble des quatre transformations $\{I, N, R, C\}$ qui a structure de groupe (3).

b) Les *structures d'ordre* qui sont caractérisées par la donnée d'un ensemble et d'une relation d'ordre. Les nombres naturels munis de la relation $\leqslant$, sont un exemple de structure d'ordre. Les treillis constituent aussi des exemples caractéristiques et importants (4).

Exemple : le treillis des parties d'un ensemble.

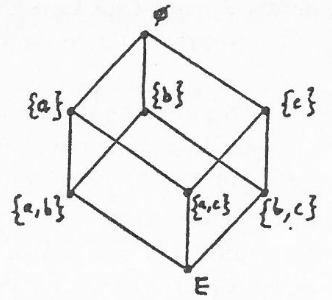
Reprenons l'ensemble $\mathcal{T}(E)$ avec $E = df\{a, b, c\}$. La relation d'inclusion $\subset$ est une relation d'ordre et la figure ci-contre, ordonnée de haut en bas, représente le treillis booléen de $\mathcal{T}(E)$.

---

(2) Au sujet de la structure de groupe, on peut lire : M. Barbut. Sur le sens du mot « structure » en mathématiques. *Les Temps Modernes*, nov. 1966, *246*, 791-814.

(3) On trouvera plus de détails dans *Logique et connaissance scientifique*. Encyclopédie de la Pléiade, Paris, N.R.F., 1967, 282-288.

(4) Voir par exemple : Ensembles ordonnés. Treillis. Dans *Chantiers mathématiques*, Série I, 1er trimestre, Émissions 8 et 9, Paris, Institut Pédagogique National, 1964.



c) Les *structures topologiques* qui peuvent être caractérisées par la donnée d'un ensemble E et celle d'une famille de sous-ensembles de E, dite famille des ouverts $\mathcal{O}$. Pour que $\mathcal{O}$ soit une famille d'ouverts, il suffit que :

1) E et ϕ sont éléments de $\mathcal{O}$.

2) Toute réunion, finie ou non, d'éléments de $\mathcal{O}$ est un élément de $\mathcal{O}$.

3) Toute intersection finie d'éléments de $\mathcal{O}$ est un élément de $\mathcal{O}$.

L'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels est un exemple de structure topologique. Si a, $b \in \mathbb{R}$ et si $a < b$, on prend comme ouverts les intervalles $]a, b[$, $]-\infty, a[$, $]a, +\infty[$ et les ensembles $\mathbb{R}$ et ϕ.

On comprend d'ailleurs aussi pourquoi les réels peuvent être considérés comme une sorte de microcosme mathématique. $\mathbb{R}$ est en effet muni aussi bien d'une structure algébrique $(\mathbb{R}, +, \times)$,que d'une structure d'ordre $(\mathbb{R}, \leqslant)$ et que d'une structure topologique (5).

2. La genèse de l'intelligence.

Le développement de l'intelligence se fait de façon continue, en ce sens qu'il est possible de considérer que toute expérience vécue par le sujet apporte quelque chose à sa connaissance. On peut néanmoins distinguer, dans l'évolution qui va du nourrisson à l'adolescent, un certain nombre de paliers d'équilibre ou stades. J. PIAGET en a distingué cinq principaux (6).

2.1. L'intelligence sensori-motrice (jusque vers 1½/2 ans).

On peut y découper six étapes dont la description permet de répondre à la question de savoir ce qu'est ce premier stade. Je les rapporterai de façon très schématique.

1) Il existe à la naissance des montages héréditaires que l'exercice contribue à renforcer et qui constituent les formes élémentaires de l'habitude.

---

(5) Les notions fondamentales relatives à l'ensemble des réels sont exposées par G. CHOQUET, La droite numérique; propriétés topologiques fondamentales. *Structures algébriques et structures topologiques.* Monographies de « L'Enseignement mathématique », 1958, 7, 101-115.

(6) L'essentiel de ce qui suit est tiré de J. PIAGET, *La psychologie de l'intelligence*, Paris, A. Colin, 1965. La première édition date de 1947.

2) Ces habitudes sont progressivement transportées sur d'autres objets que les objets initiaux. Ainsi le bébé « transporte » l'acte de succion du sein à son pouce par exemple.

3) L'enfant apprend (entre 3 et 6 mois) à coordonner la vision et la préhension. Il peut alors volontairement s'emparer de ce qu'il voit. En revanche, si l'objet convoité disparaît à sa vue, tout se passe comme s'il cessait d'exister pour lui.

4) Vers 8-10 mois, commence la recherche de l'objet disparu et l'on peut dire déjà que les moyens propres à atteindre un but sont « pensés » en fonction de lui. Il est cependant intéressant de constater que, si l'expérimentateur fait disparaître l'objet, disons de gauche à droite, le petit enfant cherchera l'objet là où il a disparu (donc à gauche) et pas encore là où il va réapparaître (à sa droite).

5) On observe ensuite que l'enfant découvre fortuitement la valeur instrumentale de certains objets (un bâton permet d'attirer à soi un objet trop éloigné) et que cette découverte est extrapolée à d'autres situations. C'est le moment où les déplacements se coordonnent en un groupe physique et où les conduites s'adaptent aux relations de voisinage (être devant, derrière, sur, etc.).

6) Ce premier stade s'achève dès la deuxième année et l'enfant devient capable d'inventer des instruments adéquats.

Il est déjà possible de remarquer combien l'apparition de l'intelligence est progressive et comment les futures structures (structures de groupe, topologiques) sont d'abord agies bien avant d'être intériorisées.

2.2. L'intelligence préconceptuelle (1½/2 ans-4 ans)

Le premier stade présente trois limitations principales qui vont être dépassées.

1) L'intelligence ne porte encore que sur ce qui est actuellement perçu.

2) Elle ne vise encore que la satisfaction de besoins actuels.

3) Elle est encore dépourvue d'actions symboliques qui porteraient sur des représentations.

Or ce deuxième stade est tout entier dominé par l'apparition de la fonction symbolique et, tout particulièrement par la naissance du langage (7). D'autre part, on voit se construire ce que J. Piaget nomme des préconcepts. Il entend par là que l'enfant ne prend pas encore en compte des ensembles, mais seulement des objets. En particulier, les opérations logiques « quelques » et « tous » ne sont pas coordonnées et le raisonnement procède par analogie de proche en proche.

2.3. La pensée intuitive (4 ans-7/8 ans)

Elle est assez délicate a caractériser et je me contenterai de rapporter deux de ses aspects fondamentaux.

1) Le raisonnement y reste tributaire de la perception. Ainsi par exemple, la même quantité de liquide est jugée différente dans un récipient étroit et dans un

---

(7) Voir, sur les rapports entre l'intelligence et le langage, l'ouvrage de H. Sinclair-de Zwart, *Langage et opérations*. Paris, Dunod, 1967.

récipient large. La perception de la différence des niveaux l'emporte sur le raisonnement — que l'enfant fait — que l'on n'a rien enlevé ni ajouté en faisant le transvasement.

2) Les liaisons entre les phénomènes, par exemple les explications causales, sont faites en fonction des activités propres du sujet. Il s'agit d'un manque de décentration qui disparaîtra peu à peu aux stades suivants.

2.4. *Le stade des opérations concrètes* (7/8 ans-11/12 ans)

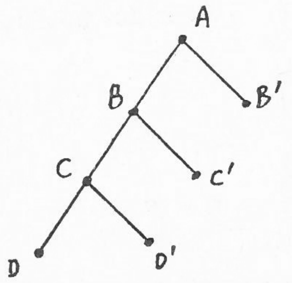
C'est ici que se situe le début des opérations logico-mathématiques à proprement parler, avec cette restriction toutefois qu'elles ne peuvent se dérouler normalement que sur des objets manipulables ou susceptibles d'être l'occasion d'une intuition. Les touts se conservent maintenant sous certaines transformations, le constat « on n'a rien enlevé ni ajouté » devient une raison d'affirmer la conservation du liquide transvasé. Les actions deviennent des opérations en ce double sens qu'elles sont composables entre elles et qu'à chacune l'intelligence peut associer son inverse. La composition de l'opération et de son inverse ramène la situation à son état initial. On voit apparaître, avec toutefois des limitations dues aux contenus concrets, des propriétés comme la transitivité des relations, l'associativité des opérations, etc.

2.5. *La pensée formelle.*

C'est celle de l'adulte et on peut la distinguer de la précédente en notant que, dans chaque situation, elle est en principe capable d'une combinatoire *a priori* et complète des éléments en jeu. Il est aussi possible de la décrire comme celle qui peut coordonner les transformations de négation N et de réciprocité R en une structure qui est précisément celle du groupe $\{I, N, R, C\}$ (8).

3. Quelques liens entre intelligence et mathématique.

Je me placerai au stade des opérations concrètes qui offrent l'avantage de présenter un type de structure que J. Piaget a bien étudié et qu'il nomme *groupement*. Un groupement peut se réaliser sous des contenus divers et je me contenterai ici de signaler les traits principaux de ceux de classes. Un groupement de classes peut être représenté par un arbre, comme le montre la figure suivante. Chaque classe X



(8) Le passage des opérations concrètes aux opérations formelles est examiné en détail dans B. Inhelder, J. Piaget, *De la logique de l'enfant à la logique de l'adolescent*. Paris, P.U.F., 1955.

est partagée par dichotomie en deux classes Y et Y'. On peut alors faire les constatations suivantes :

1) Il est possible d'introduire une opération, que je noterai $\oplus$, et telle que l'on a en particulier $Y \oplus Y' = X$.

2) Cette opération n'est pas partout définie, en ce sens que $D' \oplus C'$, par exemple, n'est pas une des classes de l'ensemble,

3) Elle permet de composer les classes de proche en proche. Exemple : $D \oplus D' = C$, $C \oplus C' = B$.

4) Elle admet une opération inverse, que je noterai $\ominus$. Ainsi on a $X \ominus Y = Y'$ et $X \ominus Y' = Y$. Cette opération n'est pas partout définie.

5) On est en présence d'une relation d'ordre : l'inclusion des classes et d'une relation d'équivalence.

On voit donc qu'un groupement est une sorte de mixte entre un groupe (structure algébrique) et un treillis (structure d'ordre). Il participe aux propriétés de chacun sans toutefois les partager toutes. Notons enfin que l'on distingue, à côté des groupements de classes, des groupements de relations, en particulier de relations asymétriques.

Le problème est alors de voir comment l'intelligence passe de ce stade des opérations concrètes, caractérisé par la structure de groupement, au stade des opérations formelles, caractérisé par les structures mathématiques. Il est possible de retenir trois faits essentiels.

1) La généralisation des groupements de classes conduit à envisager toutes les classifications possibles des éléments de départ, ici A. On est alors conduit à envisager $\mathfrak{T}(A)$, opération dont nous avons vu qu'elle était l'une des opérations de base de la mathématique. D'une façon analogue, la généralisation des groupements de relations, conduit au produit cartésien, qui n'est rien d'autre que la seconde opération de base.

2) L'analyse des groupements de classes et de relations asymétriques montre qu'ils sont incompatibles entre eux. L'aspect concret des objets classés ou mis en relation, c'est-à-dire ici sériés, s'oppose à la possibilité d'effectuer simultanément sur eux les deux types d'opérations. L'intelligence doit alors procéder à une véritable synthèse, donc à un dépassement. J. Piaget a montré qu'elle conduisait à la notion de nombre naturel (9).

3) J'ai d'ailleurs tenté de montrer que, par un autre type de synthèse, il était possible de gagner progressivement la structure de l'algèbre de Boole, qui est celle de la logique classique.

En résumé, nous nous trouvons en présence de la situation suivante :

Stade des opérations concrètes	Stade des opérations formelles	
Groupements de classes	$\mathfrak{T}(E)$	treillis des parties
	Synthèses	$I\!N \rightarrow$ arithmétique
		Algèbre de Boole $\rightarrow$ logique
Groupements de relations	$E \times F$	

(9) Le détail de la genèse du nombre est exposé dans J. Piaget, A. Szeminska, *La genèse du nombre chez l'enfant*. Neuchâtel et Paris, Delachaux et Niestlé, 3e éd. 1964. L'ouvrage date de 1941. On trouvera une vue plus synthétique dans *Logique et connaissance scientifique* (*cf.* note 3), 403-412; 519-524.

Si l'on voit ainsi l'origine psycho-génétique des structures algébriques et des structures d'ordre, nous sommes moins au clair sur celles des structures topologiques. Il semble toutefois que leur source soit à chercher dans les opérations spatiales (10). Quoi qu'il en soit, ce qui précède me paraît déjà suffisant pour soutenir que, en un certain sens, agir, penser et raisonner, c'est toujours faire, à des niveaux variables, de la mathématique et que le développement de l'intelligence y conduit nécessairement comme à son mode naturel d'expression.

4. Les limites.

L'affirmation qui précède doit toutefois être nuancée. Il est en effet difficile de soutenir que toute l'intelligence s'explique entièrement par son aboutissement aux mathématiques. J'ai, en particulier, signalé le rôle déterminant que jouait la fonction symbolique et sa réalisation majeure : le langage ou, plus précisément, la langue maternelle.

Or, dans les considérations que j'ai développées, la langue ne jouait pratiquement aucun rôle. On pourrait même avoir l'impression qu'un enfant, s'il était livré à ses seules activités de classement et de sériation, deviendrait par là-même mathématicien... et donc intelligent. Nous savons certes aujourd'hui que les langues naturelles ont aussi des structures logico-mathématiques. Deux faits me conduisent toutefois à penser qu'il existe, dans le phénomène du langage, autre chose encore que dans la mathématique.

Le premier repose sur la distinction, classique depuis FREGE, entre « signifier » et « dénoter ». Si l'on considère, pour simplifier, les principales catégories logiques, celles de nom, de prédicat et de phrase, on peut faire le tableau suivant :

Catégorie	Signifie	Désigne
Nom	?	Objet
Prédicat	Propriété Relation	Classe Classe de couples
Phrase	Proposition	Le vrai et le faux

Mon ignorance ne me permet pas de décider ce que signifie un nom. Néanmoins, on peut observer que la colonne de la désignation correspond à l'extension et que celle de la signification correspond à la compréhension. Or, il est frappant de constater que le point de vue extensionnel est celui de la mathématique, tandis que les langues naturelles semblent particulièrement aptes à exprimer le point de vue de la compréhension. Il y aurait-là une dualité fondamentale qui conduit à estimer qu'il est impossible de rendre entièrement compte de l'intelligence en négligeant un des deux pôles.

---

(10) Il est question des préfigurations topologiques de l'enfant dans J. PIAGET, B. INHELDER, *La représentation de l'espace chez l'enfant*. Paris, P.U.F., 1948, Voir, en particulier la première partie.

Le second fait repose sur ce que la logique n'est pas toute entière dans la mathématique. On peut certes soutenir que le calcul des classes est isomorphe à celui des propositions et l'on sait algébriser la logique. Mais cela signifie qu'il est possible de construire des modèles mathématiques de la logique et non que toute la logique se retrouve dans les modèles. Les modalités, en particulier, sont de nature essentiellement propositionnelles. Il est même difficile de prétendre que toute déduction se ramène psychologiquement à un emboîtement de classes. Il est bien peu plausible d'admettre que l'enfant qui dit « Si Papa a le temps, il jouera avec moi », emboîte la classe des jours où son père a des loisirs dans celle où il joue avec lui. Il procède, ce me semble, à un autre type d'inférence.

Je crois qu'il valait la peine d'insister un peu sur ces divers aspects, non pour minimiser le rôle des mathématiques, mais pour des raisons proprement pédagogiques. On a, un peu rapidement, baptisé « blocs logiques » des matériels au fond mathématiques. En les manipulant, l'enfant apprend certainement de la mathématique : il n'apprend que l'un des aspects de la logique, l'autre ayant vraisemblablement sa source dans la manipulation de la langue.

C est dire que, si d'aussi loin qu'existe l'école publique, l'enseignement élémentaire, c'est-à-dire celui dont tout le reste sera fait, repose sur la langue maternelle et sur l'arithmétique, c'est que l'école a su voir ce qui était essentiel. L'intelligence se développe par le moyen de chacune d'elles, elle leur doit autant à l'une qu'à l'autre. Bien sûr, il reste à trouver leurs liens exacts, à découvrir comment enseigner l'une en se servant de l'autre. Mais c'est là « une autre histoire ».

J.-B. Grize.

Si vous vous êtes déjà réabonné aux cahiers des *Chantiers de Pédagogie Mathématique*, vous recevrez deux exemplaires de ce cahier 13. Vous pouvez donc nous aider dans notre diffusion : communiquez le cahier supplémentaire à un Collègue intéressé par la réforme de l'enseignement mathématique.

Plus nous serons nombreux à coopérer à la rédaction et à la diffusion de ces Cahiers, plus nous aurons de moyens financiers pour en augmenter le volume et la qualité.